Prenosový kanál a jeho kapacita

Stanislav Palúch

Fakulta riadenia a informatiky, Žilinská univerzita

5. mája 2011

Prenosový reťazec

$\boxed{\text{Zdroj signálu}} \rightarrow \boxed{\text{Kóder}} \rightarrow \boxed{\text{Prenosový kanál}} \rightarrow \boxed{\text{Dekóder}} \rightarrow \boxed{\text{Prijímač}}$

$\uparrow$

$\boxed{\text{Šum}}$

Prenosový kanál

- Prenosový kanál – komunikačné zariadenie so vstupom a výstupom.
- Vstup dokáže spracovávať znaky vstupnej abecedy Y.
- Z výstupu kanála vystupujú znaky výstupnej abecedy Z.

$$y_1, y_2, y3, \dots \rightarrow \boxed{\text{Prenosový kanál}} \rightarrow z_1, z_2, z_3, \dots$$

- Vo väčšine prípadov $Y = Z$.

Prenosový reťazec a prenosový kanál

Prenosový reťazec

$$\boxed{\text{Zdroj signálu}} \rightarrow \boxed{\text{Kóder}} \rightarrow \boxed{\text{Prenosový kanál}} \rightarrow \boxed{\text{Dekóder}} \rightarrow \boxed{\text{Prijímač}}$$

$$\uparrow$$

$$\boxed{\text{Šum}}$$

Prenosový kanál

- Prenosový kanál – komunikačné zariadenie so vstupom a výstupom.
- Vstup dokáže spracovávať znaky vstupnej abecedy Y.
- Z výstupu kanála vystupujú znaky výstupnej abecedy Z.

$$y_1, y_2, y3, \cdots \rightarrow \boxed{\text{Prenosový kanál}} \rightarrow z_1, z_2, z_3, \ldots$$

- Vo väčšine prípadov $Y = Z$.

Príklad

Vstupná abeceda $Y = \{0, 1\}$ *reprezentovaná napäťovými úrovňami*

$$0 \quad = \quad L - \text{(Low – nízka – napr. 0.7 V)}$$
$$1 \quad = \quad H - \text{(High – vysoká – napr. 5.5 V)}$$

Výstupná abeceda $Z = \{0, 1, *\}$

$$0 \quad - \quad \langle 0.7, 2.3\rangle$$
$$1 \quad - \quad \langle 3.9, 5.5\rangle$$
$$* \quad - \quad (3.9, 5.5) - \textit{chyba}$$

Príklad

Nech vstupnú abecedu Y *kanála tvorí množina všetkých 8-bitových čísel s párnou paritou.*
Ak ide o poruchový kanál, môžu sa na výstupe objaviť aj 8-bitové čísla s nepárnou paritou.
Výstupnou abecedou Z *kanála je množina všetkých 8-bitových čísel.*

Bezporuchový kanál

Definícia

Bezporuchový kanál je taký kanál, pri ktorom znak z_i prijatý v čase i jednoznačne závisí len od vyslaného slova $y_1, y_2, \ldots, y_i$ – t. j.

$$z_i = F_i(y_1, y_2, \ldots, y_i) \ .$$

Ak znak z_i prijatý v čase i z_i závisí len na vyslanom znaku y_i – t. j.

$$z_i = f_i(y_i) \ ,$$

potom hovoríme, že sa jedná o **prenosový kanál bez pamäte**.
Inak hovoríme, že ide o **prenosový kanál s pamäťou**.

Bezporuchový kanál teda jednoznačne popíšeme súborom funkcií $\{f_i\}_{i=1,2,\ldots}$ resp. $\{F_i\}_{i=1,2,\ldots}$.
Veľmi často f_i resp. F_i nezávisia na i a dokonca f_i býva identita.

Prenosové kanály so šumom

Ak vyšleme cez rušený kanál vstupné slovo $y_1, y_2, \dots, y_i$, môžeme vplyvom porúch prijať ľubovoľné výstupné slovo $z_1, z_2, \dots, z_i$, pravda, s rôznou pravdepodobnosťou.

Podmienená pravdepodobnosť prijatia slova $z_1, z_2, \dots, z_i$ za predpokladu, že bolo vyslané slovo $y_1, y_2, \dots, y_i$

$$\nu(z_1, z_2, \dots, z_i | y_1, y_2, \dots, y_i)$$

.

Definícia

Prenosový kanál $\mathcal{C}$ *je usporiadaná trojica* $\mathcal{C} = (Y, Z, \nu)$, *kde* Y *je vstupná abeceda,* Z *je výstupná abeceda a* $\nu : \bigcup_{i=1}^{\infty}(Z^i \times Y^i) \to \langle 0, 1 \rangle$, *pričom* $\nu(z_1, z_2, \dots, z_i | y_1, y_2, \dots, y_i)$ *je podmienená pravdepodobnosť, že na výstupe sa objaví slovo* $z_1, z_2, \dots, z_i$ *za predpokladu, že na vstupe bolo slovo* $y_1, y_2, \dots, y_i$.

Prenosové kanály so šumom

$\nu_i(z_i|y_1, y_2, \ldots, y_i)$ – podmienená pravdepodobnosť javu, že sa v čase i objaví na výstupe znak z_i za predpokladu, že na vstupe bolo slovo $y_1, y_2, \ldots, y_i$. Potom

$$\nu_i(z_i|y_1, y_2, \ldots, y_i) = \sum_{z_1, z_2, \ldots, z_{i-1}} \nu(z_1, z_2, \ldots, z_i|y_1, y_2, \ldots, y_i).$$

Hovoríme, že kanál $\mathcal{C}$ je **kanál bez pamäte**, ak $\nu_i(z_i|y_1, y_2, \ldots, y_i)$ závisí iba na y_i, t. j. ak

$$\nu_i(z_i|y_1, y_2, \ldots, y_i) = \nu_i(z_i|y_i).$$

Ak navyše $\nu_i(z_i|y_i)$ nezávisí na i, t. j. ak $\nu_i(z_i|y_i) = \nu(z_i|y_i)$, hovoríme, že $\mathcal{C}$ je **stacionárny kanál bez pamäte**.

Ak

$$\nu(z_1, z_2, \ldots, z_i|y_1, y_2, \ldots, y_i) = \nu(z_1|y_1)\nu(z_2|y_2)\ldots\nu(z_i|y_i) = \prod_{k=1}^{i} \nu(z_k|y_k),$$

hovoríme, že $\mathcal{C}$ je **stacionárny nezávislý kanál**.

Prenosové kanály so šumom

$\nu_i(z_i|y_1, y_2, \dots, y_i)$ – podmienená pravdepodobnosť javu, že sa v čase i objaví na výstupe znak z_i za predpokladu, že na vstupe bolo slovo $y_1, y_2, \dots, y_i$. Potom

$$\nu_i(z_i|y_1, y_2, \dots, y_i) = \sum_{z_1, z_2, \dots, z_{i-1}} \nu(z_1, z_2, \dots, z_i|y_1, y_2, \dots, y_i).$$

Hovoríme, že kanál $\mathcal{C}$ je **kanál bez pamäte**, ak $\nu_i(z_i|y_1, y_2, \dots, y_i)$ závisí iba na y_i, t. j. ak

$$\nu_i(z_i|y_1, y_2, \dots, y_i) = \nu_i(z_i|y_i).$$

Ak navyše $\nu_i(z_i|y_i)$ nezávisí na i, t. j. ak $\nu_i(z_i|y_i) = \nu(z_i|y_i)$, hovoríme, že $\mathcal{C}$ je **stacionárny kanál bez pamäte**.

Ak

$$\nu(z_1, z_2, \dots, z_i|y_1, y_2, \dots, y_i) = \nu(z_1|y_1)\nu(z_2|y_2)\dots\nu(z_i|y_i) = \prod_{k=1}^{i} \nu(z_k|y_k),$$

hovoríme, že $\mathcal{C}$ je **stacionárny nezávislý kanál**.

Prenosové kanály so šumom

$\nu_i(z_i|y_1, y_2, \dots, y_i)$ – podmienená pravdepodobnosť javu, že sa v čase i objaví na výstupe znak z_i za predpokladu, že na vstupe bolo slovo $y_1, y_2, \dots, y_i$. Potom

$$\nu_i(z_i|y_1, y_2, \dots, y_i) = \sum_{z_1, z_2, \dots, z_{i-1}} \nu(z_1, z_2, \dots, z_i|y_1, y_2, \dots, y_i).$$

Hovoríme, že kanál $\mathcal{C}$ je **kanál bez pamäte**, ak $\nu_i(z_i|y_1, y_2, \dots, y_i)$ závisí iba na y_i, t. j. ak

$$\nu_i(z_i|y_1, y_2, \dots, y_i) = \nu_i(z_i|y_i).$$

Ak navyše $\nu_i(z_i|y_i)$ nezávisí na i, t. j. ak $\nu_i(z_i|y_i) = \nu(z_i|y_i)$, hovoríme, že $\mathcal{C}$ je **stacionárny kanál bez pamäte**.

Ak

$$\nu(z_1, z_2, \dots, z_i|y_1, y_2, \dots, y_i) = \nu(z_1|y_1)\nu(z_2|y_2)\dots\nu(z_i|y_i) = \prod_{k=1}^{i} \nu(z_k|y_k),$$

hovoríme, že $\mathcal{C}$ je **stacionárny nezávislý kanál**.

$\nu_i(z_i|y_1, y_2, \ldots, y_i)$ – podmienená pravdepodobnosť javu, že sa v čase i objaví na výstupe znak z_i za predpokladu, že na vstupe bolo slovo $y_1, y_2, \ldots, y_i$. Potom

$$\nu_i(z_i|y_1, y_2, \ldots, y_i) = \sum_{z_1, z_2, \ldots, z_{i-1}} \nu(z_1, z_2, \ldots, z_i|y_1, y_2, \ldots, y_i).$$

Hovoríme, že kanál $\mathcal{C}$ je **kanál bez pamäte**, ak $\nu_i(z_i|y_1, y_2, \ldots, y_i)$ závisí iba na y_i, t. j. ak

$$\nu_i(z_i|y_1, y_2, \ldots, y_i) = \nu_i(z_i|y_i).$$

Ak navyše $\nu_i(z_i|y_i)$ nezávisí na i, t. j. ak $\nu_i(z_i|y_i) = \nu(z_i|y_i)$, hovoríme, že $\mathcal{C}$ je **stacionárny kanál bez pamäte**.

Ak

$$\nu(z_1, z_2, \ldots, z_i|y_1, y_2, \ldots, y_i) = \nu(z_1|y_1)\nu(z_2|y_2)\ldots\nu(z_i|y_i) = \prod_{k=1}^{i} \nu(z_k|y_k),$$

hovoríme, že $\mathcal{C}$ je **stacionárny nezávislý kanál**.

Stacionárny nezávislý kanál

Majme stacionárny nezávislý kanál so vstupnou abecedou $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ a výstupnou abecedou $B = \{b_1, b_2, \dots, b_r\}$.

Označme $q_{ij} = \nu(b_j|a_i)$ pravdepodobnosť, že ak je na vstupe kanála vstupný znak a_i, na výstupe sa objaví znak b_j.

Hodnoty q_{ij} sa volajú **prenosové pravdepodobnosti** a matica typu $n \times r$

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & \dots & q_{1r} \\ q_{21} & q_{22} & \dots & q_{2r} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ q_{n1} & q_{n2} & \dots & q_{nr} \end{pmatrix}$$

je **matica prenosových pravdepodobností**.

Poznámka

Súčet prvkov každého riadku matice $\mathbf{Q}$ sa rovná 1, t. j. $\sum_{j=1}^{r} q_{kj} = 1$ pre každé $k = 1, 2, \dots, n$.

Stacionárny nezávislý kanál

- $P(a_i) = p_i$ – pravdepodobnosť javu, že sa na vstupe kanála objaví znak a_i.
- $P(a_i \cap b_j)$ – pravdepodobnosť javu že na vstupe kanála bude znak a_i a na jeho výstupe znak b_j,
- $P(b_j)$ – pravdepodobnosť , že sa na výstupe kanála objaví b_j
- $q_{ij} = \nu(b_j|a_i)$ pravdepodobnosť, že ak je na vstupe kanála vstupný znak a_i, na výstupe sa objaví znak b_j.

$$P(a_i \cap b_j) = p_i q_{ij}.$$

$$P(b_j) = P(a_1 \cap b_j) + P(a_2 \cap b_j) + \cdots + P(a_n \cap b_j) = \sum_{t=1}^{n} p_t q_{tj}.$$

Stacionárny nezávislý kanál

Na výskyt znaku a_i na vstupe kanála resp. znaku b_j na výstupe kanála sa môžeme pozerať ako na výsledky pokusov

$$\begin{aligned}\mathbf{A} &= \{\{a_1\},\{a_2\},\dots,\{a_n\}\},\\ \mathbf{B} &= \{\{b_1\},\{b_2\},\dots,\{b_r\}\}.\end{aligned}$$

Príjemcu správ na výstupe kanála zaujíma, aký znak bol vyslaný – teda aký bol výsledok pokusu **A**.
Má však k dispozícii len výsledok pokusu **B**.
Stredná hodnota informácie obsiahnutá v pokuse **B** o pokuse **A** sa dá vyjadriť ako spoločná informácia $I(\mathbf{A},\mathbf{B})$ pokusov **A**, **B**, pre ktorú využijeme vzťah

$$I(\mathbf{A},\mathbf{B}) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{r} P(A_i \cap B_j).\log_2\left(\frac{P(A_i \cap B_j)}{P(A_i).P(B_j)}\right).$$

$$I(\mathbf{A},\mathbf{B}) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{r} P(a_i \cap b_j)\log_2\frac{P(a_i \cap b_j)}{P(a_i)P(b_j)}$$

Stacionárny nezávislý kanál

$$
\begin{aligned}
P(a_i) &= p_i \\
P(a_i \cap b_j) &= p_i q_{ij} \\
P(b_j) &= \sum_{t=1}^{n} p_t q_{tj}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
I(\mathbf{A}, \mathbf{B}) &= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{r} P(a_i \cap b_j) \log_2 \frac{P(a_i \cap b_j)}{P(a_i) P(b_j)} \\
&= \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{r} p_i q_{ij} \log_2 \frac{p_i q_{ij}}{p_i \sum_{t=1}^{n} p_t q_{tj}} \\
&= \sum_{i=1}^{n} p_i \sum_{j=1}^{r} q_{ij} \log_2 \frac{q_{ij}}{\sum_{t=1}^{n} p_t q_{tj}}. \qquad (1)
\end{aligned}
$$

Ak sa bude pokus **A** mnohokrát nezávisle opakovať, výraz (1) je stredné množstvo informácie prenesené kanálom pripadajúce na jeden znak.

Maximalizácia množstva prenesenej informácie

Množstvo prenesenej informácie $I(\mathbf{A},\mathbf{B})$ je funkciou pravdepodobností $p_1, p_2, \dots, p_n$,

$$I(\mathbf{A},\mathbf{B}) = I(\mathbf{A},\mathbf{B})(p_1, p_2, \dots, p_n) = \sum_{i=1}^{n} p_i \sum_{j=1}^{r} q_{ij} \log_2 \frac{q_{ij}}{\sum_{t=1}^{n} p_t q_{tj}}.$$

Maximallizovať množstvo prenesenej informácie – hľadať viazaný extrém funkcie F za podmienky $\sum_{i=1}^{n} p_i$, $p_i \geq 0$ pre $i = 1, 2, \dots, n$.
Položme

$$F(p_1, p_2, \dots, p_n) = I(A,B) + \lambda\Big(1 - \sum_{i=1}^{n} p_i\Big) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} p_i \sum_{j=1}^{r} q_{ij} \underbrace{\log_2 \frac{q_{ij}}{\sum_{t=1}^{n} p_t q_{tj}}}_{(*)} + \lambda\Big(1 - \sum_{i=1}^{n} p_i\Big)\,. \qquad (2)$$

Parciálna derivácia výrazu (*) v (2) sa vypočíta takto:

$$\frac{\partial}{\partial p_k} \log_2 \frac{q_{ij}}{\sum_{t=1}^{n} p_t q_{tj}} = \frac{\partial}{\partial p_k} \log_2(e) \cdot \ln \frac{q_{ij}}{\sum_{t=1}^{n} p_t q_{tj}} =$$

$$= \log_2(e) \cdot \frac{\sum_{t=1}^{n} p_t q_{tj}}{q_{ij}} \cdot \frac{q_{ij}}{-\Big(\sum_{t=1}^{n} p_t q_{tj}\Big)^2} \cdot q_{kj} = -\log_2(e) \cdot \frac{q_{kj}}{\sum_{t=1}^{n} p_t q_{tj}}\,.$$

Maximalizácia množstva prenesenej informácie

$$\frac{\partial F}{\partial p_k} = \sum_{j=1}^{r} q_{kj} \log_2 \frac{q_{kj}}{\sum_{t=1}^{n} p_t q_{tj}} - \underbrace{(\log_2 e + \lambda)}_{\gamma} \ .$$

Položením parciálnych derivácií nule, dostaneme nasledujúcu sústavu rovníc pre neznáme $p_1, p_2, \ldots, p_n$ a γ:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i = 1 \tag{3}$$

$$\sum_{j=1}^{r} q_{kj} \log_2 \frac{q_{kj}}{\sum_{t=1}^{n} p_t q_{tj}} = \gamma \quad \text{pre } k = 1, 2, \ldots, n \ . \tag{4}$$

Dá sa ukázať, že funkcia $I(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ (1) je konkávna, a že splnenie podmienok (3) a (4) stačí na to, aby príslušná hodnota funkcie $I(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ bola maximálna.

Rovnice (3) a (4)nazveme **kapacitné rovnice kanála**.

Množstvo prenesenej informácie

Pripojme na vstup kanála zdroj $\overline{\mathcal{S}} = (Y^*, \mu)$.
Pravdepodobnosť vyslania slova $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$ je $\mu(y_1, y_2, \ldots, y_i)$.

Ak sa na vstupe kanála $\mathcal{C} = (Y, Z, \nu)$ budú objavovať vstupné slova zo zdroja $\overline{\mathcal{S}}$, jeho výstup sa bude javiť ako zdroj označovaný symbolom

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}(\mathcal{C}, \overline{\mathcal{S}})$$

s abecedou Z a pravdepodobnostnou funkciou π, pre ktorú platí

$$\pi(\mathbf{z}) = \pi(z_1, z_2, \ldots, z_n) =$$

$$= \sum_{\mathbf{y} \in Y^n} \nu(\mathbf{z}|\mathbf{y})\mu(\mathbf{y}) = \sum_{y_1 y_2 \ldots y_n \in Y^n} \nu(z_1, z_2, \ldots, z_n | y_1, y_2, \ldots, y_n) \cdot \mu(y_1, y_2, \ldots, y_n).$$

Množstvo prenesenej informácie

Pripojme na vstup kanála zdroj $\overline{\mathcal{S}} = (Y^*, \mu)$.
Pravdepodobnosť vyslania slova $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ je $\mu(y_1, y_2, \dots, y_i)$.

Ak sa na vstupe kanála $\mathcal{C} = (Y, Z, \nu)$ budú objavovať vstupné slova zo zdroja $\overline{\mathcal{S}}$, jeho výstup sa bude javiť ako zdroj označovaný symbolom

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}(\mathcal{C}, \overline{S})$$

s abecedou Z a pravdepodobnostnou funkciou π, pre ktorú platí

$$\pi(\mathbf{z}) = \pi(z_1, z_2, \dots, z_n) =$$
$$= \sum_{\mathbf{y} \in Y^n} \nu(\mathbf{z}|\mathbf{y})\mu(\mathbf{y}) = \sum_{y_1 y_2 \dots y_n \in Y^n} \nu(z_1, z_2, \dots, z_n | y_1, y_2, \dots, y_n) \cdot \mu(y_1, y_2, \dots, y_n).$$

Množstvo prenesenej informácie

Okrem výstupného zdroja $\mathcal{R} = \mathcal{R}(\mathcal{C}, \overline{\mathcal{S}})$ môžeme dvojici vstupného zdroja $\overline{\mathcal{S}}$ a kanála $\mathcal{C}$ priradiť ešte aj tzv. dvojitý zdroj $\mathcal{D} = ((Y \times Z)^*, \psi))$, ktorý akoby vysielal dvojice (y_i, z_i) vstupného a výstupného znaku.
Ak stotožníme slovo $(y_1, z_1)(y_2, z_2) \dots (y_n, z_n)$ s usporiadanou dvojicou

$$(\mathbf{y}, \mathbf{z}) = ((y_1, y_2, \dots, y_n), (z_1, z_2, \dots, z_n)),$$

môžeme pravdepodobnosť $\psi(\mathbf{y}, \mathbf{z})$ vypočítať nasledovne

$$\psi(\mathbf{y}, \mathbf{z}) = \nu(\mathbf{z}|\mathbf{y}) \cdot \mu(\mathbf{y}) \ .$$

Množstvo prenesenej informácie

Fixujme n a označme $\mathbf{A}_n$, $\mathbf{B}_n$ rozklady množiny $Y^n \times Z^n$, na množiny tvaru

$$\mathbf{B}_n = \{\{Y^n \times \mathbf{z}\} \mid \mathbf{z} \in Z^n\} = \{Y^n \times \{(z_1, \dots, z_n)\} \mid (z_1, \dots, z_n) \in Z^n\}$$

$$\mathbf{A}_n = \{\{\mathbf{y} \times Z^n\} \mid \mathbf{y} \in Y^n\} = \{\{(y_1, \dots, y_n)\} \times Z^n \mid (y_1, \dots, y_n) \in Y^n\}$$

Definujme ešte kombinovaný pokus $\mathbf{D}_n = \mathbf{A}_n \wedge \mathbf{B}_n$. Podľa definície je

$$\mathbf{D}_n = \{(\mathbf{y}, \mathbf{z}) \mid \mathbf{y} \in Y^n, \mathbf{z} \in Z^n\}$$

Odpoveď na výsledok pokusu $\mathbf{A}_n$ nám hovorí, aké slovo bolo vyslané.
To ale na prijímacej strane kanála $\mathcal{C}$ nevieme.
Vieme však výsledok pokusu $\mathbf{B}_n$.
Stredná hodnota informácie o pokuse $\mathbf{A}_n$ v pokuse $\mathbf{B}_n$ je $I(\mathbf{A}_n, \mathbf{B}_n)$.
Na jeden znak pripadá

$$\frac{1}{n} \cdot I(\mathbf{A}_n, \mathbf{B}_n)$$

a pre veľmi dlhé správy

$$\boxed{I(\overline{\mathcal{S}}, \mathcal{R}) = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \cdot I(\mathbf{A}_n, \mathbf{B}_n)}$$

Množstvo prenesenej informácie

Vieme, že pre entropie vstupného zdroja $\overline{\mathcal{S}}$, výstupného zdroja $\mathcal{R}(\mathcal{C}, \overline{\mathcal{S}})$ a dvojitého zdroja $\overline{\mathcal{D}}$ platí

$$\begin{aligned} H(\overline{\mathcal{S}}) &= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \cdot H(\mathbf{B}_n) \\ H(\mathcal{R}) &= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \cdot H(\mathbf{A}_n) \\ H(\mathcal{D}) &= \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \cdot H(\mathbf{D}_n) \end{aligned}$$

$$I(\mathbf{A}_n, \mathbf{B}_n) = H(\mathbf{A}_n) + H(\mathbf{B}_n) - H(\mathbf{D}_n)$$

$$I(\overline{\mathcal{S}}, \mathcal{R}) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \cdot I(\mathbf{A}_n, \mathbf{B}_n) = H(\overline{\mathcal{S}}) + H(\mathcal{R}) - H(\mathcal{D}).$$

Kapacita kanála

Kapacitu kanála môžeme definovať troma spôsobmi

- pomocou maximálneho množstva informácie pripadajúcej na jeden znak, ktoré je kanál schopný preniesť – $C_1(\mathcal{C})$
- pomocou maximálnej entropie zdroja, ktorého správy je kanál schopný prenášať s ľubovoľne malým rizikom – $C_2(\mathcal{C})$
- pomocou počtu spoľahlivo prenesených postupností – $C_3(\mathcal{C})$.

Kapacita kanála prvého druhu

Kapacitu prvého druhu definujeme nasledovne

$$C_1(\mathcal{C}) = \sup_{\overline{\mathcal{S}}} I(\overline{\mathcal{S}}, \mathcal{R}(\mathcal{C}, \overline{\mathcal{S}})),$$

kde suprémum berieme cez množinu všetkých zdrojov s abecedou Y.
Ostatné kapacity nešpecifikujeme, platí však $C_1(\mathcal{C}) = C_1(\mathcal{C}) = C_1(\mathcal{C})$.

Veta (Priama Shannonova veta)

Ak pre stacionárny nezávislý zdroj $\mathcal{S}$ a pre stacionárny nezávislý kanál $\mathcal{C}$ platí

$$H(\mathcal{S}) < C(\mathcal{C}),$$

potom možno správy zdroja $\mathcal{S}$ preniesť cez kanál $\mathcal{C}$ s ľubovoľne malým rizikom.

Veta (Obrátená Shannonova veta)

Ak pre stacionárny nezávislý zdroj $\mathcal{S}$ a pre stacionárny nezávislý kanál $\mathcal{C}$ platí

$$H(\mathcal{S}) > C(\mathcal{C}),$$

potom nemožno správy zdroja $\mathcal{S}$ preniesť cez kanál $\mathcal{C}$ s ľubovoľne malým rizikom.