Výsledky:

I.
1. $\frac{1}{2}y^2 + y + \ln|y-1| = -\frac{1}{x} + c$.
2. $y = 2 - 3\cos x$.
3. $\left(c\,\mathrm{e}^{-x^2} - 1\right) y = 1$, $y = 0$.
4. $y(1+x) = 1$.
5. $(1+x^2)(1+y^2) = cy^2$, $c > 0$, $y = 0$.
6. Riešenie prechádzajúce bodom (x_0, y_0) je $y = y_0\,\mathrm{e}^w$, kde $w = \frac{\mathrm{tg}(x/2)}{\mathrm{tg}(x_0/2)}$.
7. $x + y = cx^2$.
8. $x(y-x) = cy$.
9. $y = c\,\mathrm{e}\,y/x$.
10. $x - 2y + \ln|x+y| = c$.
11. $\sin\frac{y}{x} = cx$.
12. $y^2 - x^2 = cy$, $y = 0$.
13. $y = \mathrm{tg}(x+c) - x - 2$.
14. $x^2 - xy + y^2 + x - y = c$.
15. $y + 2 = c\,\mathrm{e}^w$, kde $w = -2\,\mathrm{arctg}\,\frac{y+2}{y-3}$.
16. $y = c\cos x + \sin x$, $x \in \left((2k-1)\frac{\pi}{2}\;\;(2k+1)\frac{\pi}{2}\right)$.
17. $y = c\,\mathrm{e}^{x^2} - x^2 - 1$.
18. $y = \frac{1}{x}(c - \ln|x|)$, $x \neq 0$.
19. $y^{-2} = x^4(2\,\mathrm{e}^x + c)$, $y = 0$.
20. $y(\mathrm{e}^x + c\,\mathrm{e}^{2x}) = 1$, $y = 0$.
21. $y = x + 1$, $y = -x - 1$, resp. $x = \frac{p}{\sqrt{p^2-1}}\left[\ln\left(p + \sqrt{p^2-1}\right) + c\right]$, $y = \frac{x}{p} + p$.
22. $y = \left(\sqrt{x+a} + c\right)^2$, $y = 0$.
23. $x = c(p-1)^{-2} + 2p + 1$, $y = cp^2(p-1)^{-2}$, resp. $y = x - 2$, $y = 0$.
24. $x = \frac{p+c}{p^2}$, $y = 2 + 2\frac{c}{p} - \ln p$.
25. $x = (p-1)^{-2} + \arcsin\frac{p}{a} + \sqrt{a - p^2}$, $y = p^2 x - \sqrt{a - p^2}$, resp. $y = -\sqrt{a}$, ak $y \geq 1$ tiež $y = x - \sqrt{a-1}$.
26. $y = cx + \frac{a}{c}$, $y = \pm 2\sqrt{ax}$.
27. $y = cx - 3c^3$, $y = \pm\frac{2}{9}\sqrt{x^3}$.
28. $y = cx - 2 - c$.
29. $y = cx + ac^2$, pre $a \neq 0$ $y = \pm\frac{x^2}{4a}$.
30. Pre $c \geq 0$ $y = cx + c$, pre $c < 0$ $y = cx - c$.
31. $y = \pm 1$, pre $x \in \left(-\frac{\pi}{2} - c\;\;\frac{\pi}{2} - c\right)$ $y = \sin x + c$ a pre $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + c\;\;\frac{\pi}{2} + c\right)$ $y = \sin -x + c$.
32. $x\,\mathrm{e}^y = \mathrm{e}^x + c$.
33. $xp^2 = c\sqrt{|p|} - 1$, $y = xp - x^2p^3$, resp. $y = 0$.
34. $xy = c\ln|x|$.
35. $y = x(c + \sin x)$.
36. $\left(\sqrt{y} - x\right)\ln\left[c\left(\sqrt{y} - x\right)\right] = x$, $2\sqrt{y} = x$.
37. $\ln cx = \mathrm{cotg}\,\frac{1}{2}\ln\frac{y}{x}$ a $y = x\,\mathrm{e}^{2k\pi}$, $k \in Z$.
38. $y = \mathrm{e}^x(\ln|x| + c)$.
39. $y = 3x + c$, $y = -x + c$.
40. $cx = \ln cy$, $y = \mathrm{e}^x$.
41. $y = 2x^2 + c$, $y = -x^2 + c$.
42. $\frac{1}{y} = x\left(c - \frac{1}{2}\ln^2 x\right)$.
43. $y = \sqrt{2\sqrt{1-x^2} + x^2 - 1}$.
44. $y = x^4\left(c + \frac{1}{2}\ln x\right)^2$.
45. $y + 1 = 2\,\mathrm{tg}\left(c - \frac{2}{x}\right)$.
46. $39x + 65y - 6 = c\,\mathrm{e}^{\frac{13}{17}(y-2x)}$.
47. $y\ln x + y + cxy = 1$.
48. $\left(y - \frac{1}{9}x^3 - c\right)^2 = \frac{4}{9}cx^3$.
49. $x = \frac{1}{p^2}$, $y = -\ln|p|$, resp. $y = c$.
50. $y = cx + 4c$.
51. $-y + \sqrt{y^2 - 4x^2} = c\,\mathrm{e}^w$, kde $w = -\frac{\left(y + \sqrt{y^2-4x^2}\right)^2}{8x^2}$ (Návod: Vypočítajte $p = y'$ a urobte substitúciu $y = 2xz$.)
52. $y = c\,\mathrm{e}^{x^2} - x^2 - 1$.
53. $y = x^4\ln^2 cx$, $y = 0$.
54. $x = \mathrm{e}^y + c\,\mathrm{e}^{-y}$.

II.
1. $x^2 + \ln|x| + c_1 x + c_2$, $x \neq 0$.
2. $\sqrt{\frac{2}{3}(x + c_1)^3} + c_2$, $x > -c_1$.

3. $x^2\ln|x|+c_1x^2+c_2x+c_3,\ x\neq 0.$
4. $\frac{1}{8}x^4+c_1\frac{x^2}{2}+c_2,\ x\in R.$
5. $-c_1x-(1+c_1^2)\ln|x-c_1|+c_2,\ x\neq c_1.$
6. $c_1\,\mathrm{e}^{3x}+c_2\,\mathrm{e}^{-3x}.$
7. $c_1\,\mathrm{e}^{x}+c_2\,\mathrm{e}^{3x}.$
8. $c_1+c_2\,\mathrm{e}^{-5x}.$
9. $c_1\,\mathrm{e}^{2x}+c_2\,\mathrm{e}^{-x/2}.$
10. $c_1\,\mathrm{e}^{-3x}+c_2x\,\mathrm{e}^{-3x}.$
11. $c_1\,\mathrm{e}^{-3x/2}+c_2x\,\mathrm{e}^{-3x/2}.$
12. $c_1\,\mathrm{e}^{a^2x}+c_2x\,\mathrm{e}^{a^2x}.$
13. $c_1\cos 4x+c_2\sin 4x.$
14. $(c_1\cos 3x+c_2\sin 3x)\,\mathrm{e}^{2x}.$
15. $(c_1\cos\sqrt{7}\frac{x}{2}+c_2\sin\sqrt{7}\frac{x}{2})\,\mathrm{e}^{-x/2}.$
16. $c_1\,\mathrm{e}^{x}+c_2\,\mathrm{e}^{-2x}.$
17. $c_1\,\mathrm{e}^{2x}+c_2\,\mathrm{e}^{-4x/3}.$
18. $c_1\,\mathrm{e}^{(1+\sqrt{2})x}+c_2\,\mathrm{e}^{(1-sqrt2)x}.$
19. $(c_1\cos 2x+c_2\sin 2x)\,\mathrm{e}^{-3x}.$
20. $(c_1\cos\frac{x}{2}+c_2\sin\frac{x}{2})\,\mathrm{e}^{x}.$
21. $c_1\,\mathrm{e}^{5x/2}+c_2x\,\mathrm{e}^{5x/2}.$
22. $c_1+c_2\,\mathrm{e}^{x}+c_3\,\mathrm{e}^{-x}.$
23. $c_1\,\mathrm{e}^{x}+c_2\,\mathrm{e}^{-x}+c_3\,\mathrm{e}^{2x}+c_4\,\mathrm{e}^{-2x}.$
24. $c_1+c_2x+c_3\,\mathrm{e}^{x}+c_4x\,\mathrm{e}^{x}.$
25. $c_1\,\mathrm{e}^{x}+[c_2\cos\sqrt{3}\frac{x}{2}+c_3\sin\sqrt{3}\frac{x}{2}]\,\mathrm{e}^{-x/2}.$
26. $(c_1\cos x+c_2\sin x)\,\mathrm{e}^{x}+(c_3\cos x+c_4\sin x)\,\mathrm{e}^{-x}.$
27. $c_1\cos x+c_2\sin x+c_3\cos 2x+c_4\sin 2x.$
28. $c_1+c_2\cos x+c_3\sin x+c_4x\cos x+c_5x\sin x.$
29. $c_1\,\mathrm{e}^{2x}+c_2\,\mathrm{e}^{-2x}+c_3\,\mathrm{e}^{3x}+c_4\,\mathrm{e}^{-3x}.$

III.
1. $c_1\,\mathrm{e}^{2x}+c_2\,\mathrm{e}^{5x}+4.$
2. $c_1\,\mathrm{e}^{2x}+c_2\,\mathrm{e}^{5x}-2x\,\mathrm{e}^{2x}.$
3. $c_1\cos 2x+c_2\sin 2x+\frac{x}{4}\sin 2x.$
4. $c_1\,\mathrm{e}^{2x}+c_2\,\mathrm{e}^{5x}+2x^2+1.$
5. $c_1\,\mathrm{e}^{2x}+c_2\,\mathrm{e}^{5x}+(3\cos x-\sin x)\,\mathrm{e}^{2x}.$
6. $(c_1\cos 2x+c_2\sin 2x)\,\mathrm{e}^{2x}+\frac{2}{5}x^2+\frac{16}{25}x+\frac{44}{125}.$
7. $c_1\,\mathrm{e}^{2x}+c_2\,\mathrm{e}^{5x}+(x^2+3x)\,\mathrm{e}^{2x}.$
8. $c_1\cos 2x+c_2\sin 2x+\frac{1}{4}x^4-\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{3}{8}.$
9. $c_1\cos 2x+c_2\sin 2x-\frac{1}{5}\cos 3x.$
10. $c_1\,\mathrm{e}^{2x}+c_2\,\mathrm{e}^{5x}+6\,\mathrm{e}^{2x}.$
11. $c_1\cos 2x+c_2\sin 2x\frac{1}{8}\,\mathrm{e}^{-2x}.$
12. $c_1\cos 2x+c_2\sin 2x+\left(\frac{1}{32}-\frac{x^2}{4}\right)\cos 2x.$
13. $c_1\cos 2x+c_2\sin 2x+\frac{1}{100}\left[(5x-1)\sin 2x+(7-10x)\cos 2x\right]\mathrm{e}^{2x}.$
14. $(c_1\cos 2x+c_2\sin 2x)\,\mathrm{e}^{2x}+\mathrm{e}^{2x}.$
15. $(c_1\cos 2x+c_2\sin 2x)\,\mathrm{e}^{2x}+\frac{1}{8}(\cos x+\sin x).$
16. $c_1\,\mathrm{e}^{2x}+c_2\,\mathrm{e}^{5x}+3\sin 2x+7\cos 2x.$
17. $(c_1\cos 2x+c_2\sin 2x)\,\mathrm{e}^{2x}-\frac{x}{2}\,\mathrm{e}^{2x}\cos x.$
18. $c_1\cos x+c_2\sin x+(2x-2)\,\mathrm{e}^{x}.$
19. $(c_1\cos 2x+c_2\sin 2x)\,\mathrm{e}^{2x}+\frac{1}{4}\left(x^2\sin x+x\cos x\right)\mathrm{e}^{2x}.$
20. $c_1+c_2\,\mathrm{e}^{-x}+\frac{1}{2}x^2-x.$
21. $c_1\,\mathrm{e}^{-x}+c_2\,\mathrm{e}^{3x}+\frac{1}{5}\,\mathrm{e}^{4x}.$
22. $(c_1\cos 2x+c_2\sin 2x)\,\mathrm{e}^{2x}-\frac{1}{3}\,\mathrm{e}^{2x}\sin 2x.$
23. $c_1\,\mathrm{e}^{x}+c_2\,\mathrm{e}^{-2x}+\left(\frac{x^2}{2}-\frac{x}{3}\right).$
24. $c_1\,\mathrm{e}^{x}+c_2\,\mathrm{e}^{4x}-(2x^2-2x+3)\,\mathrm{e}^{2x}.$
25. $c_1\,\mathrm{e}^{x}+c_2\,\mathrm{e}^{2x}+\frac{1}{100}(10x-12)\cos x-\frac{1}{100}(30x+34)\sin x.$
26. $(c_1+c_2x+x^3)\,\mathrm{e}^{x}.$
27. $(c_1+c_2x)\,\mathrm{e}^{-2x}+\left(\frac{x}{16}-\frac{1}{32}\right)\mathrm{e}^{2x}.$
28. $c_1\cos 2x+c_2\sin 2x-\sin 3x-\frac{1}{5}\cos 3x-\frac{x}{4}\cos 2x.$
29. $(c_1\sin x+c_2\cos x)\,\mathrm{e}^{x}+\frac{1}{10}(2\cos 2x-sin2x)+\frac{x^2}{2}+x+\frac{1}{2}.$
30. $c_1\,\mathrm{e}^{x}+c_2x\,\mathrm{e}^{-x}+x\,\mathrm{e}^{x}+x^2+2.$
31. $c_1\,\mathrm{e}^{x}+c_2x\,\mathrm{e}^{-4x}-\frac{x}{5}\,\mathrm{e}^{-4x}+\left(\frac{x}{6}+\frac{1}{36}\right)\mathrm{e}^{-x}.$
32. $c_1\,\mathrm{e}^{-3x}+c_2$
$ee^{2x}+\frac{x}{5}\,\mathrm{e}^{2x}-\frac{x}{6}-\frac{1}{36}.$
33. $c_1\,\mathrm{e}^{x}+c_2x\,\mathrm{e}^{-3x}+\left(\frac{x^3}{12}-\frac{x^2}{16}-\frac{x}{32}\right)\mathrm{e}^{x}.$

34. $(c_1\cos 2x + c_2\sin 2x)\,\mathrm{e}^{-x} - \frac{1}{2}\cos 2x - 2\sin 2x$.
35. $c_1\,\mathrm{e}^{-x} + c_2\,\mathrm{e}^{x/2} + \mathrm{e}^{x}$.
36. $c_1\,\mathrm{e}^{x} + c_2 x\,\mathrm{e}^{-5x} - \frac{2}{10}$.
37. $(c_1 + c_2 x + c_3 x^2 + \cos x)\,\mathrm{e}^{-x}$.
38. $c_1\,\mathrm{e}^{-x} + c_2\,\mathrm{e}^{-x} + \frac{x^2}{2}\,\mathrm{e}^{-x} + \frac{1}{4}\,\mathrm{e}^{x}$.
39. $(c_1\cos ax + c_2\sin ax) - \frac{\mathrm{e}^{x}}{a^2+1}$.
40. $(c_1 + c_2 x)\,\mathrm{e}^{x} + c_3\,\mathrm{e}^{-2x} + (x^2 + x - 1)\,\mathrm{e}^{-x}$.
41. $c_1 + c_2\cos x + c_3\sin x + \frac{1}{4}x\sin x - \frac{x^2}{4}\cos x$.
42. $c_1\,\mathrm{e}^{x} + c_2\,\mathrm{e}^{-x/2}\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x + c_3\,\mathrm{e}^{-x/2}\sin\frac{\sqrt{3}}{2}x - x^3 - 5$.

IV.
1. $\frac{1}{4}x^4 + x + 2,\ x \in R$.
2. $-x\ln x + x^2 - 1,\ x > 0$.
3. $\mathrm{e}^{x}(x-1) + \frac{1}{2\,\mathrm{e}}(5 - x^2) + 1,\ x < 0$.
4. $\frac{2}{3}\sqrt{(x+4)^3} - \frac{16}{3},\ x > -4$.
5. $a\cos x - a - 1,\ x \in R$.
6. $\frac{5}{4}\,\mathrm{e}^{2x} - \frac{1}{4}\,\mathrm{e}^{-2x}$.
7. $(7 - 3x)\,\mathrm{e}^{x-2}$.
8. $2\sin\frac{x}{2} - 6\cos\frac{x}{2}$.
9. $2 + \mathrm{e}^{-x}$.
19. $(2\cos 2x + \sin 2x)\,\mathrm{e}^{-x}$..
11. $\frac{1}{2}(\sin x\cosh x - \cos x\sinh x)$.
12. $-6\cos\frac{x}{2} + 2\sin\frac{x}{2}$.
13. $4\,\mathrm{e}^{x} + 2\,\mathrm{e}^{3x}$.
14. $3\,\mathrm{e}^{-2x}\sin 5x$.
15. $(2 + x)\,\mathrm{e}^{-x/2}$.
16. $\cos x + \frac{1}{2}(\sin x - x\cos x)$.
17. $2\cos x - 5\sin x + 2\,\mathrm{e}^{x}$.
18. $\mathrm{e}^{2x-1} - 2\,\mathrm{e}^{x} - 1$.
19. $(1 + x)\,\mathrm{e}^{-3x/2} + 2\,\mathrm{e}^{-5x/2}$.
20. $(x - \sin x)\,\mathrm{e}^{-x}$.
21. $\mathrm{e}^{x} + x^2$.
22. $\left(\mathrm{e}^{x} - x^2 - x + 1\right)\mathrm{e}^{x}$.
23. $(x - 1)\left(\mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e}^{-x}\right)$.
24. $2\frac{\sinh x}{\sinh 1} - 2x$.
25. $4 - 3\,\mathrm{e}^{-x} + \mathrm{e}^{-2x}$.
26. $\left(1 - \frac{1}{2}x\right)\cos x + \frac{1}{2}\sin x$.
27. $\mathrm{e}^{x} + x^3$.
28. $\frac{1}{36}\left(18\,\mathrm{e}^{x} - 81\,\mathrm{e}^{2x} + 58\,\mathrm{e}^{3x} + 6x + 5\right)$.
29. $x - x\sin x - 2\cos x$.

V.
1. $c_1\,\mathrm{e}^{x} + c_2\,\mathrm{e}^{-x},\ c_1\,\mathrm{e}^{x} + 5c_2\,\mathrm{e}^{-x}$.
2. $2c_1\,\mathrm{e}^{10x} + 3c_2\,\mathrm{e}^{3x},\ c_1\,\mathrm{e}^{10x} - 2c_2\,\mathrm{e}^{3x}$.
3. $c_1\,\mathrm{e}^{3x} + c_2\,\mathrm{e}^{-3x},\ 2c_1\,\mathrm{e}^{3x} - 4c_2\,\mathrm{e}^{-3x}$.
4. $c_1\cos 2x + c_2\sin 2x,\ -c_1(\cos 2x + 2\sin 2x) + c_2(2\cos 2x + \sin 2x)$.
5. $(c_1\sin 3x - c_2\cos 3x)\,\mathrm{e}^{x},\ (c_1\cos 3x + c_2\sin 3x)\,\mathrm{e}^{x}$.
6. $c_1\,\mathrm{e}^{x} + c_2\,\mathrm{e}^{5x},\ -c_1\,\mathrm{e}^{x} + 3c_2\,\mathrm{e}^{5x}$.
7. $c_1\,\mathrm{e}^{-x} + c_2\,\mathrm{e}^{3x},\ 2c_1\,\mathrm{e}^{-x} - 2c_2\,\mathrm{e}^{3x}$.
8. $(c_1\cos x + c_2\sin x)\,\mathrm{e}^{2x},\ [c_1(\cos x - \sin x) + c_2(\cos x + \sin x)]\,\mathrm{e}^{2x}$.
9. $(c_1\cos x + c_2\sin x)\,\mathrm{e}^{-6x},\ [(c_1 + c_2)\cos x + (c_2 - c_1)\sin x]\,\mathrm{e}^{-6x}$.
10. $(c_1\cos 3x + c_2\sin 3x)\,\mathrm{e}^{x},\ (c_1\sin 3x - c_2\cos 3x)\,\mathrm{e}^{x}$.
11. $(c_1 + c_2 x)\,\mathrm{e}^{3x},\ (c_1 + c_2 + c_2 x)\,\mathrm{e}^{3x}$.
12. $(c_1 + c_2 x)\,\mathrm{e}^{x},\ (2c_1 - c_2 + 2c_2 x)\,\mathrm{e}^{x}$.
13. $c_1\,\mathrm{e}^{x} + c_2\,\mathrm{e}^{2x} + c_3\,\mathrm{e}^{-x},\ c_1\,\mathrm{e}^{x} - 3c_3\,\mathrm{e}^{-x},\ c_1\,\mathrm{e}^{x} + c_2\,\mathrm{e}^{2x} - 5c_3\,\mathrm{e}^{-x}$.
14. $c_2(\cos x + \sin x) + 2c_3\sin x,\ 2c_1\,\mathrm{e}^{x} + c_2(\cos x + \sin x) + 2c_3\sin x,\ c_1\,\mathrm{e}^{x} - c_2\sin x + c_3(\cos x - \sin x)$.
15. $2(c_2\sin 2x + c_3\cos 2x)\,\mathrm{e}^{x},\ (c_1 - c_2\cos 2x + c_3\sin 2x)\,\mathrm{e}^{x},\ (-c_1 - 3c_2\cos 2x + 3c_3\sin 2x)\,\mathrm{e}^{x}$.
16. $c_1\,\mathrm{e}^{x} + 3c_2\,\mathrm{e}^{2x},\ -2c_2\,\mathrm{e}^{2x} + c_3\,\mathrm{e}^{-x},\ c_1 + c_2\,\mathrm{e}^{2x} - 2c_3\,\mathrm{e}^{-x}$.
17. $c_1\,\mathrm{e}^{2x} + (c_2 + c_3)\,\mathrm{e}^{3x},\ c_1\,\mathrm{e}^{2x} + c_2\,\mathrm{e}^{3x},\ c_1\,\mathrm{e}^{2x} + c_3\,\mathrm{e}^{3x}$.
18. $(c_1 + c_2 x)\,\mathrm{e}^{x} + c_3\,\mathrm{e}^{2x},\ (c_1 - 2c_2 + c_2 x)\,\mathrm{e}^{x},\ (c_1 - c_2 + c_2 x)\,\mathrm{e}^{x} + c_3\,\mathrm{e}^{2x}$.
19. $c_1\,\mathrm{e}^{x} + c_2\,\mathrm{e}^{2x} + c_3\,\mathrm{e}^{5x},\ c_1\,\mathrm{e}^{x} - 2c_2\,\mathrm{e}^{2x} + c_3\,\mathrm{e}^{5x},\ -c_1\,\mathrm{e}^{x} - 3c_2\,\mathrm{e}^{2x} + 3c_3\,\mathrm{e}^{5x}$.
20. $c_1\,\mathrm{e}^{2x} + (c_2\cos x + c_3\sin x)\,\mathrm{e}^{3x},\ [(c_2 + c_3)\cos x + (c_3 - c_2)\sin x]\,\mathrm{e}^{3x},\ c_1\,\mathrm{e}^{2x} + [(2c_2 - c_3)\cos x + (c_2 + 2c_3)\sin x]\,\mathrm{e}^{3x}$.

VI.
1. $(\cos x - \sin x)\,\mathrm{e}^{-6x},\ \mathrm{e}^{-6x}\cos x$.

2. $-3\,e^{-3x}+4\,e^{-2x}$, $3\,e^{-3x}-3\,e^{-2x}$.
3. $e^{5x}+e^{-x}$, $2\,e^{5x}-e^{-x}$.
4. $(3\cos x-2\sin x)\,e^{x}$, $(\cos x-5\sin x)\,e^{x}$.
5. $e^{3x}+e^{-4x}$, $3\,e^{3x}-4\,e^{-4x}$.
6. $(1-2x)\,e^{-2x}$, $(1+2x)\,e^{-2x}$.
7. $e^{x}+2\,e^{-x}$, $e^{x}-2\,e^{-x}$, $e^{x}+2\,e^{-x}$.
8. $6x\,e^{2x}$, $(2-6x)\,e^{2x}$.
9. $1-\cos x-\sin x$, $\sin x-\cos x$, $\sin x+\cos x$.
10. $-e^{x}+2\sin x$, $2\cos x+2\sin x$, $-e^{-x}+2\cos x$.
11. $\frac{1}{3}\,e^{-x}+\frac{1}{6}\,e^{2x}+\frac{1}{2}\,e^{-2x}$, $\frac{1}{3}\,e^{-x}+\frac{1}{6}\,e^{2x}-\frac{1}{2}\,e^{-2x}$, $-\frac{1}{3}\,e^{-x}+\frac{1}{3}\,e^{2x}$.
12. $-e^{-x}$, e^{-x}, 0.

VII.
1. $\begin{pmatrix} 3\,e^{x}-2\,e^{-2x} & 6\,e^{-2x}-6\,e^{x} \\ e^{x}-e^{-2x} & 3\,e^{-2x}-2\,e^{x} \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 9\,e^{x}-8\,e^{-2x} \\ 3\,e^{x}-4\,e^{x} \end{pmatrix}$.
2. $e^{x}\begin{pmatrix} 1+2x & -x \\ 4x & 1-2x \end{pmatrix}$, $e^{x}\begin{pmatrix} -2x \\ 2-4x \end{pmatrix}$.
3. $\begin{pmatrix} \cos 2x-\frac{1}{2}\sin 2x & \frac{5}{2}-\sin 2x \\ -\frac{1}{2}\sin 2x & \frac{1}{2}\sin 2x+\cos 2x \end{pmatrix}$, $e^{x}\begin{pmatrix} 2\cos 2x-3\sin 2x \\ -\frac{3}{2}\sin 2x-\cos 2x \end{pmatrix}$.
4. $e^{x}\begin{pmatrix} \cos x & \sin x \\ -\sin x & \cos x \end{pmatrix}$, $e^{x}\begin{pmatrix} \cos x+2\sin x \\ 2\sin x-\sin x \end{pmatrix}$.
5. $\dfrac{1}{3}\begin{pmatrix} e^{2x}+2\,e^{-x} & e^{2x}-e^{-x} & e^{2x}-e^{-x} \\ e^{2x}-e^{-x} & e^{2x}+2\,e^{-x} & e^{2x}-e^{-x} \\ e^{2x}-e^{-x} & e^{2x}-e^{-x} & e^{2x}+2\,e^{-x} \end{pmatrix}$, $\dfrac{1}{3}\begin{pmatrix} 2\,e^{2x}+e^{-x} \\ 2\,e^{2x}-2\,e^{-x} \\ 2\,e^{2x}+e^{-x} \end{pmatrix}$.
6. $\begin{pmatrix} \sin x+e^{x} & \sin x & \cos x-\sin x-e^{x} \\ \cos x-e^{x} & \cos x & -\cos x-\sin x+e^{x} \\ \sin x & \sin x & \cos x-\sin x \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3\cos x-2\,e^{x} \\ -3\sin x+2\,e^{x} \\ 3\cos x \end{pmatrix}$.

VIII.
1. $(c_1+c_2+2c_2x)\,e^{x}-2$, $(c_1+2c_2x)\,e^{x}-3$.
2. $(c_1+2c_2)\cos 2x+(2c_1-c_2)\sin 2x+10x$, $c_1\cos 2x-c_2\sin 2x+2x+2$.
3. $c_1\,e^{x}-c_2\,e^{-x}+(x-1)\,e^{x}-2x$, $c_1\,e^{x}+c_2\,e^{-x}+x\,e^{x}-x^2-2$.
4. $-c_1\,e^{-x}+c_2\,e^{5x}+e^{x}-3x+\frac{12}{5}$, $c_1\,e^{-x}-c_2\,e^{5x}-3\,e^{x}+2x-\frac{13}{5}$.
5. $2c_1\,e^{-4x}+c_2\,e^{-7x}+\frac{7}{40}\,e^{x}+\frac{1}{27}\,e^{2x}$, $c_1\,e^{-4x}-c_2\,e^{-7x}+\frac{1}{40}\,e^{x}+\frac{7}{54}\,e^{2x}$.
6. $c_1\cos x+c_2\sin x+x\sin x-x\cos x$, $c_1(\cos x+\sin x)+c_2(\sin x-\cos x)-2x\cos x+\cos x+\sin x$.
7. $(c_1+c_2x-x^2)\,e^{x}$, $(c_1-c_2+c_2x+2x-x^2)\,e^{x}$.
8. $c_1(1+2x)-2c_2-2\cos x-3\sin x$, $c_1x+c_2+2\sin x$.
9. $(c_1-c_2)\cos x+(c_1+c_2)\sin x+2\cos x\ln|\cos x|+2x\sin x$, $c_1\cos x+c_2\sin x+x(\cos x+\sin x)+(\cos x-\sin x)\ln|\cos x|$.
10. $(c_1-c_2+2c_2x-8\sqrt{x^5}+10\sqrt{x^3})\,e^{x}$, $(c_1+c_2x-8\sqrt{x^5})\,e^{x}$.
11. $c_1\,e^{x}+c_2\,e^{-x}+x\sinh x$, $c_1\,e^{x}-c_2\,e^{-x}+\sinh x+x\cosh x$.
12. $c_1\,e^{-4x}+c_2\,e^{-7x}+\frac{7}{40}\,e^{x}+\frac{1}{5}\,e^{-2x}$, $\frac{1}{2}c_1\,e^{-4x}-c_2\,e^{-7x}+\frac{1}{40}\,e^{x}+\frac{3}{10}\,e^{-2x}$.
13. $2(c_1\sin 2x-c_2\cos 2x)\,e^{x}-2\,e^{-x}$, $(c_1\cos 2x+c_2\sin 2x+3c_3)\,e^{x}-e^{-x}$, $(c_1\cos 2x+c_2\sin 2x-c_3)\,e^{x}-e^{-x}$.
14. $c_1\,e^{x}+c_2\sin x-c_3\cos x+x$, $-c_1\,e^{x}+c_2\cos x+c_3\sin x+1$, $c_2\sin x-c_3\cos x+x$.

IX.
1. $\frac{4}{3}\,e^{2x}-\frac{1}{3}\,e^{-x}-2\sin x-\cos x$, $\frac{8}{3}\,e^{2x}+\frac{1}{3}\,e^{-x}+\sin x+3\cos x$.
2. $\frac{2}{3}\,e\,x-\frac{8}{3}\,e^{-4x}+3\,e^{5x}$, $-\frac{2}{3}\,e\,x-\frac{4}{3}\,e^{4x}+e^{5x}$.
3. $(2+x)(\cos x+\sin x)+(\cos x\sin x)\ln|\cos x|$, $(4+2x)\sin x+2\cos x\ln|\cos x|$.