Matematická analýza 1

2023/2024

1. Zopár základných pojmov

Pre správne zobrazenie, fungovanie tooltipov, 2D a 3D animácií je nevyhnutné súbor otvoriť pomocou programu Adobe Reader (zásuvný modul Adobe PDF Plug-In webového prehliadača nestačí).

Kliknutím na text pred ikonou získate nápomoc.

Kliknutím na skratku v modrej lište vpravo hore sa dostanete na príslušný slajd, druhým kliknutím sa dostanete na koniec tohto slajdu.

Obsah

Základné symboly – Kvantifikátory

Všeobecný kvantifikátor označujeme $\forall$ a vyjadruje:

Existenčný kvantifikátor označujeme $\exists$ a vyjadruje:

Základné symboly – Kvantifikátory

Všeobecný kvantifikátor označujeme $\forall$ a vyjadruje:

Pre všetky, každý, ľubovoľný, žiadny (v zápore), . . .

Existenčný kvantifikátor označujeme $\exists$ a vyjadruje:

Existuje, aspoň jeden, niektorý, . . .

Základné symboly – Kvantifikátory

Všeobecný kvantifikátor označujeme $\forall$ a vyjadruje:

Pre všetky, každý, ľubovoľný, žiadny (v zápore), ...

Existenčný kvantifikátor označujeme $\exists$ a vyjadruje:

Existuje, aspoň jeden, niektorý, ...

- $\exists!$ vyjadruje: Existuje práve jeden (aspoň jeden a súčasne najviac jeden).

Základné symboly – Kvantifikátory

Všeobecný kvantifikátor označujeme $\forall$ a vyjadruje:

Pre všetky, každý, ľubovoľný, žiadny (v zápore), ...

Napr. výrok „$\forall n \in N\colon\ a > 0 \Rightarrow a^n > 0$."

Existenčný kvantifikátor označujeme $\exists$ a vyjadruje:

Existuje, aspoň jeden, niektorý, ...

- $\exists!$ vyjadruje: Existuje práve jeden (aspoň jeden a súčasne najviac jeden).

Napr. výrok „$\exists n \in N\colon\ a > 0 \Rightarrow a^n > 0$."

Základné symboly – Kvantifikátory

Všeobecný kvantifikátor označujeme $\forall$ a vyjadruje:

Pre všetky, každý, ľubovoľný, žiadny (v zápore), . . .

Napr. výrok „$\forall n \in N\colon\ a > 0 \Rightarrow a^n > 0$.“ čítame:

- „Ak $a > 0$, potom $a^n > 0$ pre všetky prirodzené čísla n.“

Existenčný kvantifikátor označujeme $\exists$ a vyjadruje:

Existuje, aspoň jeden, niektorý, . . .

- $\exists!$ vyjadruje: Existuje práve jeden (aspoň jeden a súčasne najviac jeden).

Napr. výrok „$\exists n \in N\colon\ a > 0 \Rightarrow a^n > 0$.“ čítame:

- „Ak $a > 0$, potom $a^n > 0$ pre nejaké prirodzené číslo n.“

Základné symboly – Kvantifikátory

Všeobecný kvantifikátor označujeme $\forall$ a vyjadruje:

Pre všetky, každý, ľubovoľný, žiadny (v zápore), ...

Napr. výrok „$\forall n \in N\colon\ a > 0 \Rightarrow a^n > 0.$“ čítame:

- „Ak $a > 0$, potom $a^n > 0$ pre všetky prirodzené čísla n.“
- „Pre všetky n prirodzené platí, že ak $a > 0$, potom $a^n > 0$.“ [A podobne.]

Existenčný kvantifikátor označujeme $\exists$ a vyjadruje:

Existuje, aspoň jeden, niektorý, ...

- $\exists!$ vyjadruje: Existuje práve jeden (aspoň jeden a súčasne najviac jeden).

Napr. výrok „$\exists n \in N\colon\ a > 0 \Rightarrow a^n > 0.$“ čítame:

- „Ak $a > 0$, potom $a^n > 0$ pre nejaké prirodzené číslo n.“
- „Existuje n prirodzené také, že ak $a > 0$, potom $a^n > 0$.“ [A podobne.]

Základné symboly – Kvantifikátory a výroky

$\forall x \in R \, \exists n \in Z : \; n < x.$

$\exists n \in Z \, \forall x \in R : \; n < x.$

Základné symboly – Kvantifikátory a výroky

$\forall x \in R \, \exists n \in Z: \; n < x.$

Zmenou poradia všeobecného kvantifikátora a existenčného kvantifikátora:

$\exists n \in Z \, \forall x \in R: \; n < x.$

Základné symboly – Kvantifikátory a výroky

$\forall x \in R \, \exists n \in Z: \; n < x.$

Pre každé $x \in R$ existuje $n \in Z$ také, že $n < x$.

Zmenou poradia všeobecného kvantifikátora a existenčného kvantifikátora:

- Zmení sa význam pôvodného výroku.

$\exists n \in Z \, \forall x \in R: \; n < x.$

Existuje $n \in Z$ také, že pre každé $x \in R$ platí $n < x$.

Základné symboly – Kvantifikátory a výroky

$\forall x \in R \, \exists n \in Z : \; n < x.$ [Pravdivý výrok]

Pre každé $x \in R$ existuje $n \in Z$ také, že $n < x$.

Zmenou poradia všeobecného kvantifikátora a existenčného kvantifikátora:

- Zmení sa význam pôvodného výroku.
- Môžeme dostať z pravdivého výroku nepravdivý výrok.

$\exists n \in Z \, \forall x \in R : \; n < x.$ [Nepravdivý výrok]

Existuje $n \in Z$ také, že pre každé $x \in R$ platí $n < x$.

Základné symboly – Kvantifikátory a výroky

$\forall x \in R \, \exists n \in Z: \; n < x.$ [Pravdivý výrok]

Pre každé $x \in R$ existuje $n \in Z$ také, že $n < x$.

Zmenou poradia všeobecného kvantifikátora a existenčného kvantifikátora:

- Zmení sa význam pôvodného výroku.
- Môžeme dostať z pravdivého výroku nepravdivý výrok.

$\exists n \in Z \, \forall x \in R: \; n < x.$ [Nepravdivý výrok]

Existuje $n \in Z$ také, že pre každé $x \in R$ platí $n < x$.

Je potrebné si uvedomiť:

Základné symboly – Kvantifikátory a výroky

$\forall x \in R \, \exists n \in Z: \; n < x.$ [Pravdivý výrok]

Pre každé $x \in R$ existuje $n \in Z$ také, že $n < x$.

Zmenou poradia všeobecného kvantifikátora a existenčného kvantifikátora:

- Zmení sa význam pôvodného výroku.
- Môžeme dostať z pravdivého výroku nepravdivý výrok.

$\exists n \in Z \, \forall x \in R: \; n < x.$ [Nepravdivý výrok]

Existuje $n \in Z$ také, že pre každé $x \in R$ platí $n < x$.

Je potrebné si uvedomiť:

- Záleží na vzájomnom poradí kvantifikátorov!

Základné symboly – Kvantifikátory a výroky

$\forall x \in R \, \exists n \in Z: \; n < x.$ [Pravdivý výrok]

Pre každé $x \in R$ existuje $n \in Z$ také, že $n < x$.

Zmenou poradia všeobecného kvantifikátora a existenčného kvantifikátora:

- Zmení sa význam pôvodného výroku.
- Môžeme dostať z pravdivého výroku nepravdivý výrok.

$\exists n \in Z \, \forall x \in R: \; n < x.$ [Nepravdivý výrok]

Existuje $n \in Z$ také, že pre každé $x \in R$ platí $n < x$.

Je potrebné si uvedomiť:

- Záleží na vzájomnom poradí kvantifikátorov!
- Zámenou poradia kvantifikátorov sa môže zmeniť význam výroku.

Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania $\sum$.

Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania $\sum$.

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

- Konečná suma $(n \in N)$.

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \cdots + a_n + \cdots$$

- Nekonečná suma.

Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania $\sum$.

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

pomocný index

- Konečná suma ($n \in N$).

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \cdots + a_n + \cdots$$

pomocný index

- Nekonečná suma.

Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania $\sum$.

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

pomocný index

postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

- Konečná suma $(n \in N)$.

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \cdots + a_n + \cdots$$

pomocný index

postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

- Nekonečná suma.

Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania $\sum$.

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

pomocný index postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

prvý index začiatok indexovania

- Konečná suma ($n \in N$).

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \cdots + a_n + \cdots$$

pomocný index postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

prvý index začiatok indexovania

- Nekonečná suma.

Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania $\sum$.

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

pomocný index postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

prvý index začiatok indexovania

- Konečná suma $(n \in N)$.

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \cdots + a_n + \cdots$$

pomocný index postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

prvý index začiatok indexovania

- Nekonečná suma.

Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania $\sum$.

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

pomocný index — postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

prvý index — začiatok indexovania

- Konečná suma $(n \in N)$.

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \cdots + a_n + \cdots$$

pomocný index — postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

prvý index — začiatok indexovania

- Nekonečná suma.

Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania $\sum$.

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

pomocný index postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

prvý index začiatok indexovania

- Konečná suma $(n \in N)$.

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \cdots + a_n + \cdots$$

pomocný index postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu

prvý index začiatok indexovania

- Nekonečná suma.

Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania $\sum$.

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

pomocný index postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu po posledný index

prvý index začiatok indexovania

- Konečná suma ($n \in N$).

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \cdots + a_n + \cdots$$

pomocný index postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu do nekonečna

prvý index začiatok indexovania

- Nekonečná suma.

Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania $\sum$.

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

n — posledný index — koniec indexovania

i — pomocný index — postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu po posledný index

1 — prvý index — začiatok indexovania

- Konečná suma ($n \in N$).

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \cdots + a_n + \cdots$$

∞ — posledný index — indexovanie pokračuje do nekonečna

j — pomocný index — postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu do nekonečna

3 — prvý index — začiatok indexovania

- Nekonečná suma.

Základné symboly – Sumátory a multiplikátory

Symbol sčítavania $\sum$.

[Analogicky aj pre symboly násobenia $\prod$, prieniku $\bigcap$ a zjednotenia $\bigcup$.]

$$\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$$

n – posledný index – koniec indexovania

i – pomocný index – postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu po posledný index

1 – prvý index – začiatok indexovania

- Konečná suma $(n \in N)$.

$$\sum_{j=3}^{\infty} a_j = a_3 + a_4 + \cdots + a_n + \cdots$$

∞ – posledný index – indexovanie pokračuje do nekonečna

j – pomocný index – postupne nadobúda hodnoty od prvého indexu do nekonečna

3 – prvý index – začiatok indexovania

- Nekonečná suma.

Základné symboly – Príklady sumátorov

Súčet a súčin prvkov.

Základné symboly – Príklady sumátorov

Súčet a súčin prvkov.

- $\sum\limits_{i=1}^{10} a_i = \sum\limits_{n=1}^{10} a_n = \sum\limits_{k=1}^{10} a_k = \sum\limits_{\alpha=1}^{10} a_\alpha = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10}$.

Základné symboly – Príklady sumátorov

Súčet a súčin prvkov.

- $\sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_\alpha = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10}.$
- $\sum_{i=1}^{n} a_k = a_k + \cdots + a_k = na_k.$

Základné symboly – Príklady sumátorov

Súčet a súčin prvkov.

- $\sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_\alpha = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10}.$

- $\sum_{i=1}^{n} a_k = a_k + \cdots + a_k = na_k.$
- $\sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7 + a_8 + \cdots + a_k + \cdots.$

Základné symboly – Príklady sumátorov

Súčet a súčin prvkov.

- $\sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_\alpha = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10}.$

- $\sum_{i=1}^{n} a_k = a_k + \cdots + a_k = na_k.$
- $\sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7 + a_8 + \cdots + a_k + \cdots.$

- $\prod_{k=1}^{i} a_k = a_1 \cdot a_2 \cdots a_i.$

Základné symboly – Príklady sumátorov

Súčet a súčin prvkov.

- $\sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_\alpha = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10}.$

- $\sum_{i=1}^{n} a_k = a_k + \cdots + a_k = n a_k.$
- $\sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7 + a_8 + \cdots + a_k + \cdots.$

- $\prod_{k=1}^{i} a_k = a_1 \cdot a_2 \cdots a_i.$
- $\prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdots a_n \cdots.$

Základné symboly – Príklady sumátorov

Súčet a súčin prvkov.

- $\sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_\alpha = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10}.$

- $\sum_{i=1}^{n} a_k = a_k + \cdots + a_k = na_k.$
- $\sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7 + a_8 + \cdots + a_k + \cdots.$

- $\prod_{k=1}^{i} a_k = a_1 \cdot a_2 \cdots a_i.$
- $\prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdots a_n \cdots.$
- $\prod_{i=1}^{n} i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n = n!.$

Základné symboly – Príklady sumátorov

Súčet a súčin prvkov.

- $\sum\limits_{i=1}^{10} a_i = \sum\limits_{n=1}^{10} a_n = \sum\limits_{k=1}^{10} a_k = \sum\limits_{\alpha=1}^{10} a_\alpha = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10}.$

- $\sum\limits_{i=1}^{n} a_k = a_k + \cdots + a_k = na_k.$
- $\sum\limits_{k=7}^{\infty} a_k = a_7 + a_8 + \cdots + a_k + \cdots.$

- $\prod\limits_{k=1}^{i} a_k = a_1 \cdot a_2 \cdots a_i.$
- $\prod\limits_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdots a_n \cdots.$
- $\prod\limits_{i=1}^{n} i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n = n!.$

Prienik a zjednotenie množín.

Základné symboly – Príklady sumátorov

Súčet a súčin prvkov.

- $\sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_\alpha = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10}.$

- $\sum_{i=1}^{n} a_k = a_k + \cdots + a_k = na_k.$
- $\sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7 + a_8 + \cdots + a_k + \cdots.$

- $\prod_{k=1}^{i} a_k = a_1 \cdot a_2 \cdots a_i.$
- $\prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdots a_n \cdots.$
- $\prod_{i=1}^{n} i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n = n!.$

Prienik a zjednotenie množín.

- $\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n.$

Základné symboly – Príklady sumátorov

Súčet a súčin prvkov.

- $\sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_\alpha = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10}.$
- $\sum_{i=1}^{n} a_k = a_k + \cdots + a_k = na_k.$
- $\sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7 + a_8 + \cdots + a_k + \cdots.$
- $\prod_{k=1}^{i} a_k = a_1 \cdot a_2 \cdots a_i.$
- $\prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdots a_n \cdots.$
- $\prod_{i=1}^{n} i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n = n!.$

Prienik a zjednotenie množín.

- $\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n.$
- $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_3 \cap \cdots.$

Základné symboly – Príklady sumátorov

Súčet a súčin prvkov.

- $\sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_\alpha = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10}$.
- $\sum_{i=1}^{n} a_k = a_k + \cdots + a_k = na_k$.
- $\sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7 + a_8 + \cdots + a_k + \cdots$.
- $\prod_{k=1}^{i} a_k = a_1 \cdot a_2 \cdots a_i$.
- $\prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdots a_n \cdots$.
- $\prod_{i=1}^{n} i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n = n!$.

Prienik a zjednotenie množín.

- $\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n$.
- $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_3 \cap \cdots$.
- $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n$.

Základné symboly – Príklady sumátorov

Súčet a súčin prvkov.

- $\sum_{i=1}^{10} a_i = \sum_{n=1}^{10} a_n = \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{\alpha=1}^{10} a_\alpha = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10}.$

- $\sum_{i=1}^{n} a_k = a_k + \cdots + a_k = na_k.$
- $\sum_{k=7}^{\infty} a_k = a_7 + a_8 + \cdots + a_k + \cdots.$

- $\prod_{k=1}^{i} a_k = a_1 \cdot a_2 \cdots a_i.$
- $\prod_{i=1}^{\infty} a_i = a_1 \cdot a_2 \cdots a_n \cdots.$
- $\prod_{i=1}^{n} i = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n = n!.$

Prienik a zjednotenie množín.

- $\bigcap_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n.$
- $\bigcap_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_3 \cap \cdots.$

- $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n.$
- $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i = A_1 \cup A_2 \cup \cdots \cup A_n \cup \cdots.$

Dôkazy

Matematika

(ako každá vedná disciplína)

Dôkazy

Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov a axióm (nedokazovaných tvrdení)

Dôkazy

Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom a celkom.

Dôkazy

Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom a celkom.

- Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovolný.

Dôkazy

Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom a celkom.

- Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovolný.
- Výber pojmov a axióm je ovplyvnený rôznymi podmienkami

Dôkazy

Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom a celkom.

- Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovolný.
- Výber pojmov a axióm je ovplyvnený rôznymi podmienkami a hlavne účelom, pre ktorý sa disciplína buduje.

Dôkazy

Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom a celkom.

- Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovolný.
- Výber pojmov a axióm je ovplyvnený rôznymi podmienkami a hlavne účelom, pre ktorý sa disciplína buduje.

Bezspornosť systému

Dôkazy

Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom a celkom.

- Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovolný.
- Výber pojmov a axióm je ovplyvnený rôznymi podmienkami a hlavne účelom, pre ktorý sa disciplína buduje.

Bezspornosť systému

Najdôležitejšia je podmienka bezspornosti systému,

Dôkazy

Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom a celkom.

- Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovolný.
- Výber pojmov a axióm je ovplyvnený rôznymi podmienkami a hlavne účelom, pre ktorý sa disciplína buduje.

Bezspornosť systému

Najdôležitejšia je podmienka bezspornosti systému, t. j. v systéme nemôžeme odvodit výrok a súčasne jeho negáciu.

Dôkazy

Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom a celkom.

- Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovolný.
- Výber pojmov a axióm je ovplyvnený rôznymi podmienkami a hlavne účelom, pre ktorý sa disciplína buduje.

Bezspornosť systému

Najdôležitejšia je podmienka bezspornosti systému, t. j. v systéme nemôžeme odvodiť výrok a súčasne jeho negáciu.

- Na tomto základe definujeme pomocou definícií nové pojmy

Dôkazy

Matematika

(ako každá vedná disciplína) je budovaná axiomaticky od najjednoduchších (primitívnych) pojmov a axióm (nedokazovaných tvrdení) k zložitejším záverom a celkom.

- Výber systému primitívnych pojmov a axióm nie je ľubovolný.
- Výber pojmov a axióm je ovplyvnený rôznymi podmienkami a hlavne účelom, pre ktorý sa disciplína buduje.

Bezspornosť systému

Najdôležitejšia je podmienka bezspornosti systému, t. j. v systéme nemôžeme odvodiť výrok a súčasne jeho negáciu.

- Na tomto základe definujeme pomocou definícií nové pojmy a pomocou už dokázaných (t. j. dovtedy platných) viet formulujeme a dokazujeme vety nové.

Dôkazy

Axióma.

Definícia.

Veta (tvrdenie, poučka, zákon, lema, pomocná veta).

Dôkaz (dôkaz vety, tvrdenia, lemy, ...).

Dôkazy

Axióma.

- Tvrdenie, o ktorom sa predpokladá, že platí. Nedokazuje sa!

Definícia.

Veta (tvrdenie, poučka, zákon, lema, pomocná veta).

Dôkaz (dôkaz vety, tvrdenia, lemy, . . .).

Dôkazy

Axióma.

- Tvrdenie, o ktorom sa predpokladá, že platí. Nedokazuje sa!

Definícia.

- Určuje (definuje) význam nového (zavádzaného) pojmu, pomocou známych pojmov.

Veta (tvrdenie, poučka, zákon, lema, pomocná veta).

Dôkaz (dôkaz vety, tvrdenia, lemy, . . .).

Dôkazy

Axióma.

- Tvrdenie, o ktorom sa predpokladá, že platí. Nedokazuje sa!

Definícia.

- Určuje (definuje) význam nového (zavádzaného) pojmu, pomocou známych pojmov.
- Má tvar ekvivalencie „práve vtedy, ak", skrátene „ak".

Veta (tvrdenie, poučka, zákon, lema, pomocná veta).

Dôkaz (dôkaz vety, tvrdenia, lemy, ...).

Dôkazy

Axióma.

- Tvrdenie, o ktorom sa predpokladá, že platí. Nedokazuje sa!

Definícia.

- Určuje (definuje) význam nového (zavádzaného) pojmu, pomocou známych pojmov.
- Má tvar ekvivalencie „práve vtedy, ak“, skrátene „ak“.

Veta (tvrdenie, poučka, zákon, lema, pomocná veta).

- Pravdivý výrok o matematických objektoch a vzťahoch medzi nimi, ktorý je dokázaný (nie sú o ňom pochybnosti). Dokazuje sa!

Dôkaz (dôkaz vety, tvrdenia, lemy, . . .).

Dôkazy

Axióma.

- Tvrdenie, o ktorom sa predpokladá, že platí. Nedokazuje sa!

Definícia.

- Určuje (definuje) význam nového (zavádzaného) pojmu, pomocou známych pojmov.
- Má tvar ekvivalencie „práve vtedy, ak“, skrátene „ak“.

Veta (tvrdenie, poučka, zákon, lema, pomocná veta).

- Pravdivý výrok o matematických objektoch a vzťahoch medzi nimi, ktorý je dokázaný (nie sú o ňom pochybnosti). Dokazuje sa!
- Obsahuje predpoklady P, z ktorých vyplývajú závery Z,

Dôkaz (dôkaz vety, tvrdenia, lemy, . . .).

Dôkazy

Axióma.

- Tvrdenie, o ktorom sa predpokladá, že platí. Nedokazuje sa!

Definícia.

- Určuje (definuje) význam nového (zavádzaného) pojmu, pomocou známych pojmov.
- Má tvar ekvivalencie „práve vtedy, ak“, skrátene „ak“.

Veta (tvrdenie, poučka, zákon, lema, pomocná veta).

- Pravdivý výrok o matematických objektoch a vzťahoch medzi nimi, ktorý je dokázaný (nie sú o ňom pochybnosti). Dokazuje sa!
- Obsahuje predpoklady P, z ktorých vyplývajú závery Z, napr. $P \Rightarrow Z$, $P \Leftrightarrow Z$, $P \Rightarrow (Z_1 \Leftrightarrow Z_2)$, $P \Leftrightarrow Z_1 \Leftrightarrow Z_2$.

Dôkaz (dôkaz vety, tvrdenia, lemy, ...).

Dôkazy

Axióma.

- Tvrdenie, o ktorom sa predpokladá, že platí. Nedokazuje sa!

Definícia.

- Určuje (definuje) význam nového (zavádzaného) pojmu, pomocou známych pojmov.
- Má tvar ekvivalencie „práve vtedy, ak“, skrátene „ak“.

Veta (tvrdenie, poučka, zákon, lema, pomocná veta).

- Pravdivý výrok o matematických objektoch a vzťahoch medzi nimi, ktorý je dokázaný (nie sú o ňom pochybnosti). Dokazuje sa!
- Obsahuje predpoklady P, z ktorých vyplývajú závery Z, napr. $P \Rightarrow Z$, $P \Leftrightarrow Z$, $P \Rightarrow (Z_1 \Leftrightarrow Z_2)$, $P \Leftrightarrow Z_1 \Leftrightarrow Z_2$.

Dôkaz (dôkaz vety, tvrdenia, lemy, . . .).

- Logický proces, ktorého cieľom je ukázať pravdivosť vety (tvrdenia, lemy, . . .) pomocou axióm, definícií a už predtým dokázaných tvrdení.

Dôkazy – Priamy, nepriamy a dôkaz sporom

Priamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

Nepriamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

Dôkaz sporom tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

Dôkazy – Priamy, nepriamy a dôkaz sporom

Priamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

- Tvrdenie sa dokazuje priamo

Nepriamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

Dôkaz sporom tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

Dôkazy – Priamy, nepriamy a dôkaz sporom

Priamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

- Tvrdenie sa dokazuje priamo

podľa schémy $\boxed{P \Rightarrow \text{definície, axiómy, dokázané vety} \Rightarrow Z}$.

Nepriamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

Dôkaz sporom tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

Dôkazy – Priamy, nepriamy a dôkaz sporom

Priamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

- Tvrdenie sa dokazuje priamo

podľa schémy $\boxed{P \Rightarrow \text{definície, axiómy, dokázané vety} \Rightarrow Z}$.

Nepriamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

- Tvrdenie sa dokazuje nepriamo.

Dôkaz sporom tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

Dôkazy – Priamy, nepriamy a dôkaz sporom

Priamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

- Tvrdenie sa dokazuje priamo

podľa schémy $\boxed{P \Rightarrow \text{definície, axiómy, dokázané vety} \Rightarrow Z}$.

Nepriamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

- Tvrdenie sa dokazuje nepriamo.
- Dokazuje sa ekvivalentná (obrátená) implikácia $non\, Z \Rightarrow non\, P$

Dôkaz sporom tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

Dôkazy – Priamy, nepriamy a dôkaz sporom

Priamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

- Tvrdenie sa dokazuje priamo

podľa schémy $\boxed{P \Rightarrow \text{definície, axiómy, dokázané vety} \Rightarrow Z}$.

Nepriamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

- Tvrdenie sa dokazuje nepriamo.
- Dokazuje sa ekvivalentná (obrátená) implikácia $non\, Z \Rightarrow non\, P$

podľa schémy $\boxed{non\, Z \Rightarrow \text{definície, axiómy, dokázané vety} \Rightarrow non\, P}$.

Dôkaz sporom tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

Dôkazy – Priamy, nepriamy a dôkaz sporom

Priamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

- Tvrdenie sa dokazuje priamo

podľa schémy $\boxed{P \Rightarrow \text{definície, axiómy, dokázané vety} \Rightarrow Z}$.

Nepriamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

- Tvrdenie sa dokazuje nepriamo.
- Dokazuje sa ekvivalentná (obrátená) implikácia $non\, Z \Rightarrow non\, P$

podľa schémy $\boxed{non\, Z \Rightarrow \text{definície, axiómy, dokázané vety} \Rightarrow non\, P}$.

Dôkaz sporom tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

- Tvrdenie sa dokazuje nepriamo, predpokladá sa neplatnosť $P \Rightarrow Z$.

Dôkazy – Priamy, nepriamy a dôkaz sporom

Priamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

- Tvrdenie sa dokazuje priamo

podľa schémy $\boxed{P \Rightarrow \text{definície, axiómy, dokázané vety} \Rightarrow Z}$.

Nepriamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

- Tvrdenie sa dokazuje nepriamo.
- Dokazuje sa ekvivalentná (obrátená) implikácia $non\,Z \Rightarrow non\,P$

podľa schémy $\boxed{non\,Z \Rightarrow \text{definície, axiómy, dokázané vety} \Rightarrow non\,P}$.

Dôkaz sporom tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

- Tvrdenie sa dokazuje nepriamo, predpokladá sa neplatnosť $P \Rightarrow Z$.
- Z predpokladu $non\,(P \Rightarrow Z)$, najčastejšie $P \wedge non\,Z$, sa dospeje k sporu

Dôkazy – Priamy, nepriamy a dôkaz sporom

Priamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

- Tvrdenie sa dokazuje priamo

podľa schémy $\boxed{P \Rightarrow \text{definície, axiómy, dokázané vety} \Rightarrow Z}$.

Nepriamy dôkaz tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

- Tvrdenie sa dokazuje nepriamo.
- Dokazuje sa ekvivalentná (obrátená) implikácia $non\, Z \Rightarrow non\, P$

podľa schémy $\boxed{non\, Z \Rightarrow \text{definície, axiómy, dokázané vety} \Rightarrow non\, P}$.

Dôkaz sporom tvrdenia $P \Rightarrow Z$.

- Tvrdenie sa dokazuje nepriamo, predpokladá sa neplatnosť $P \Rightarrow Z$.
- Z predpokladu $non\,(P \Rightarrow Z)$, najčastejšie $P \wedge non\, Z$, sa dospeje k sporu

podľa schémy $\boxed{non\,(P \Rightarrow Z) \Rightarrow \text{definície, axiómy, dokázané vety} \Rightarrow \text{SPOR}}$.

Dôkazy – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dôkazy – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie:

$$\forall n \in N: \; 4 \big| n \Rightarrow 2 \big| n.$$

Dôkazy – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie: [Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in N: \ 4 \big| n \Rightarrow 2 \big| n.$$

Dôkazy – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie: [Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in N: \ 4 \big| n \Rightarrow 2 \big| n.$$

- Priamy dôkaz, t. j. $4 \big| n \Rightarrow 2 \big| n$.

Dôkazy – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie: [Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in N:\ 4 \big| n \Rightarrow 2 \big| n.$$

- Priamy dôkaz, t. j. $4 \big| n \Rightarrow 2 \big| n$.

  $\forall n \in N:\ 4 \big| n.$

Dôkazy – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie: [Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in N: \ 4 \big| n \Rightarrow 2 \big| n.$$

- Priamy dôkaz, t. j. $4 \big| n \Rightarrow 2 \big| n$.

  $\forall n \in N: \ 4 \big| n. \ \Rightarrow \ \exists k \in N: \ n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k).$

Dôkazy – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie: [Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in N\colon\ 4 \big| n \Rightarrow 2 \big| n.$$

- Priamy dôkaz, t. j. $4 \big| n \Rightarrow 2 \big| n$.

  $\forall n \in N\colon\ 4 \big| n. \ \Rightarrow\ \exists k \in N\colon\ n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \ \Rightarrow\ 2 \big| n.$

Dôkazy – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie: [Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in N: \ 4 \mid n \Rightarrow 2 \mid n.$$

- Priamy dôkaz, t. j. $4 \mid n \Rightarrow 2 \mid n$.

  $\forall n \in N: \ 4 \mid n. \ \Rightarrow \ \exists k \in N: \ n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \ \Rightarrow \ 2 \mid n.$

- Nepriamy dôkaz (obrátená implikácia), t. j. $2 \nmid n \Rightarrow 4 \nmid n$.

Dôkazy – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie: [Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in N:\ 4 \mid n \Rightarrow 2 \mid n.$$

- Priamy dôkaz, t. j. $4 \mid n \Rightarrow 2 \mid n$.

  $\forall n \in N:\ 4 \mid n. \ \Rightarrow\ \exists k \in N:\ n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \ \Rightarrow\ 2 \mid n.$

- Nepriamy dôkaz (obrátená implikácia), t. j. $2 \nmid n \Rightarrow 4 \nmid n$.

  $\forall n \in N:\ 2 \nmid n.$

Dôkazy – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie: [Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in N: \ 4 \big| n \Rightarrow 2 \big| n.$$

- Priamy dôkaz, t. j. $4 \big| n \Rightarrow 2 \big| n$.

  $\forall n \in N: \ 4 \big| n. \ \Rightarrow \ \exists k \in N: \ n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \ \Rightarrow \ 2 \big| n.$

- Nepriamy dôkaz (obrátená implikácia), t. j. $2 \not| n \Rightarrow 4 \not| n$.

  $\forall n \in N: \ 2 \not| n. \ \Rightarrow \ (2 \cdot 2) \not| n,$

Dôkazy – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie: [Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in N:\ 4 \mid n \Rightarrow 2 \mid n.$$

- Priamy dôkaz, t. j. $4 \mid n \Rightarrow 2 \mid n$.

  $\forall n \in N:\ 4 \mid n. \ \Rightarrow\ \exists k \in N:\ n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \ \Rightarrow\ 2 \mid n.$

- Nepriamy dôkaz (obrátená implikácia), t. j. $2 \nmid n \Rightarrow 4 \nmid n$.

  $\forall n \in N:\ 2 \nmid n. \ \Rightarrow\ (2 \cdot 2) \nmid n$, t. j. $4 \nmid n$.

Dôkazy – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie: [Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in N\colon\ 4 \mid n \Rightarrow 2 \mid n.$$

- Priamy dôkaz, t. j. $4 \mid n \Rightarrow 2 \mid n$.

  $\forall n \in N\colon\ 4 \mid n. \ \Rightarrow\ \exists k \in N\colon\ n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \ \Rightarrow\ 2 \mid n.$

- Nepriamy dôkaz (obrátená implikácia), t. j. $2 \nmid n \Rightarrow 4 \nmid n$.

  $\forall n \in N\colon\ 2 \nmid n. \ \Rightarrow\ (2 \cdot 2) \nmid n$, t. j. $4 \nmid n$.

- Dôkaz sporom, t. j. $4 \mid n \wedge 2 \nmid n \Rightarrow$ spor.

Dôkazy – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie: [Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in N:\ 4 \,\big|\, n \Rightarrow 2 \,\big|\, n.$$

- Priamy dôkaz, t. j. $4 \,|\, n \Rightarrow 2 \,|\, n$.

  $\forall n \in N:\ 4 \,|\, n. \ \Rightarrow\ \exists k \in N:\ n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \ \Rightarrow\ 2 \,|\, n.$

- Nepriamy dôkaz (obrátená implikácia), t. j. $2 \nmid n \Rightarrow 4 \nmid n$.

  $\forall n \in N:\ 2 \nmid n. \ \Rightarrow\ (2 \cdot 2) \nmid n$, t. j. $4 \nmid n$.

- Dôkaz sporom, t. j. $4 \,|\, n \wedge 2 \nmid n \Rightarrow$ spor.

  $\forall n \in N:\ 4 \,|\, n$ a súčasne $2 \nmid n$.

Dôkazy – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie: [Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in N:\ 4 \mid n \Rightarrow 2 \mid n.$$

- Priamy dôkaz, t. j. $4 \mid n \Rightarrow 2 \mid n$.

  $\forall n \in N:\ 4 \mid n. \ \Rightarrow\ \exists k \in N:\ n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \ \Rightarrow\ 2 \mid n.$

- Nepriamy dôkaz (obrátená implikácia), t. j. $2 \nmid n \Rightarrow 4 \nmid n$.

  $\forall n \in N:\ 2 \nmid n. \ \Rightarrow\ (2 \cdot 2) \nmid n,$ t. j. $4 \nmid n.$

- Dôkaz sporom, t. j. $4 \mid n \wedge 2 \nmid n \Rightarrow$ spor.

  $\forall n \in N:\ 4 \mid n$ a súčasne $2 \nmid n. \ \Rightarrow\ \exists k \in N:\ n = 4k = 2(2k)$ a súčasne $2 \nmid n.$

Dôkazy – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie: [Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in N\colon\ 4 \mid n \Rightarrow 2 \mid n.$$

- Priamy dôkaz, t. j. $4 \mid n \Rightarrow 2 \mid n$.

  $\forall n \in N\colon\ 4 \mid n. \ \Rightarrow\ \exists k \in N\colon\ n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \ \Rightarrow\ 2 \mid n.$

- Nepriamy dôkaz (obrátená implikácia), t. j. $2 \nmid n \Rightarrow 4 \nmid n$.

  $\forall n \in N\colon\ 2 \nmid n. \ \Rightarrow\ (2 \cdot 2) \nmid n$, t. j. $4 \nmid n$.

- Dôkaz sporom, t. j. $4 \mid n \wedge 2 \nmid n \Rightarrow$ spor.

  $\forall n \in N\colon\ 4 \mid n$ a súčasne $2 \nmid n. \ \Rightarrow\ \exists k \in N\colon\ n = 4k = 2(2k)$ a súčasne $2 \nmid n$.

  $\Rightarrow\ 2 \mid n$ a súčasne $2 \nmid n$,

Dôkazy – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Ak je prirodzené číslo n deliteľné 4, potom je deliteľné 2.

Dokazujeme tvrdenie: [Dokážeme rôznymi spôsobmi.]

$$\forall n \in N\colon\ 4 \mid n \Rightarrow 2 \mid n.$$

- Priamy dôkaz, t. j. $4 \mid n \Rightarrow 2 \mid n$.

  $\forall n \in N\colon\ 4 \mid n. \ \Rightarrow\ \exists k \in N\colon\ n = 4k = 2 \cdot 2k = 2(2k). \ \Rightarrow\ 2 \mid n.$

- Nepriamy dôkaz (obrátená implikácia), t. j. $2 \nmid n \Rightarrow 4 \nmid n$.

  $\forall n \in N\colon\ 2 \nmid n. \ \Rightarrow\ (2 \cdot 2) \nmid n$, t. j. $4 \nmid n$.

- Dôkaz sporom, t. j. $4 \mid n \wedge 2 \nmid n \Rightarrow$ spor.

  $\forall n \in N\colon\ 4 \mid n$ a súčasne $2 \nmid n. \ \Rightarrow\ \exists k \in N\colon\ n = 4k = 2(2k)$ a súčasne $2 \nmid n$.

  $\Rightarrow\ 2 \mid n$ a súčasne $2 \nmid n$, t. j. spor.

Dôkaz matematickou indukciou

- Matematická indukcia je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia:
  „Prvky n nejakej podmožiny množiny N majú určitú vlastnosť $F(n)$.“

Dôkaz matematickou indukciou

- Matematická indukcia je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia:

  „Prvky n nejakej podmožiny množiny N majú určitú vlastnosť $F(n)$."

- Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru:

  „Pre každé $n \in N$, $n \geq n_0$, kde $n_0 \in N$, platí tvrdenie $F(n)$."

Dôkaz matematickou indukciou

- Matematická indukcia je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia:
  „Prvky n nejakej podmožiny množiny N majú určitú vlastnosť $F(n)$."

- Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru:
  „Pre každé $n \in N$, $n \geq n_0$, kde $n_0 \in N$, platí tvrdenie $F(n)$."

Dôkaz matematickou indukciou pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

Dôkaz matematickou indukciou

- Matematická indukcia je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia:

  „Prvky n nejakej podmožiny množiny N majú určitú vlastnosť $F(n)$.“

- Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru:

  „Pre každé $n \in N$, $n \geq n_0$, kde $n_0 \in N$, platí tvrdenie $F(n)$.“

Dôkaz matematickou indukciou pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

Krok 1. Ukážeme, že F platí pre prvý prvok $n = n_0$,

Dôkaz matematickou indukciou

- Matematická indukcia je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia:
  „Prvky n nejakej podmožiny množiny N majú určitú vlastnosť $F(n)$."

- Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru:
  „Pre každé $n \in N$, $n \geq n_0$, kde $n_0 \in N$, platí tvrdenie $F(n)$."

Dôkaz matematickou indukciou pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

Krok 1. Ukážeme, že F platí pre prvý prvok $n = n_0$,

Krok 2. Predpokladáme, že F platí pre nejaké prirodzené číslo $n = k$, $k \geq n_0$ a (za tohto predpokladu) dokážeme, že F platí pre $n = k + 1$ (nasledovník),

Dôkaz matematickou indukciou

- Matematická indukcia je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia:
  „Prvky n nejakej podmožiny množiny N majú určitú vlastnosť $F(n)$."

- Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru:
  „Pre každé $n \in N$, $n \geq n_0$, kde $n_0 \in N$, platí tvrdenie $F(n)$."

Dôkaz matematickou indukciou pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

Krok 1. Ukážeme, že F platí pre prvý prvok $n = n_0$,

Krok 2. Predpokladáme, že F platí pre nejaké prirodzené číslo $n = k$, $k \geq n_0$ [Indukčný predpoklad.]
a (za tohto predpokladu) dokážeme, že F platí pre $n = k + 1$ (nasledovník), [Indukčný záver.]

Dôkaz matematickou indukciou

- Matematická indukcia je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia:

  „Prvky n nejakej podmožiny množiny N majú určitú vlastnosť $F(n)$."

- Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru:

  „Pre každé $n \in N$, $n \geq n_0$, kde $n_0 \in N$, platí tvrdenie $F(n)$."

Dôkaz matematickou indukciou pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

Krok 1. Ukážeme, že F platí pre prvý prvok $n = n_0$,

Krok 2. Predpokladáme, že F platí pre nejaké prirodzené číslo $n = k$, $k \geq n_0$ [Indukčný predpoklad.]

a (za tohto predpokladu) dokážeme, že F platí pre $n = k + 1$ (nasledovník), [Indukčný záver.]

Záver. Z kroku 1 vyplýva platnosť $F(n_0)$, z kroku 2 vyplýva platnosť $F(n_0 + 1)$,

z kroku 2 opäť vyplýva platnosť $F(n_0 + 2)$, $F(n_0 + 3)$, $\ldots$,

Dôkaz matematickou indukciou

- Matematická indukcia je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia:
  „Prvky n nejakej podmožiny množiny N majú určitú vlastnosť $F(n)$.“

- Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru:
  „Pre každé $n \in N$, $n \geq n_0$, kde $n_0 \in N$, platí tvrdenie $F(n)$.“

Dôkaz matematickou indukciou pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

Krok 1. Ukážeme, že F platí pre prvý prvok $n = n_0$, t. j. dokážeme platnosť $F(n_0)$.

Krok 2. Predpokladáme, že F platí pre nejaké prirodzené číslo $n = k$, $k \geq n_0$ [Indukčný predpoklad.]
a (za tohto predpokladu) dokážeme, že F platí pre $n = k + 1$ (nasledovník), [Indukčný záver.]
t. j. dokážeme platnosť implikácie $F(k) \Rightarrow F(k+1)$.

Záver. Z kroku 1 vyplýva platnosť $F(n_0)$, z kroku 2 vyplýva platnosť $F(n_0 + 1)$,
z kroku 2 opäť vyplýva platnosť $F(n_0 + 2)$, $F(n_0 + 3)$, ..., potom F platí pre všetky $n \in N$, $n \geq n_0$.

Dôkaz matematickou indukciou

- Matematická indukcia je dôležitý prostriedok na dokazovanie tvrdenia:
  „Prvky n nejakej podmožiny množiny N majú určitú vlastnosť $F(n)$.“

- Najčastejšie sa používa na dokazovanie pravdivosti výrokov tvaru:
  „Pre každé $n \in N$, $n \geq n_0$, kde $n_0 \in N$, platí tvrdenie $F(n)$.“

Dôkaz matematickou indukciou pozostáva z krokov 1, 2 a záveru.

Krok 1. Ukážeme, že F platí pre prvý prvok $n = n_0$, t. j. dokážeme platnosť $F(n_0)$.

[Máme začiatok, kde matematickú indukciu odštartujeme.]

Krok 2. Predpokladáme, že F platí pre nejaké prirodzené číslo $n = k$, $k \geq n_0$ [Indukčný predpoklad.]
a (za tohto predpokladu) dokážeme, že F platí pre $n = k + 1$ (nasledovník), [Indukčný záver.]
t. j. dokážeme platnosť implikácie $F(k) \Rightarrow F(k+1)$.

[Máme zabezpečený prechod z ľubovoľného prirodzeného čísla na nasledujúce prirodzené číslo.]

Záver. Z kroku 1 vyplýva platnosť $F(n_0)$, z kroku 2 vyplýva platnosť $F(n_0+1)$,
z kroku 2 opäť vyplýva platnosť $F(n_0+2)$, $F(n_0+3)$, ..., potom F platí pre všetky $n \in N$, $n \geq n_0$.

[Na základe krokov 1, 2 sa dostaneme po určitom konečnom počte na ľubovoľné prirodzené číslo.]

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N,\ n \geq 5$ platí $2^n > n^2$.

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$, $n \geq 5$ platí $2^n > n^2$.

Označme vlastnosť $F(n) : 2^n > n^2,\ n \in N$.

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$, $n \geq 5$ platí $2^n > n^2$.

Označme vlastnosť $F(n) : 2^n > n^2,\ n \in N$.

$\boxed{\text{Krok 1.}}$ $F(5) : 2^5 > 5^2$.

$\boxed{\text{Krok 2.}}$ $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$.

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N,\ n \geq 5$ platí $2^n > n^2$.

Označme vlastnosť $F(n) : 2^n > n^2,\ n \in N$.

$\boxed{\text{Krok 1.}}$ $F(5) : 2^5 > 5^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$.

$\boxed{\text{Krok 2.}}$ $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$.

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$, $n \geq 5$ platí $2^n > n^2$.

Označme vlastnosť $F(n) : 2^n > n^2$, $n \in N$.

$\boxed{\text{Krok 1.}}$ $F(5) : 2^5 > 5^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$.

$\boxed{\text{Krok 2.}}$ $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$.

Pre $k \geq 5$ platí $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$.

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N,\ n \geq 5$ platí $2^n > n^2$.

Označme vlastnosť $F(n) : 2^n > n^2,\ n \in N$.

$\boxed{\text{Krok 1.}}$ $F(5) : 2^5 > 5^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$.

$\boxed{\text{Krok 2.}}$ $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$.

Pre $k \geq 5$ platí $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$.

$$\Rightarrow k^2 \geq 16 + 2k - 1 = 2k + 15 > 2k + 1.$$

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N,\ n \geq 5$ platí $2^n > n^2$.

Označme vlastnosť $F(n) : 2^n > n^2,\ n \in N$.

$\boxed{\text{Krok 1.}}$ $F(5) : 2^5 > 5^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$.

$\boxed{\text{Krok 2.}}$ $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$.

Pre $k \geq 5$ platí $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$.

$$\Rightarrow k^2 \geq 16 + 2k - 1 = 2k + 15 > 2k + 1.$$

Ak platí $F(k) : 2^k > k^2$ (indukčný predpoklad),

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N,\ n \geq 5$ platí $2^n > n^2$.

Označme vlastnosť $F(n) : 2^n > n^2,\ n \in N$.

$\boxed{\text{Krok 1.}}$ $F(5) : 2^5 > 5^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$.

$\boxed{\text{Krok 2.}}$ $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$.

Pre $k \geq 5$ platí $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$.

$$\Rightarrow k^2 \geq 16 + 2k - 1 = 2k + 15 > 2k + 1.$$

Ak platí $F(k) : 2^k > k^2$ (indukčný predpoklad), potom pre $F(k+1)$ platí:

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$, $n \geq 5$ platí $2^n > n^2$.

Označme vlastnosť $F(n) : 2^n > n^2,\ n \in N$.

$\boxed{\text{Krok 1.}}$ $F(5) : 2^5 > 5^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$.

$\boxed{\text{Krok 2.}}$ $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$.

Pre $k \geq 5$ platí $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$.

$$\Rightarrow k^2 \geq 16 + 2k - 1 = 2k + 15 > 2k + 1.$$

Ak platí $F(k) : 2^k > k^2$ (indukčný predpoklad), potom pre $F(k+1)$ platí:

$$2^{k+1} = 2 \cdot 2^k > 2k^2$$

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$, $n \geq 5$ platí $2^n > n^2$.

Označme vlastnosť $F(n) : 2^n > n^2,\ n \in N$.

$\boxed{\text{Krok 1.}}$ $F(5) : 2^5 > 5^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$.

$\boxed{\text{Krok 2.}}$ $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$.

Pre $k \geq 5$ platí $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$.

$$\Rightarrow k^2 \geq 16 + 2k - 1 = 2k + 15 > 2k + 1.$$

Ak platí $F(k) : 2^k > k^2$ (indukčný predpoklad), potom pre $F(k+1)$ platí:

$$2^{k+1} = 2 \cdot 2^k > 2k^2 = k^2 + k^2$$

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$, $n \geq 5$ platí $2^n > n^2$.

Označme vlastnosť $F(n): 2^n > n^2,\ n \in N$.

$\boxed{\text{Krok 1.}}$ $F(5): 2^5 > 5^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(5): 32 = 2^5 > 5^2 = 25$.

$\boxed{\text{Krok 2.}}$ $F(k): 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1): 2^{k+1} > (k+1)^2$.

Pre $k \geq 5$ platí $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$.

$$\Rightarrow k^2 \geq 16 + 2k - 1 = 2k + 15 > 2k + 1.$$

Ak platí $F(k): 2^k > k^2$ (indukčný predpoklad), potom pre $F(k+1)$ platí:

$$2^{k+1} = 2 \cdot 2^k > 2k^2 = k^2 + k^2 > k^2 + (2k+1) = k^2 + 2k + 1$$

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$, $n \geq 5$ platí $2^n > n^2$.

Označme vlastnosť $F(n) : 2^n > n^2,\ n \in N$.

$\boxed{\text{Krok 1.}}$ $F(5) : 2^5 > 5^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$.

$\boxed{\text{Krok 2.}}$ $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$.

Pre $k \geq 5$ platí $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$.

$$\Rightarrow k^2 \geq 16 + 2k - 1 = 2k + 15 > 2k + 1.$$

Ak platí $F(k) : 2^k > k^2$ (indukčný predpoklad), potom pre $F(k+1)$ platí:

$$2^{k+1} = 2 \cdot 2^k > 2k^2 = k^2 + k^2 > k^2 + (2k+1) = k^2 + 2k + 1 = (k+1)^2.$$

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$, $n \geq 5$ platí $2^n > n^2$.

Označme vlastnosť $F(n) : 2^n > n^2, \; n \in N$.

$\boxed{\text{Krok 1.}}$ $F(5) : 2^5 > 5^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$.

$\boxed{\text{Krok 2.}}$ $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$.

Pre $k \geq 5$ platí $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$.

$$\Rightarrow k^2 \geq 16 + 2k - 1 = 2k + 15 > 2k + 1.$$

Ak platí $F(k) : 2^k > k^2$ (indukčný predpoklad), potom pre $F(k+1)$ platí:

$$2^{k+1} = 2 \cdot 2^k > 2k^2 = k^2 + k^2 > k^2 + (2k+1) = k^2 + 2k + 1 = (k+1)^2.$$

$$\Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2 \text{ (indukčný záver)}.$$

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$, $n \geq 5$ platí $2^n > n^2$.

Označme vlastnosť $F(n) : 2^n > n^2, \ n \in N$.

Krok 1. $F(5) : 2^5 > 5^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(5) : 32 = 2^5 > 5^2 = 25$.

Krok 2. $F(k) : 2^k > k^2 \Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2$.

Pre $k \geq 5$ platí $(k-1)^2 = k^2 - 2k + 1 \geq (5-1)^2 = 16$.

$$\Rightarrow k^2 \geq 16 + 2k - 1 = 2k + 15 > 2k + 1.$$

Ak platí $F(k) : 2^k > k^2$ (indukčný predpoklad), potom pre $F(k+1)$ platí:

$$2^{k+1} = 2 \cdot 2^k > 2k^2 = k^2 + k^2 > k^2 + (2k+1) = k^2 + 2k + 1 = (k+1)^2.$$

$$\Rightarrow F(k+1) : 2^{k+1} > (k+1)^2 \text{ (indukčný záver)}.$$

Záver. Na základe krokov 1, 2 dané tvrdenie platí.

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$.

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$.

Označme $F(n) = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = \sum_{i=1}^{n} (2i - 1),\ n \in N,$

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$.

Označme $F(n) = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = \sum_{i=1}^{n} (2i - 1)$, $n \in N$,

t. j. vlastnosť F má tvar $F(n) = n^2$, $n \in N$.

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$.

Označme $F(n)=1+3+5+\cdots+(2n-1)=\sum_{i=1}^{n}(2i-1),\ n \in N$,

t. j. vlastnosť F má tvar $F(n)=n^2,\ n \in N$.

Krok 1. $F(1)=1^2$.

Krok 2. $F(k)=k^2 \Rightarrow F(k+1)=(k+1)^2$.

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$.

Označme $F(n) = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = \sum_{i=1}^{n} (2i - 1),\ n \in N,$

t. j. vlastnosť F má tvar $F(n) = n^2,\ n \in N$.

Krok 1. $F(1) = 1^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(1) = 1 = 1^2$.

Krok 2. $F(k) = k^2 \Rightarrow F(k+1) = (k+1)^2$.

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2$.

Označme $F(n) = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = \sum_{i=1}^{n} (2i-1),\ n \in N$,

t. j. vlastnosť F má tvar $F(n) = n^2,\ n \in N$.

Krok 1. $F(1) = 1^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(1) = 1 = 1^2$.

Krok 2. $F(k) = k^2 \Rightarrow F(k+1) = (k+1)^2$.

Platí $F(k) = 1 + 3 + \cdots + (2k-1) = k^2$ pre $k \in N$ (indukčný predpoklad).

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$.

Označme $F(n)=1+3+5+\cdots+(2n-1)=\sum_{i=1}^{n}(2i-1),\ n \in N,$

t. j. vlastnosť F má tvar $F(n)=n^2,\ n \in N.$

$\boxed{\text{Krok 1.}}$ $F(1)=1^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(1)=1=1^2$.

$\boxed{\text{Krok 2.}}$ $F(k)=k^2 \Rightarrow F(k+1)=(k+1)^2$.

Platí $F(k)=1+3+\cdots+(2k-1)=k^2$ pre $k \in N$ (indukčný predpoklad).

$\Rightarrow F(k+1)=1+3+\cdots+(2k-1)+(2k+1)$

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$.

Označme $F(n) = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = \sum_{i=1}^{n} (2i - 1)$, $n \in N$,

t. j. vlastnosť F má tvar $F(n) = n^2$, $n \in N$.

$\boxed{\text{Krok 1.}}$ $F(1) = 1^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(1) = 1 = 1^2$.

$\boxed{\text{Krok 2.}}$ $F(k) = k^2 \Rightarrow F(k+1) = (k+1)^2$.

Platí $F(k) = 1 + 3 + \cdots + (2k - 1) = k^2$ pre $k \in N$ (indukčný predpoklad).

$$\Rightarrow F(k+1) = 1 + 3 + \cdots + (2k - 1) + (2k + 1)$$

$$= F(k) + (2k + 1) = k^2 + 2k + 1$$

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$.

Označme $F(n)=1+3+5+\cdots+(2n-1)=\sum_{i=1}^{n}(2i-1),\ n\in N,$

t. j. vlastnosť F má tvar $F(n)=n^2,\ n\in N.$

$\boxed{\text{Krok 1.}}$ $F(1)=1^2.$

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(1)=1=1^2.$

$\boxed{\text{Krok 2.}}$ $F(k)=k^2 \Rightarrow F(k+1)=(k+1)^2.$

Platí $F(k)=1+3+\cdots+(2k-1)=k^2$ pre $k\in N$ (indukčný predpoklad).

$$\Rightarrow F(k+1)=1+3+\cdots+(2k-1)+(2k+1)$$

$$=F(k)+(2k+1)=k^2+2k+1=(k+1)^2$$ (indukčný záver).

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$.

Označme $F(n) = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = \sum_{i=1}^{n} (2i - 1)$, $n \in N$,

t. j. vlastnosť F má tvar $F(n) = n^2$, $n \in N$.

Krok 1. $F(1) = 1^2$.

Vzťah je splnený triviálne, pretože $F(1) = 1 = 1^2$.

Krok 2. $F(k) = k^2 \Rightarrow F(k + 1) = (k + 1)^2$.

Platí $F(k) = 1 + 3 + \cdots + (2k - 1) = k^2$ pre $k \in N$ (indukčný predpoklad).

$$\Rightarrow F(k + 1) = 1 + 3 + \cdots + (2k - 1) + (2k + 1)$$

$$= F(k) + (2k + 1) = k^2 + 2k + 1 = (k + 1)^2$$ (indukčný záver).

Záver. Na základe krokov 1, 2 dané tvrdenie platí.

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad (priamy dôkaz)

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$.

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad (priamy dôkaz)

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$.

Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n} = \{1, 3, 5, \ldots, 2n - 1\}$ je konečná aritmetická.

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad (priamy dôkaz)

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$.

Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n} = \{1, 3, 5, \ldots, 2n - 1\}$ je konečná aritmetická.

- Pre $i = 1, 2, \ldots, n$ platí $a_i = 2i - 1$,

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad (priamy dôkaz)

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$.

Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n} = \{1, 3, 5, \ldots, 2n - 1\}$ je konečná aritmetická.

- Pre $i = 1, 2, \ldots, n$ platí $a_i = 2i - 1$, t. j. $a_1 = 1$, $a_n = 2n - 1$.

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad (priamy dôkaz)

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2$.

Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n} = \{1, 3, 5, \ldots, 2n-1\}$ je konečná aritmetická.

- Pre $i = 1, 2, \ldots, n$ platí $a_i = 2i - 1$, t. j. $a_1 = 1$, $a_n = 2n - 1$.
- Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n}$ má n členov

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad (priamy dôkaz)

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$.

Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n} = \{1, 3, 5, \ldots, 2n - 1\}$ je konečná aritmetická.

- Pre $i = 1, 2, \ldots, n$ platí $a_i = 2i - 1$, t. j. $a_1 = 1$, $a_n = 2n - 1$.
- Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n}$ má n členov a diferenciu $d = 2$.

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad (priamy dôkaz)

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$.

Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n} = \{1, 3, 5, \ldots, 2n - 1\}$ je konečná aritmetická.

- Pre $i = 1, 2, \ldots, n$ platí $a_i = 2i - 1$, t. j. $a_1 = 1$, $a_n = 2n - 1$.
- Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n}$ má n členov a diferenciu $d = 2$.
- Pre súčet s jej členov platí:

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad (priamy dôkaz)

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$.

Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n} = \{1, 3, 5, \ldots, 2n - 1\}$ je konečná aritmetická.

- Pre $i = 1, 2, \ldots, n$ platí $a_i = 2i - 1$, t. j. $a_1 = 1$, $a_n = 2n - 1$.
- Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n}$ má n členov a diferenciu $d = 2$.
- Pre súčet s jej členov platí:

$$s = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 1 + 3 + \cdots + (2n - 1) = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$$

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad (priamy dôkaz)

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$.

Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n} = \{1, 3, 5, \ldots, 2n - 1\}$ je konečná aritmetická.

- Pre $i = 1, 2, \ldots, n$ platí $a_i = 2i - 1$, t. j. $a_1 = 1$, $a_n = 2n - 1$.
- Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n}$ má n členov a diferenciu $d = 2$.
- Pre súčet s jej členov platí:

$$s = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 1 + 3 + \cdots + (2n - 1) = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(1 + 2n - 1)}{2} = \frac{2n^2}{2}$$

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad (priamy dôkaz)

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$.

Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n}=\{1,3,5,\ldots,2n-1\}$ je konečná aritmetická.

- Pre $i=1,2,\ldots,n$ platí $a_i=2i-1$, t. j. $a_1=1$, $a_n=2n-1$.
- Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n}$ má n členov a diferenciu $d=2$.
- Pre súčet s jej členov platí:

$$s=a_1+a_2+\cdots+a_n=1+3+\cdots+(2n-1)=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=\frac{n(1+2n-1)}{2}=\frac{2n^2}{2}=n^2.$$

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad (priamy dôkaz)

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$.

Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n} = \{1, 3, 5, \ldots, 2n - 1\}$ je konečná aritmetická.

- Pre $i = 1, 2, \ldots, n$ platí $a_i = 2i - 1$, t. j. $a_1 = 1$, $a_n = 2n - 1$.
- Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n}$ má n členov a diferenciu $d = 2$.
- Pre súčet s jej členov platí:

$$s = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 1 + 3 + \cdots + (2n - 1) = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(1 + 2n - 1)}{2} = \frac{2n^2}{2} = n^2.$$

Iné riešenie.

Označme $s = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1)$,

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad (priamy dôkaz)

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$.

Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n} = \{1,3,5,\ldots,2n-1\}$ je konečná aritmetická.

- Pre $i=1,2,\ldots,n$ platí $a_i=2i-1$, t. j. $a_1=1$, $a_n=2n-1$.
- Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n}$ má n členov a diferenciu $d=2$.
- Pre súčet s jej členov platí:

$$s=a_1+a_2+\cdots+a_n=1+3+\cdots+(2n-1)=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=\frac{n(1+2n-1)}{2}=\frac{2n^2}{2}=n^2.$$

Iné riešenie.

Označme $s=1+3+5+\cdots+(2n-1)$, potom platí:

$$1 \quad + \quad 3 \quad + \quad 5 \quad + \cdots + (2n-3)+(2n-1)= \quad s$$

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad (priamy dôkaz)

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$.

Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n} = \{1, 3, 5, \ldots, 2n - 1\}$ je konečná aritmetická.

- Pre $i = 1, 2, \ldots, n$ platí $a_i = 2i - 1$, t. j. $a_1 = 1$, $a_n = 2n - 1$.
- Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n}$ má n členov a diferenciu $d = 2$.
- Pre súčet s jej členov platí:

$$s = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 1 + 3 + \cdots + (2n - 1) = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{n(1 + 2n - 1)}{2} = \frac{2n^2}{2} = n^2.$$

Iné riešenie.

Označme $s = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1)$, potom platí:

$$\begin{array}{ccccccccccccc} 1 & + & 3 & + & 5 & + \cdots + & (2n-3) & + & (2n-1) & = & s \\ (2n-1) & + & (2n-3) & + & (2n-5) & + \cdots + & 3 & + & 1 & = & s \end{array}$$

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad (priamy dôkaz)

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2$.

Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n} = \{1, 3, 5, \ldots, 2n-1\}$ je konečná aritmetická.

- Pre $i = 1, 2, \ldots, n$ platí $a_i = 2i - 1$, t. j. $a_1 = 1$, $a_n = 2n - 1$.
- Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n}$ má n členov a diferenciu $d = 2$.
- Pre súčet s jej členov platí:

$$s = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 1 + 3 + \cdots + (2n-1) = \frac{n(a_1+a_n)}{2} = \frac{n(1+2n-1)}{2} = \frac{2n^2}{2} = n^2.$$

Iné riešenie.

Označme $s = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1)$, potom platí:

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
1 & + & 3 & + & 5 & + \cdots + & (2n-3) & + & (2n-1) & = & s \\
(2n-1) & + & (2n-3) & + & (2n-5) & + \cdots + & 3 & + & 1 & = & s \\
\hline
2n & + & 2n & + & 2n & + \cdots + & 2n & + & 2n & = & n \cdot 2n
\end{array}$$

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad (priamy dôkaz)

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$.

Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n}=\{1,3,5,\ldots,2n-1\}$ je konečná aritmetická.

- Pre $i=1,2,\ldots,n$ platí $a_i=2i-1$, t. j. $a_1=1$, $a_n=2n-1$.
- Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n}$ má n členov a diferenciu $d=2$.
- Pre súčet s jej členov platí:

$$s=a_1+a_2+\cdots+a_n=1+3+\cdots+(2n-1)=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=\frac{n(1+2n-1)}{2}=\frac{2n^2}{2}=n^2.$$

Iné riešenie.

Označme $s=1+3+5+\cdots+(2n-1)$, potom platí:

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
1 & + & 3 & + & 5 & + & \cdots & + & (2n-3) & + & (2n-1) & = & s \\
(2n-1) & + & (2n-3) & + & (2n-5) & + & \cdots & + & 3 & + & 1 & = & s \\
\hline
2n & + & 2n & + & 2n & + & \cdots & + & 2n & + & 2n & = & n\cdot 2n
\end{array}$$

$$\Rightarrow 2s=n\cdot 2n=2n^2.$$

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad (priamy dôkaz)

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = n^2$.

Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n} = \{1, 3, 5, \ldots, 2n-1\}$ je konečná aritmetická.

- Pre $i = 1, 2, \ldots, n$ platí $a_i = 2i - 1$, t. j. $a_1 = 1$, $a_n = 2n - 1$.
- Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n}$ má n členov a diferenciu $d = 2$.
- Pre súčet s jej členov platí:

$$s = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 1 + 3 + \cdots + (2n-1) = \frac{n(a_1+a_n)}{2} = \frac{n(1+2n-1)}{2} = \frac{2n^2}{2} = n^2.$$

Iné riešenie.

Označme $s = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1)$, potom platí:

$$\begin{array}{ccccccccccccc}
1 & + & 3 & + & 5 & + \cdots + & (2n-3) & + & (2n-1) & = & s \\
(2n-1) & + & (2n-3) & + & (2n-5) & + \cdots + & 3 & + & 1 & = & s \\
\hline
2n & + & 2n & + & 2n & + \cdots + & 2n & + & 2n & = & n \cdot 2n
\end{array}$$

$$\Rightarrow 2s = n \cdot 2n = 2n^2. \Rightarrow s = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1)$$

Dôkaz matematickou indukciou – Príklad (priamy dôkaz)

Dokážte tvrdenie:

Pre všetky $n \in N$ platí $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$.

Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n}=\{1,3,5,\ldots,2n-1\}$ je konečná aritmetická.

- Pre $i=1,2,\ldots,n$ platí $a_i=2i-1$, t. j. $a_1=1$, $a_n=2n-1$.
- Postupnosť $\{a_k\}_{k=1}^{n}$ má n členov a diferenciu $d=2$.
- Pre súčet s jej členov platí:

$$s=a_1+a_2+\cdots+a_n=1+3+\cdots+(2n-1)=\frac{n(a_1+a_n)}{2}=\frac{n(1+2n-1)}{2}=\frac{2n^2}{2}=n^2.$$

Iné riešenie.

Označme $s=1+3+5+\cdots+(2n-1)$, potom platí:

$$\begin{array}{ccccccccccc}
1 & + & 3 & + & 5 & +\cdots+ & (2n-3) & + & (2n-1) & = & s\\
(2n-1) & + & (2n-3) & + & (2n-5) & +\cdots+ & 3 & + & 1 & = & s\\
\hline
2n & + & 2n & + & 2n & +\cdots+ & 2n & + & 2n & = & n\cdot 2n
\end{array}$$

$$\Rightarrow 2s=n\cdot 2n=2n^2. \Rightarrow s=1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2.$$

Množiny – základné vlastnosti

Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, . . .), ktoré nazývame prvky množiny (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

Množiny – základné vlastnosti

Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, . . .),

ktoré nazývame prvky množiny (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami $\{\ \}$.

Množiny – základné vlastnosti

Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, . . .), ktoré nazývame **prvky množiny** (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami $\{\ \}$.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

Množiny – základné vlastnosti

Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, . . .), ktoré nazývame prvky množiny (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami $\{\ \}$.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

- Prázdna množina neobsahuje žiadne prvky, označenie $\emptyset$, resp. $\{\}$.

Množiny – základné vlastnosti

Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...),

které nazývame prvky množiny (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami $\{\ \}$.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

- Prázdna množina neobsahuje žiadne prvky, označenie $\emptyset$, resp. $\{\}$.
- Konečná množina má konečný počet prvkov.

Množiny – základné vlastnosti

Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...), ktoré nazývame prvky množiny (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami $\{\ \}$.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

- Prázdna množina neobsahuje žiadne prvky, označenie $\emptyset$, resp. $\{\}$.
- Konečná množina má konečný počet prvkov.
- Nekonečná množina nemá konečný počet prvkov (nie je konečná).

Množiny – základné vlastnosti

Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...), ktoré nazývame prvky množiny (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami $\{\ \}$.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

- Prázdna množina neobsahuje žiadne prvky, označenie $\emptyset$, resp. $\{\}$.
- Konečná množina má konečný počet prvkov.
- Nekonečná množina nemá konečný počet prvkov (nie je konečná).

- Prázdna množina je konečná.

Množiny – základné vlastnosti

Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...), ktoré nazývame prvky množiny (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami $\{\ \}$.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

- Prázdna množina neobsahuje žiadne prvky, označenie $\emptyset$, resp. $\{\}$.
- Konečná množina má konečný počet prvkov.
- Nekonečná množina nemá konečný počet prvkov (nie je konečná).

- Prázdna množina je konečná. Neexistuje prvok, ktorý by patril do $\emptyset$.

Množiny – základné vlastnosti

Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...), ktoré nazývame prvky množiny (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami $\{\ \}$.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

- Prázdna množina neobsahuje žiadne prvky, označenie $\emptyset$, resp. $\{\}$.
- Konečná množina má konečný počet prvkov.
- Nekonečná množina nemá konečný počet prvkov (nie je konečná).

- Prázdna množina je konečná. Neexistuje prvok, ktorý by patril do $\emptyset$.
- $\{\emptyset\}$ nie je prázdna množina,

Množiny – základné vlastnosti

Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, . . .),

ktoré nazývame **prvky množiny** (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami $\{\ \}$.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

- **Prázdna množina** neobsahuje žiadne prvky, označenie $\emptyset$, resp. $\{\}$.
- **Konečná množina** má konečný počet prvkov.
- **Nekonečná množina** nemá konečný počet prvkov (nie je konečná).

- Prázdna množina je konečná. Neexistuje prvok, ktorý by patril do $\emptyset$.
- $\{\emptyset\}$ nie je prázdna množina, ale jednoprvková množina s prvkom $\emptyset$.

Množiny – základné vlastnosti

Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...), ktoré nazývame **prvky množiny** (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami $\{ \}$.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

- **Prázdna množina** neobsahuje žiadne prvky, označenie $\emptyset$, resp. $\{\}$.
- **Konečná množina** má konečný počet prvkov.
- **Nekonečná množina** nemá konečný počet prvkov (nie je konečná).

- Prázdna množina je konečná. Neexistuje prvok, ktorý by patril do $\emptyset$.
- $\{\emptyset\}$ nie je prázdna množina, ale jednoprvková množina s prvkom $\emptyset$.

$A \neq \emptyset$ čítame:

Množiny – základné vlastnosti

Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...), ktoré nazývame prvky množiny (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami $\{\ \}$.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

- Prázdna množina neobsahuje žiadne prvky, označenie $\emptyset$, resp. $\{\}$.
- Konečná množina má konečný počet prvkov.
- Nekonečná množina nemá konečný počet prvkov (nie je konečná).

- Prázdna množina je konečná. Neexistuje prvok, ktorý by patril do $\emptyset$.
- $\{\emptyset\}$ nie je prázdna množina, ale jednoprvková množina s prvkom $\emptyset$.

$A \neq \emptyset$ čítame:

„Množina A nie je prázdna“,

Množiny – základné vlastnosti

Množina

je neusporiadaný súbor (skupina, súhrn) predmetov (vecí, pojmov, čísel, ...), ktoré nazývame prvky množiny (t. j. nezáleží na poradí prvkov).

- Prvky danej množiny sa obvykle ohraničujú zloženými zátvorkami $\{\ \}$.
- Množina je jednoznačne určená svojimi prvkami.

- Prázdna množina neobsahuje žiadne prvky, označenie $\emptyset$, resp. $\{\}$.
- Konečná množina má konečný počet prvkov.
- Nekonečná množina nemá konečný počet prvkov (nie je konečná).

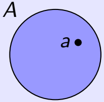
- Prázdna množina je konečná. Neexistuje prvok, ktorý by patril do $\emptyset$.
- $\{\emptyset\}$ nie je prázdna množina, ale jednoprvková množina s prvkom $\emptyset$.

$A \neq \emptyset$ čítame:

„Množina A nie je prázdna“, resp. „Množina A je neprázdna“.

Množiny – základné vlastnosti

$a \in A$

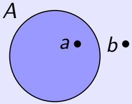


- Prvok a patrí do množiny A.

Množiny – základné vlastnosti

$a \in A$

$b \notin A$

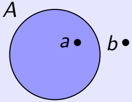


- Prvok a patrí do množiny A.
- Prvok b nepatrí do množiny A.

Množiny – základné vlastnosti

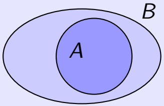
$a \in A$

$b \notin A$



- Prvok a patrí do množiny A.
- Prvok b nepatrí do množiny A.

$A \subset B$



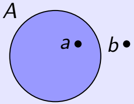
- Množina A je podmnožinou množiny B,

  ak každý prvok množiny A patrí aj do množiny B.

Množiny – základné vlastnosti

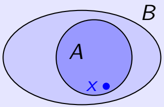
$a \in A$

$b \notin A$



- Prvok a patrí do množiny A.
- Prvok b nepatrí do množiny A.

$A \subset B$



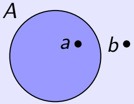
- Množina A je podmnožinou množiny B,

  ak každý prvok množiny A patrí aj do množiny B.

$$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B).$$

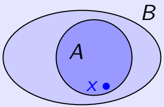
Množiny – základné vlastnosti

$a \in A$
$b \notin A$



- Prvok a patrí do množiny A.
- Prvok b nepatrí do množiny A.

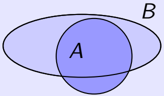
$A \subset B$



- Množina A je podmnožinou množiny B,
  ak každý prvok množiny A patrí aj do množiny B.

$$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B).$$

$A \not\subset B$

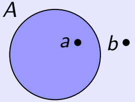


- Množina A nie je podmnožinou množiny B, ak neplatí $A \subset B$.

Množiny – základné vlastnosti

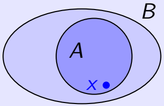
$a \in A$

$b \notin A$



- Prvok a patrí do množiny A.
- Prvok b nepatrí do množiny A.

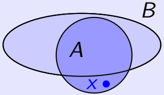
$A \subset B$



- Množina A je podmnožinou množiny B,
  ak každý prvok množiny A patrí aj do množiny B.

$$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B).$$

$A \not\subset B$



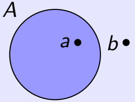
- Množina A nie je podmnožinou množiny B, ak neplatí $A \subset B$.

$$A \not\subset B \Leftrightarrow (\exists x : x \in A \wedge x \notin B).$$

Množiny – základné vlastnosti

$a \in A$

$b \notin A$

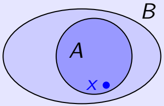


- Prvok a patrí do množiny A.
- Prvok b nepatrí do množiny A.

[Neexistuje x také, že $x \in \emptyset$.]

[Pre všetky x platí $x \notin \emptyset$.]

$A \subset B$

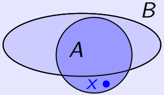


- Množina A je podmnožinou množiny B, ak každý prvok množiny A patrí aj do množiny B.

$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B)$.

[$\emptyset \subset B$ pre každú množinu B.]

$A \not\subset B$

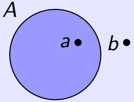


- Množina A nie je podmnožinou množiny B, ak neplatí $A \subset B$.

$A \not\subset B \Leftrightarrow (\exists x : x \in A \wedge x \notin B)$.

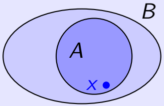
Množiny – základné vlastnosti

$a \in A$
$b \notin A$



- Prvok a patrí do množiny A. [Neexistuje x také, že $x \in \emptyset$.]
- Prvok b nepatrí do množiny A. [Pre všetky x platí $x \notin \emptyset$.]

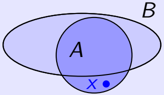
$A \subset B$



- Množina A je podmnožinou množiny B,
  ak každý prvok množiny A patrí aj do množiny B.

$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B)$. [$\emptyset \subset B$ pre každú množinu B.]

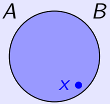
$A \not\subset B$



- Množina A nie je podmnožinou množiny B, ak neplatí $A \subset B$.

$A \not\subset B \Leftrightarrow (\exists x : x \in A \wedge x \notin B)$.

$A = B$

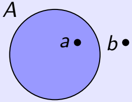


- Množiny A a B sa rovnajú (sú totožné),
  ak majú tie isté prvky,

Množiny – základné vlastnosti

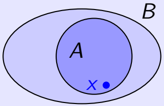
$a \in A$

$b \notin A$



- Prvok a patrí do množiny A. [Neexistuje x také, že $x \in \emptyset$.]
- Prvok b nepatrí do množiny A. [Pre všetky x platí $x \notin \emptyset$.]

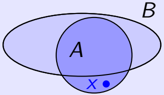
$A \subset B$



- Množina A je podmnožinou množiny B,
  ak každý prvok množiny A patrí aj do množiny B.

$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B)$. [$\emptyset \subset B$ pre každú množinu B.]

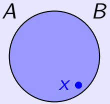
$A \not\subset B$



- Množina A nie je podmnožinou množiny B, ak neplatí $A \subset B$.

$A \not\subset B \Leftrightarrow (\exists x : x \in A \wedge x \notin B)$.

$A = B$

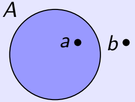


- Množiny A a B sa rovnajú (sú totožné),
  ak majú tie isté prvky, t. j. ak $(A \subset B \wedge B \subset A)$.

Množiny – základné vlastnosti

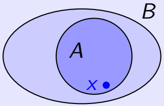
$a \in A$

$b \notin A$



- Prvok a patrí do množiny A. [Neexistuje x také, že $x \in \emptyset$.]
- Prvok b nepatrí do množiny A. [Pre všetky x platí $x \notin \emptyset$.]

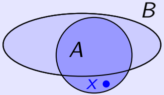
$A \subset B$



- Množina A je podmnožinou množiny B, ak každý prvok množiny A patrí aj do množiny B.

$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B)$. [$\emptyset \subset B$ pre každú množinu B.]

$A \not\subset B$

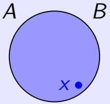


- Množina A nie je podmnožinou množiny B, ak neplatí $A \subset B$.

$A \not\subset B \Leftrightarrow (\exists x : x \in A \wedge x \notin B)$.

$A = B$

$A \neq B$

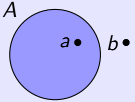


- Množiny A a B sa rovnajú (sú totožné), ak majú tie isté prvky, t. j. ak $(A \subset B \wedge B \subset A)$.
- Množiny A a B sú rôzne, ak sa nerovnajú.

Množiny – základné vlastnosti

$a \in A$

$b \notin A$

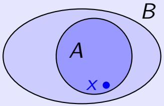


- Prvok a patrí do množiny A.
- Prvok b nepatrí do množiny A.

[Neexistuje x také, že $x \in \emptyset$.]

[Pre všetky x platí $x \notin \emptyset$.]

$A \subset B$

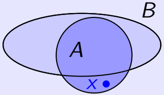


- Množina A je podmnožinou množiny B, ak každý prvok množiny A patrí aj do množiny B.

$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B).$

[$\emptyset \subset B$ pre každú množinu B.]

$A \not\subset B$

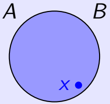


- Množina A nie je podmnožinou množiny B, ak neplatí $A \subset B$.

$A \not\subset B \Leftrightarrow (\exists x : x \in A \wedge x \notin B).$

$A = B$

$A \neq B$

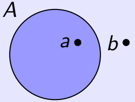


- Množiny A a B sa rovnajú (sú totožné), ak majú tie isté prvky, t. j. ak $(A \subset B \wedge B \subset A)$.
- Množiny A a B sú rôzne, ak sa nerovnajú.

Dokázať rovnosť dvoch množín $A = B$,

Množiny – základné vlastnosti

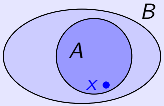
$a \in A$
$b \notin A$



- Prvok a patrí do množiny A.
- Prvok b nepatrí do množiny A.

[Neexistuje x také, že $x \in \emptyset$.]
[Pre všetky x platí $x \notin \emptyset$.]

$A \subset B$

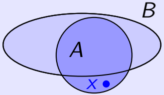


- Množina A je podmnožinou množiny B, ak každý prvok množiny A patrí aj do množiny B.

$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x : x \in A \Rightarrow x \in B).$

[$\emptyset \subset B$ pre každú množinu B.]

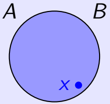
$A \not\subset B$



- Množina A nie je podmnožinou množiny B, ak neplatí $A \subset B$.

$A \not\subset B \Leftrightarrow (\exists x : x \in A \wedge x \notin B).$

$A = B$
$A \neq B$



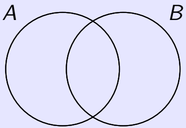
- Množiny A a B sa rovnajú (sú totožné), ak majú tie isté prvky, t. j. ak $(A \subset B \wedge B \subset A)$.
- Množiny A a B sú rôzne, ak sa nerovnajú.

Dokázať rovnosť dvoch množín $A = B$,

znamená dokázať obidve inklúzie $A \subset B$ a $B \subset A$.

Množiny – základné vlastnosti

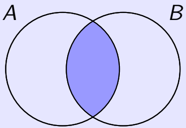
$A \cap B$



- Prienik množín A a B

Množiny – základné vlastnosti

$A \cap B$

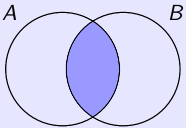


- Prienik množín A a B

  $A \cap B = \{x;\ x \in A \wedge x \in B\}$.

Množiny – základné vlastnosti

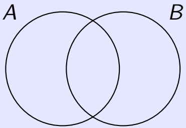
$A \cap B$



- Prienik množín A a B

  $A \cap B = \{x;\, x \in A \wedge x \in B\}.$

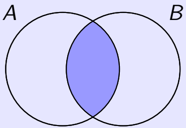
$A \cup B$



- Zjednotenie množín A a B

Množiny – základné vlastnosti

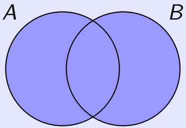
$A \cap B$



- Prienik množín A a B

  $A \cap B = \{x;\ x \in A \wedge x \in B\}$.

$A \cup B$

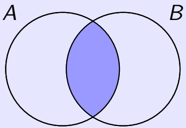


- Zjednotenie množín A a B

  $A \cup B = \{x;\ x \in A \vee x \in B\}$.

Množiny – základné vlastnosti

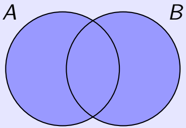
$A \cap B$



- Prienik množín A a B

  $A \cap B = \{x;\ x \in A \wedge x \in B\}$.

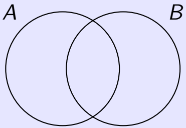
$A \cup B$



- Zjednotenie množín A a B

  $A \cup B = \{x;\ x \in A \vee x \in B\}$.

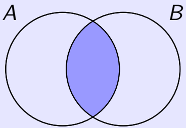
$A - B$



- Rozdiel množín A a B

Množiny – základné vlastnosti

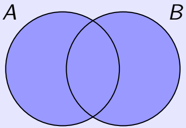
$A \cap B$



- Prienik množín A a B

  $A \cap B = \{x;\ x \in A \wedge x \in B\}$.

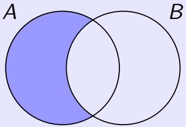
$A \cup B$



- Zjednotenie množín A a B

  $A \cup B = \{x;\ x \in A \vee x \in B\}$.

$A - B$

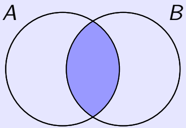


- Rozdiel množín A a B

  $A - B = \{x;\ x \in A \wedge x \notin B\}$.

Množiny – základné vlastnosti

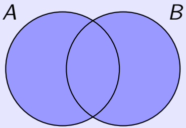
$A \cap B$



- Prienik množín A a B

  $$A \cap B = \{x;\ x \in A \wedge x \in B\}.$$

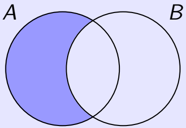
$A \cup B$



- Zjednotenie množín A a B

  $$A \cup B = \{x;\ x \in A \vee x \in B\}.$$

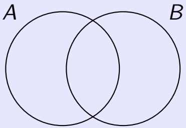
$A - B$



- Rozdiel množín A a B

  $$A - B = \{x;\ x \in A \wedge x \notin B\}.$$

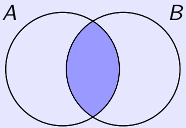
$A \triangle B$



- Symetrický rozdiel množín A a B

Množiny – základné vlastnosti

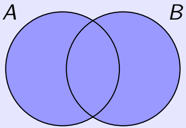
$A \cap B$



- Prienik množín A a B

  $$A \cap B = \{x;\ x \in A \wedge x \in B\}.$$

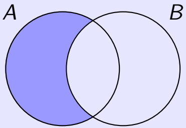
$A \cup B$



- Zjednotenie množín A a B

  $$A \cup B = \{x;\ x \in A \vee x \in B\}.$$

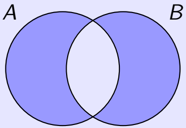
$A - B$



- Rozdiel množín A a B

  $$A - B = \{x;\ x \in A \wedge x \notin B\}.$$

$A \triangle B$



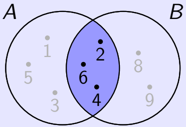
- Symetrický rozdiel množín A a B

  $$A \triangle B = (A - B) \cup (B - A).$$

Množiny – základné vlastnosti

Napríklad pre $A = \{1,2,3,4,5,6\}$, $B = \{2,4,6,8,9\}$ platí:

$A \cap B$

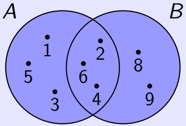


- Prienik množín A a B

  $A \cap B = \{x;\ x \in A \wedge x \in B\}.$

$A \cap B = \{2,4,6\}.$

$A \cup B$

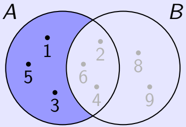


- Zjednotenie množín A a B

  $A \cup B = \{x;\ x \in A \vee x \in B\}.$

$A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,8,9\}.$

$A - B$

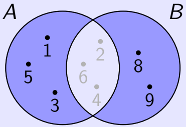


- Rozdiel množín A a B

  $A - B = \{x;\ x \in A \wedge x \notin B\}.$

$A - B = \{1,3,5\}.$

$A \triangle B$



- Symetrický rozdiel množín A a B

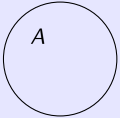
  $A \triangle B = (A - B) \cup (B - A).$

$A \triangle B = \{1,3,5,8,9\}.$

Množiny – základné vlastnosti

- Množina $X - A$ sa nazýva doplnok (komplement, doplnková množina, komplementárna množina)

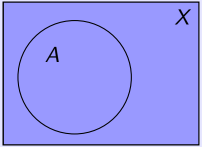
Množiny – základné vlastnosti



- Množina $X - A$ sa nazýva doplnok (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny A

Množiny – základné vlastnosti

$X \neq \emptyset$

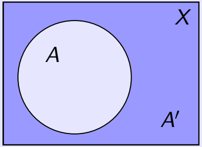


- Množina $X - A$ sa nazýva doplnok (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny A do množiny $X \neq \emptyset$.

Množiny – základné vlastnosti

$A' = X - A$

$X \neq \emptyset$

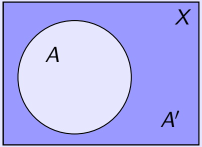


- Množina $X - A$ sa nazýva doplnok (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny A do množiny $X \neq \emptyset$. Označenie A', resp. A'_X.

Množiny – základné vlastnosti

$A' = X - A$

$X \neq \emptyset$



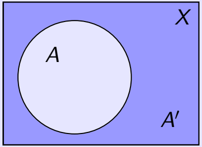
- Množina $X - A$ sa nazýva doplnok (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny A do množiny $X \neq \emptyset$. Označenie A', resp. A'_X.

- Množiny A a $A' = X - A$ sú doplnkové (komplementárne) vzhľadom na X.

Množiny – základné vlastnosti

$A' = X - A$

$X \neq \emptyset$



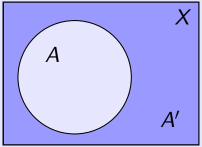
- Množina $X - A$ sa nazýva doplnok (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny A do množiny $X \neq \emptyset$. Označenie A', resp. A'_X.

- Množiny A a $A' = X - A$ sú doplnkové (komplementárne) vzhľadom na X.
- Každý bod $x \in X$ patrí do práve jednej z množín A, A',

Množiny – základné vlastnosti

$A' = X - A$

$X \neq \emptyset$



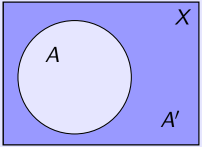
- Množina $X - A$ sa nazýva doplnok (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny A do množiny $X \neq \emptyset$. Označenie A', resp. A'_X.

- Množiny A a $A' = X - A$ sú doplnkové (komplementárne) vzhľadom na X.
- Každý bod $x \in X$ patrí do práve jednej z množín A, A', t. j. $A \cap A' = \emptyset$, $A \cup A' = X$.

Množiny – základné vlastnosti

$A' = X - A$

$X \neq \emptyset$



- Množina $X - A$ sa nazýva doplnok (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny A do množiny $X \neq \emptyset$. Označenie A', resp. A'_X.

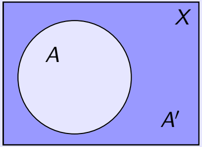
- Množiny A a $A' = X - A$ sú doplnkové (komplementárne) vzhľadom na X.
- Každý bod $x \in X$ patrí do práve jednej z množín A, A', t. j. $A \cap A' = \emptyset$, $A \cup A' = X$.

Potenčná množina (množina všetkých podmnožín) množiny $X \neq \emptyset$,

Množiny – základné vlastnosti

$A' = X - A$

$X \neq \emptyset$



- Množina $X - A$ sa nazýva doplnok (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny A do množiny $X \neq \emptyset$. Označenie A', resp. A'_X.

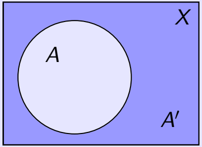
- Množiny A a $A' = X - A$ sú doplnkové (komplementárne) vzhľadom na X.
- Každý bod $x \in X$ patrí do práve jednej z množín A, A', t. j. $A \cap A' = \emptyset$, $A \cup A' = X$.

Potenčná množina (množina všetkých podmnožín) množiny $X \neq \emptyset$, označenie 2^X,

Množiny – základné vlastnosti

$A' = X - A$

$X \neq \emptyset$



- Množina $X - A$ sa nazýva doplnok (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny A do množiny $X \neq \emptyset$. Označenie A', resp. A'_X.

- Množiny A a $A' = X - A$ sú doplnkové (komplementárne) vzhľadom na X.
- Každý bod $x \in X$ patrí do práve jednej z množín A, A', t. j. $A \cap A' = \emptyset$, $A \cup A' = X$.

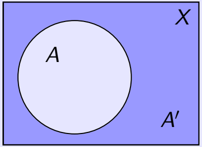
Potenčná množina (množina všetkých podmnožín) množiny $X \neq \emptyset$, označenie 2^X,

je množina obsahujúca všetky podmnožiny množiny X,

Množiny – základné vlastnosti

$A' = X - A$

$X \neq \emptyset$



- Množina $X - A$ sa nazýva doplnok (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny A do množiny $X \neq \emptyset$. Označenie A', resp. A'_X.

- Množiny A a $A' = X - A$ sú doplnkové (komplementárne) vzhľadom na X.
- Každý bod $x \in X$ patrí do práve jednej z množín A, A', t. j. $A \cap A' = \emptyset$, $A \cup A' = X$.

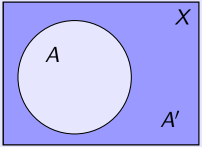
Potenčná množina (množina všetkých podmnožín) množiny $X \neq \emptyset$, označenie 2^X,

je množina obsahujúca všetky podmnožiny množiny X, t. j. $2^X = \{A;\ A \subset X\}$.

Množiny – základné vlastnosti

$A' = X - A$

$X \neq \emptyset$



- Množina $X - A$ sa nazýva doplnok (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny A do množiny $X \neq \emptyset$. Označenie A', resp. A'_X.

- Množiny A a $A' = X - A$ sú doplnkové (komplementárne) vzhľadom na X.
- Každý bod $x \in X$ patrí do práve jednej z množín A, A', t. j. $A \cap A' = \emptyset$, $A \cup A' = X$.

Potenčná množina (množina všetkých podmnožín) množiny $X \neq \emptyset$, označenie 2^X,

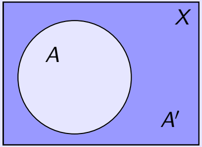
je množina obsahujúca všetky podmnožiny množiny X, t. j. $2^X = \{A;\ A \subset X\}$.

- X je konečná a má $n \in N$ prvkov.

Množiny – základné vlastnosti

$A' = X - A$

$X \neq \emptyset$



- Množina $X - A$ sa nazýva doplnok (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny A do množiny $X \neq \emptyset$. Označenie A', resp. A'_X.

- Množiny A a $A' = X - A$ sú doplnkové (komplementárne) vzhľadom na X.
- Každý bod $x \in X$ patrí do práve jednej z množín A, A', t. j. $A \cap A' = \emptyset$, $A \cup A' = X$.

Potenčná množina (množina všetkých podmnožín) množiny $X \neq \emptyset$, označenie 2^X,

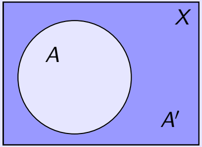
je množina obsahujúca všetky podmnožiny množiny X, t. j. $2^X = \{A;\ A \subset X\}$.

- X je konečná a má $n \in N$ prvkov. $\Rightarrow$ 2^X má 2^n prvkov.

Množiny – základné vlastnosti

$A' = X - A$

$X \neq \emptyset$



- Množina $X - A$ sa nazýva doplnok (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny A do množiny $X \neq \emptyset$. Označenie A', resp. A'_X.

- Množiny A a $A' = X - A$ sú doplnkové (komplementárne) vzhľadom na X.
- Každý bod $x \in X$ patrí do práve jednej z množín A, A', t. j. $A \cap A' = \emptyset$, $A \cup A' = X$.

Potenčná množina (množina všetkých podmnožín) množiny $X \neq \emptyset$, označenie 2^X,

je množina obsahujúca všetky podmnožiny množiny X, t. j. $2^X = \{A;\ A \subset X\}$.

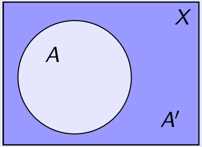
- X je konečná a má $n \in N$ prvkov. $\Rightarrow$ 2^X má 2^n prvkov.

- $X = \{0\}$.
- $X = \{0,1\}$.
- $X = \{0,1,2\}$.

Množiny – základné vlastnosti

$A' = X - A$

$X \neq \emptyset$



- Množina $X - A$ sa nazýva doplnok (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny A do množiny $X \neq \emptyset$. Označenie A', resp. A'_X.

- Množiny A a $A' = X - A$ sú doplnkové (komplementárne) vzhľadom na X.
- Každý bod $x \in X$ patrí do práve jednej z množín A, A', t. j. $A \cap A' = \emptyset$, $A \cup A' = X$.

Potenčná množina (množina všetkých podmnožín) množiny $X \neq \emptyset$, označenie 2^X,

je množina obsahujúca všetky podmnožiny množiny X, t. j. $2^X = \{A;\ A \subset X\}$.

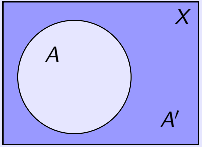
- X je konečná a má $n \in N$ prvkov. $\Rightarrow$ 2^X má 2^n prvkov.

- $X = \{0\}$. $\Rightarrow$ • $2^X = \{\emptyset, X\}$.
- $X = \{0,1\}$. $\Rightarrow$ • $2^X = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, X\}$.
- $X = \{0,1,2\}$. $\Rightarrow$ • $2^X = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0,1\}, \{0,2\}, \{1,2\}, X\}$.

Množiny – základné vlastnosti

$A' = X - A$

$X \neq \emptyset$



- Množina $X - A$ sa nazýva doplnok (komplement, doplnková množina, komplementárna množina) množiny A do množiny $X \neq \emptyset$. Označenie A', resp. A'_X.

- Množiny A a $A' = X - A$ sú doplnkové (komplementárne) vzhľadom na X.
- Každý bod $x \in X$ patrí do práve jednej z množín A, A', t. j. $A \cap A' = \emptyset$, $A \cup A' = X$.

Potenčná množina (množina všetkých podmnožín) množiny $X \neq \emptyset$, označenie 2^X,

je množina obsahujúca všetky podmnožiny množiny X, t. j. $2^X = \{A;\, A \subset X\}$.

- X je konečná a má $n \in N$ prvkov. $\Rightarrow$ 2^X má 2^n prvkov.

- $X = \{0\}$. $\Rightarrow$ • $2^X = \{\emptyset, X\}$. [$2^1 = 2$ prvky.]
- $X = \{0,1\}$. $\Rightarrow$ • $2^X = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, X\}$. [$2^2 = 4$ prvky.]
- $X = \{0,1,2\}$. $\Rightarrow$ • $2^X = \{\emptyset, \{0\}, \{1\}, \{2\}, \{0,1\}, \{0,2\}, \{1,2\}, X\}$. [$2^3 = 8$ prvkov.]

Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov x a y,

Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov x a y, označenie $[x; y]$,

Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov x a y, označenie $[x; y]$,

je dvojica týchto prvkov x, y, v ktorej záleží na ich poradí.

Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov x a y, označenie $[x; y]$,

je dvojica týchto prvkov x, y, v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy $[1; 2]$, $[2; 1]$ sú rôzne usporiadané dvojice, ale $\{1,2\}$, $\{2,1\}$ predstavujú rovnakú množinu!]

Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov x a y, označenie $[x; y]$,

je dvojica týchto prvkov x, y, v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy $[1; 2]$, $[2; 1]$ sú rôzne usporiadané dvojice, ale $\{1,2\}$, $\{2,1\}$ predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú,

Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov x a y, označenie $[x; y]$,

je dvojica týchto prvkov x, y, v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy $[1; 2]$, $[2; 1]$ sú rôzne usporiadané dvojice, ale $\{1,2\}$, $\{2,1\}$ predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j. $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$,

Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov x a y, označenie $[x; y]$,

je dvojica týchto prvkov x, y, v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy $[1; 2]$, $[2; 1]$ sú rôzne usporiadané dvojice, ale $\{1,2\}$, $\{2,1\}$ predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j. $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$, ak $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$.

Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov x a y, označenie $[x; y]$,

je dvojica týchto prvkov x, y, v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy [1; 2], [2; 1] sú rôzne usporiadané dvojice, ale $\{1,2\}$, $\{2,1\}$ predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j. $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$, ak $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$.

Karteziánskym súčinom množín $A \neq \emptyset$ a $B \neq \emptyset$

Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov x a y, označenie $[x; y]$,

je dvojica týchto prvkov x, y, v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy [1; 2], [2; 1] sú rôzne usporiadané dvojice, ale $\{1,2\}$, $\{2,1\}$ predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j. $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$, ak $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$.

Karteziánskym súčinom množín $A \neq \emptyset$ a $B \neq \emptyset$

je množina $A \times B = \{[x; y] \, ; \, x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y] \, ; \, x \in A, y \in B\}$.

Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov x a y, označenie $[x; y]$,

je dvojica týchto prvkov x, y, v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy $[1; 2]$, $[2; 1]$ sú rôzne usporiadané dvojice, ale $\{1,2\}$, $\{2,1\}$ predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j. $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$, ak $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$.

Karteziánskym súčinom množín $A \neq \emptyset$ a $B \neq \emptyset$

je množina $A \times B = \{[x; y]\,;\, x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y]\,;\, x \in A, y \in B\}$.

[Pre $A \neq B$ neplatí $A \times B = B \times A$, t. j. vo všeobecnosti $A \times B \neq B \times A$.]

Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov x a y, označenie $[x; y]$,

je dvojica týchto prvkov x, y, v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy [1; 2], [2; 1] sú rôzne usporiadané dvojice, ale $\{1,2\}$, $\{2,1\}$ predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j. $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$, ak $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$.

Karteziánskym súčinom množín $A \neq \emptyset$ a $B \neq \emptyset$

je množina $A \times B = \{[x; y] \,;\, x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y] \,;\, x \in A, y \in B\}$.

[Pre $A \neq B$ neplatí $A \times B = B \times A$, t. j. vo všeobecnosti $A \times B \neq B \times A$.]

Karteziánsky súčin množín $A_1 \neq \emptyset$, $A_2 \neq \emptyset$, $A_3 \neq \emptyset$, $\ldots$, $A_n \neq \emptyset$, $n \in N$:

Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov x a y, označenie $[x; y]$,

je dvojica týchto prvkov x, y, v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy $[1; 2]$, $[2; 1]$ sú rôzne usporiadané dvojice, ale $\{1,2\}$, $\{2,1\}$ predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j. $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$, ak $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$.

Karteziánskym súčinom množín $A \neq \emptyset$ a $B \neq \emptyset$

je množina $A \times B = \{[x; y] ; x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y] ; x \in A, y \in B\}$.

[Pre $A \neq B$ neplatí $A \times B = B \times A$, t. j. vo všeobecnosti $A \times B \neq B \times A$.]

Karteziánsky súčin množín $A_1 \neq \emptyset$, $A_2 \neq \emptyset$, $A_3 \neq \emptyset$, . . . , $A_n \neq \emptyset$, $n \in N$:

- $A_1 \times A_2 \times A_3 = \{[x_1;\ x_2;\ x_3];\ x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, x_3 \in A_3\}$.

Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov x a y, označenie $[x; y]$,

je dvojica týchto prvkov x, y, v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy $[1; 2]$, $[2; 1]$ sú rôzne usporiadané dvojice, ale $\{1,2\}$, $\{2,1\}$ predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j. $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$, ak $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$.

Karteziánskym súčinom množín $A \neq \emptyset$ a $B \neq \emptyset$

je množina $A \times B = \{[x; y]\,;\, x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y]\,;\, x \in A, y \in B\}$.

[Pre $A \neq B$ neplatí $A \times B = B \times A$, t. j. vo všeobecnosti $A \times B \neq B \times A$.]

Karteziánsky súčin množín $A_1 \neq \emptyset$, $A_2 \neq \emptyset$, $A_3 \neq \emptyset$, $\ldots$, $A_n \neq \emptyset$, $n \in N$:

- $A_1 \times A_2 \times A_3 = \{[x_1;\, x_2;\, x_3];\, x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, x_3 \in A_3\}$.
- $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n = \{[x_1;\, x_2;\, \ldots;\, x_n];\, x_1 \in A_1, \ldots, x_n \in A_n\}$.

Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov x a y, označenie $[x; y]$,

je dvojica týchto prvkov x, y, v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy $[1; 2]$, $[2; 1]$ sú rôzne usporiadané dvojice, ale $\{1,2\}$, $\{2,1\}$ predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j. $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$, ak $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$.

Karteziánskym súčinom množín $A \neq \emptyset$ a $B \neq \emptyset$

je množina $A \times B = \{[x; y]\,;\, x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y]\,;\, x \in A, y \in B\}$.

[Pre $A \neq B$ neplatí $A \times B = B \times A$, t. j. vo všeobecnosti $A \times B \neq B \times A$.]

Karteziánsky súčin množín $A_1 \neq \emptyset$, $A_2 \neq \emptyset$, $A_3 \neq \emptyset$, $\ldots$, $A_n \neq \emptyset$, $n \in N$:

- $A_1 \times A_2 \times A_3 = \{[x_1;\, x_2;\, x_3];\, x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, x_3 \in A_3\}$. [Usporiadané trojice.]
- $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n = \{[x_1;\, x_2;\, \ldots;\, x_n];\, x_1 \in A_1, \ldots, x_n \in A_n\}$. [Usporiadané n-tice.]

Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov x a y, označenie $[x; y]$,

je dvojica týchto prvkov x, y, v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy $[1; 2]$, $[2; 1]$ sú rôzne usporiadané dvojice, ale $\{1,2\}$, $\{2,1\}$ predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j. $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$, ak $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$.

Karteziánskym súčinom množín $A \neq \emptyset$ a $B \neq \emptyset$

je množina $A \times B = \{[x; y] \,;\, x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y] \,;\, x \in A, y \in B\}$.

[Pre $A \neq B$ neplatí $A \times B = B \times A$, t. j. vo všeobecnosti $A \times B \neq B \times A$.]

Karteziánsky súčin množín $A_1 \neq \emptyset$, $A_2 \neq \emptyset$, $A_3 \neq \emptyset$, $\ldots$, $A_n \neq \emptyset$, $n \in N$:

- $A_1 \times A_2 \times A_3 = \{[x_1;\, x_2;\, x_3];\, x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, x_3 \in A_3\}$. [Usporiadané trojice.]
- $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n = \{[x_1;\, x_2;\, \ldots;\, x_n];\, x_1 \in A_1, \ldots, x_n \in A_n\}$. [Usporiadané n-tice.]

Pre $A \neq \emptyset$ definujeme $A \times A \times \cdots \times A = A^n$, $n \in N$, $\ldots$, $A \times A = A^2$, $A = A^1$.

Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov x a y, označenie $[x; y]$,

je dvojica týchto prvkov x, y, v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy $[1; 2]$, $[2; 1]$ sú rôzne usporiadané dvojice, ale $\{1,2\}$, $\{2,1\}$ predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j. $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$, ak $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$.

Karteziánskym súčinom množín $A \neq \emptyset$ a $B \neq \emptyset$

je množina $A \times B = \{[x; y]\,;\, x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y]\,;\, x \in A, y \in B\}$.

[Pre $A \neq B$ neplatí $A \times B = B \times A$, t. j. vo všeobecnosti $A \times B \neq B \times A$.]

Karteziánsky súčin množín $A_1 \neq \emptyset$, $A_2 \neq \emptyset$, $A_3 \neq \emptyset$, $\ldots$, $A_n \neq \emptyset$, $n \in N$:

- $A_1 \times A_2 \times A_3 = \{[x_1;\, x_2;\, x_3];\, x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, x_3 \in A_3\}$. [Usporiadané trojice.]
- $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n = \{[x_1;\, x_2;\, \ldots;\, x_n];\, x_1 \in A_1, \ldots, x_n \in A_n\}$. [Usporiadané n-tice.]

Pre $A \neq \emptyset$ definujeme $A \times A \times \cdots \times A = A^n$, $n \in N$, $\ldots$, $A \times A = A^2$, $A = A^1$.

- $R = \{x_1;\, x_1 \in R\}$

Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov x a y, označenie $[x; y]$,

je dvojica týchto prvkov x, y, v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy $[1; 2]$, $[2; 1]$ sú rôzne usporiadané dvojice, ale $\{1,2\}$, $\{2,1\}$ predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j. $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$, ak $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$.

Karteziánskym súčinom množín $A \neq \emptyset$ a $B \neq \emptyset$

je množina $A \times B = \{[x; y] ; x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y] ; x \in A, y \in B\}$.

[Pre $A \neq B$ neplatí $A \times B = B \times A$, t. j. vo všeobecnosti $A \times B \neq B \times A$.]

Karteziánsky súčin množín $A_1 \neq \emptyset$, $A_2 \neq \emptyset$, $A_3 \neq \emptyset$, $\ldots$, $A_n \neq \emptyset$, $n \in N$:

- $A_1 \times A_2 \times A_3 = \{[x_1;\ x_2;\ x_3];\ x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, x_3 \in A_3\}$. [Usporiadané trojice.]
- $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n = \{[x_1;\ x_2;\ \ldots;\ x_n];\ x_1 \in A_1, \ldots, x_n \in A_n\}$. [Usporiadané n-tice.]

Pre $A \neq \emptyset$ definujeme $A \times A \times \cdots \times A = A^n$, $n \in N$, $\ldots$, $A \times A = A^2$, $A = A^1$.

- $R = \{x_1;\ x_1 \in R\}$
- $R^2 = R \times R = \{[x_1; x_2] ;\ x_1, x_2 \in R\}$

Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov x a y, označenie $[x; y]$,

je dvojica týchto prvkov x, y, v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy $[1; 2]$, $[2; 1]$ sú rôzne usporiadané dvojice, ale $\{1,2\}$, $\{2,1\}$ predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j. $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$, ak $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$.

Karteziánskym súčinom množín $A \neq \emptyset$ a $B \neq \emptyset$

je množina $A \times B = \{[x; y]\,;\, x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y]\,;\, x \in A, y \in B\}$.

[Pre $A \neq B$ neplatí $A \times B = B \times A$, t. j. vo všeobecnosti $A \times B \neq B \times A$.]

Karteziánsky súčin množín $A_1 \neq \emptyset$, $A_2 \neq \emptyset$, $A_3 \neq \emptyset$, $\ldots$, $A_n \neq \emptyset$, $n \in N$:

- $A_1 \times A_2 \times A_3 = \{[x_1;\, x_2;\, x_3];\, x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, x_3 \in A_3\}$. [Usporiadané trojice.]
- $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n = \{[x_1;\, x_2;\, \ldots;\, x_n];\, x_1 \in A_1, \ldots, x_n \in A_n\}$. [Usporiadané n-tice.]

Pre $A \neq \emptyset$ definujeme $A \times A \times \cdots \times A = A^n$, $n \in N$, $\ldots$, $A \times A = A^2$, $A = A^1$.

- $R = \{x_1;\, x_1 \in R\}$
- $R^2 = R \times R = \{[x_1; x_2]\,;\, x_1, x_2 \in R\}$
- $R^3 = R \times R \times R = \{[x_1;\, x_2;\, x_3];\, x_1, x_2, x_3 \in R\}$

Množiny – základné vlastnosti

Usporiadaná dvojica prvkov x a y, označenie $[x; y]$,

je dvojica týchto prvkov x, y, v ktorej záleží na ich poradí.

[Výrazy $[1; 2]$, $[2; 1]$ sú rôzne usporiadané dvojice, ale $\{1,2\}$, $\{2,1\}$ predstavujú rovnakú množinu!]

- Usporiadané dvojice sa rovnajú, t. j. $[x_1; y_1] = [x_2; y_2]$, ak $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$.

Karteziánskym súčinom množín $A \neq \emptyset$ a $B \neq \emptyset$

je množina $A \times B = \{[x; y]\,;\, x \in A \wedge y \in B\} = \{[x; y]\,;\, x \in A, y \in B\}$.

[Pre $A \neq B$ neplatí $A \times B = B \times A$, t. j. vo všeobecnosti $A \times B \neq B \times A$.]

Karteziánsky súčin množín $A_1 \neq \emptyset$, $A_2 \neq \emptyset$, $A_3 \neq \emptyset$, $\ldots$, $A_n \neq \emptyset$, $n \in N$:

- $A_1 \times A_2 \times A_3 = \{[x_1;\, x_2;\, x_3];\, x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, x_3 \in A_3\}$. [Usporiadané trojice.]
- $A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n = \{[x_1;\, x_2;\, \ldots;\, x_n];\, x_1 \in A_1, \ldots, x_n \in A_n\}$. [Usporiadané n-tice.]

Pre $A \neq \emptyset$ definujeme $A \times A \times \cdots \times A = A^n$, $n \in N$, $\ldots$, $A \times A = A^2$, $A = A^1$.

- $R = \{x_1;\, x_1 \in R\}$ [priamka].
- $R^2 = R \times R = \{[x_1; x_2]\,;\, x_1, x_2 \in R\}$ [rovina].
- $R^3 = R \times R \times R = \{[x_1;\, x_2;\, x_3];\, x_1, x_2, x_3 \in R\}$ [3-rozmerný priestor].

Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

f je binárnou reláciou z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

f je binárnou reláciou z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak $f \subset A \times B$.

Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

f je binárnou reláciou z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak $f \subset A \times B$.

- Skutočnosť, že prvok $[x; y]$ patrí do relácie f, označujeme $[x; y] \in f$, resp. xfy.

Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

f je binárnou reláciou z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak $f \subset A \times B$.

- Skutočnosť, že prvok $[x; y]$ patrí do relácie f, označujeme $[x; y] \in f$, resp. xfy.

Binárna relácia $f \subset A \times B$ je zobrazením (funkciou) z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

f je binárnou reláciou z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak $f \subset A \times B$.

- Skutočnosť, že prvok $[x; y]$ patrí do relácie f, označujeme $[x; y] \in f$, resp. xfy.

Binárna relácia $f \subset A \times B$ je zobrazením (funkciou) z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

f je binárnou reláciou z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak $f \subset A \times B$.

[Relácia f je množina usporiadaných dvojíc $[x;y]$, $x \in A$, $y \in B$.]

- Skutočnosť, že prvok $[x;y]$ patrí do relácie f, označujeme $[x;y] \in f$, resp. xfy.

Binárna relácia $f \subset A \times B$ je zobrazením (funkciou) z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x;y] \in f$.

[Zobrazenie (funkcia) f je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor $x \in A$ má najviac jeden obraz $y \in B$.]

Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

f je binárnou reláciou z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak $f \subset A \times B$. [Relácia f je množina usporiadaných dvojíc $[x; y]$, $x \in A$, $y \in B$.]

- Skutočnosť, že prvok $[x; y]$ patrí do relácie f, označujeme $[x; y] \in f$, resp. xfy.

Binárna relácia $f \subset A \times B$ je zobrazením (funkciou) z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

[Zobrazenie (funkcia) f je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor $x \in A$ má najviac jeden obraz $y \in B$.]

Funkciu f zapisujeme: [Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]

Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

f je binárnou reláciou z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak $f \subset A \times B$. [Relácia f je množina usporiadaných dvojíc $[x; y]$, $x \in A$, $y \in B$.]

- Skutočnosť, že prvok $[x; y]$ patrí do relácie f, označujeme $[x; y] \in f$, resp. xfy.

Binárna relácia $f \subset A \times B$ je zobrazením (funkciou) z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

[Zobrazenie (funkcia) f je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor $x \in A$ má najviac jeden obraz $y \in B$.]

Funkciu f zapisujeme: [Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]

- $[x; y] \in f$,

Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

f je binárnou reláciou z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak $f \subset A \times B$. [Relácia f je množina usporiadaných dvojíc $[x; y]$, $x \in A$, $y \in B$.]

- Skutočnosť, že prvok $[x; y]$ patrí do relácie f, označujeme $[x; y] \in f$, resp. xfy.

Binárna relácia $f \subset A \times B$ je zobrazením (funkciou) z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

[Zobrazenie (funkcia) f je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor $x \in A$ má najviac jeden obraz $y \in B$.]

Funkciu f zapisujeme: [Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]

- $[x; y] \in f$, resp.
- $y = f(x)$,

Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

f je binárnou reláciou z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak $f \subset A \times B$. [Relácia f je množina usporiadaných dvojíc $[x; y]$, $x \in A$, $y \in B$.]

- Skutočnosť, že prvok $[x; y]$ patrí do relácie f, označujeme $[x; y] \in f$, resp. xfy.

Binárna relácia $f \subset A \times B$ je zobrazením (funkciou) z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

[Zobrazenie (funkcia) f je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor $x \in A$ má najviac jeden obraz $y \in B$.]

Funkciu f zapisujeme: [Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]

- $[x; y] \in f$, resp.
- $y = f(x)$, resp.
- $f\colon x \mapsto y$,

Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

f je **binárnou reláciou** z **množiny** $A \neq \emptyset$ do **množiny** $B \neq \emptyset$,

ak $f \subset A \times B$. [Relácia f je množina usporiadaných dvojíc $[x; y]$, $x \in A$, $y \in B$.]

- Skutočnosť, že prvok $[x; y]$ patrí do relácie f, označujeme $[x; y] \in f$, resp. xfy.

Binárna relácia $f \subset A \times B$ je **zobrazením (funkciou)** z **množiny** $A \neq \emptyset$ do **množiny** $B \neq \emptyset$,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

[Zobrazenie (funkcia) f je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor $x \in A$ má najviac jeden obraz $y \in B$.]

Funkciu f zapisujeme: [Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]

- $[x; y] \in f$, resp. • $y = f(x)$, resp. • $f\colon x \mapsto y$,

resp. • $y = f(x)$, $x \in D(f)$,

Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

f je binárnou reláciou z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak $f \subset A \times B$. [Relácia f je množina usporiadaných dvojíc $[x; y]$, $x \in A$, $y \in B$.]

- Skutočnosť, že prvok $[x; y]$ patrí do relácie f, označujeme $[x; y] \in f$, resp. xfy.

Binárna relácia $f \subset A \times B$ je zobrazením (funkciou) z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

[Zobrazenie (funkcia) f je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor $x \in A$ má najviac jeden obraz $y \in B$.]

Funkciu f zapisujeme: [Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]

- $[x; y] \in f$, resp. • $y = f(x)$, resp. • $f\colon x \mapsto y$,

resp. • $y = f(x)$, $x \in D(f)$, resp. • $f = \{[x; y] \in A \times B, y = f(x)\}$,

Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

f je binárnou reláciou z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak $f \subset A \times B$. [Relácia f je množina usporiadaných dvojíc $[x; y]$, $x \in A$, $y \in B$.]

- Skutočnosť, že prvok $[x; y]$ patrí do relácie f, označujeme $[x; y] \in f$, resp. xfy.

Binárna relácia $f \subset A \times B$ je zobrazením (funkciou) z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

[Zobrazenie (funkcia) f je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor $x \in A$ má najviac jeden obraz $y \in B$.]

Funkciu f zapisujeme: [Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]

- $[x; y] \in f$, resp.
- $y = f(x)$, resp.
- $f\colon x \mapsto y$,

resp.
- $y = f(x)$, $x \in D(f)$, resp.
- $f = \{[x; y] \in A \times B, y = f(x)\}$,

resp.
- $y = f(x)$, $x \in A$,

Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

f je binárnou reláciou z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak $f \subset A \times B$. [Relácia f je množina usporiadaných dvojíc $[x; y]$, $x \in A$, $y \in B$.]

- Skutočnosť, že prvok $[x; y]$ patrí do relácie f, označujeme $[x; y] \in f$, resp. xfy.

Binárna relácia $f \subset A \times B$ je zobrazením (funkciou) z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

[Zobrazenie (funkcia) f je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor $x \in A$ má najviac jeden obraz $y \in B$.]

Funkciu f zapisujeme: [Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]

- $[x; y] \in f$, resp. • $y = f(x)$, resp. • $f\colon x \mapsto y$,
- resp. • $y = f(x)$, $x \in D(f)$, resp. • $f = \{[x; y] \in A \times B, y = f(x)\}$,
- resp. • $y = f(x)$, $x \in A$, resp. • $y = f(x)\colon A \to B$, $\ldots$

Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

f je binárnou reláciou z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak $f \subset A \times B$. [Relácia f je množina usporiadaných dvojíc $[x; y]$, $x \in A$, $y \in B$.]

- Skutočnosť, že prvok $[x; y]$ patrí do relácie f, označujeme $[x; y] \in f$, resp. xfy.

Binárna relácia $f \subset A \times B$ je zobrazením (funkciou) z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

[Zobrazenie (funkcia) f je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor $x \in A$ má najviac jeden obraz $y \in B$.]

Funkciu f zapisujeme: [Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]

- $[x; y] \in f$, resp. • $y = f(x)$, resp. • $f\colon x \mapsto y$,
- resp. • $y = f(x)$, $x \in D(f)$, resp. • $f = \{[x; y] \in A \times B, y = f(x)\}$,
- resp. • $y = f(x)$, $x \in A$, resp. • $y = f(x)\colon A \to B$, ...

$y = f(x)$, $x \in D(f)$ je zobrazenie, $C \subset D(f)$.

Binárne relácie a zobrazenia – Binárna relácia

f je binárnou reláciou z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak $f \subset A \times B$. [Relácia f je množina usporiadaných dvojíc $[x; y]$, $x \in A$, $y \in B$.]

- Skutočnosť, že prvok $[x; y]$ patrí do relácie f, označujeme $[x; y] \in f$, resp. xfy.

Binárna relácia $f \subset A \times B$ je zobrazením (funkciou) z množiny $A \neq \emptyset$ do množiny $B \neq \emptyset$,

ak pre každé $x \in A$ existuje najviac jedno $y \in B$ také, že $[x; y] \in f$.

[Zobrazenie (funkcia) f je množina usporiadaných dvojíc, pričom každý vzor $x \in A$ má najviac jeden obraz $y \in B$.]

Funkciu f zapisujeme: [Uvedené zápisy sú ekvivalentné.]

- $[x; y] \in f$, resp. • $y = f(x)$, resp. • $f\colon x \mapsto y$,
- resp. • $y = f(x)$, $x \in D(f)$, resp. • $f = \{[x; y] \in A \times B, y = f(x)\}$,
- resp. • $y = f(x)$, $x \in A$, resp. • $y = f(x)\colon A \to B$, ...

$y = f(x)$, $x \in D(f)$ je zobrazenie, $C \subset D(f)$.

$f(C) = \{f(x);\ x \in C\}$ sa nazýva obraz množiny C v zobrazení f.

Binárne relácie a zobrazenia – Zobrazenie (funkcia)

Funkcia (zobrazenie) $f : y = f(x),\ A \to B.$

Binárne relácie a zobrazenia – Zobrazenie (funkcia)

Funkcia (zobrazenie) $f : y = f(x),\ A \to B.$

- $x \in A$ nazývame vzor (nezávislá premenná) v zobrazení f.

- $y \in B$ nazývame obraz (závislá premenná, funkčná hodnota) v zobrazení f.

Binárne relácie a zobrazenia – Zobrazenie (funkcia)

Funkcia (zobrazenie) $f : y = f(x),\ A \to B.$

- $x \in A$ nazývame vzor (nezávislá premenná) v zobrazení f.
- $D(f) = \{x \in A;\ \exists y \in B, [x; y] \in f\}$ nazývame definičný obor (zobrazenia) f.

- $y \in B$ nazývame obraz (závislá premenná, funkčná hodnota) v zobrazení f.

Binárne relácie a zobrazenia – Zobrazenie (funkcia)

Funkcia (zobrazenie) $f: y = f(x),\ A \to B$.

- $x \in A$ nazývame vzor (nezávislá premenná) v zobrazení f.
- $D(f) = \{x \in A;\ \exists y \in B, [x; y] \in f\}$ nazývame definičný obor (zobrazenia) f.

- $y \in B$ nazývame obraz (závislá premenná, funkčná hodnota) v zobrazení f.
- $H(f) = \{y \in B;\ \exists x \in A, [x; y] \in f\}$ nazývame obor hodnôt (zobrazenia) f.

Binárne relácie a zobrazenia – Zobrazenie (funkcia)

Funkcia (zobrazenie) $f : y = f(x),\ A \to B.$

- $x \in A$ nazývame vzor (nezávislá premenná) v zobrazení f.
- $D(f) = \{x \in A;\ \exists y \in B, [x; y] \in f\}$ nazývame definičný obor (zobrazenia) f.

[$D(f)$ je množina všetkých vzorov zobrazenia (funkcie) f.]

- $y \in B$ nazývame obraz (závislá premenná, funkčná hodnota) v zobrazení f.
- $H(f) = \{y \in B;\ \exists x \in A, [x; y] \in f\}$ nazývame obor hodnôt (zobrazenia) f.

[$H(f) = \{f(x);\ x \in D(f)\}$ je množina všetkých obrazov zobrazenia (funkcie) f.]

Binárne relácie a zobrazenia – Zobrazenie (funkcia)

Funkcia (zobrazenie) $f: y = f(x),\ A \to B.$

- $x \in A$ nazývame vzor (nezávislá premenná) v zobrazení f.
- $D(f) = \{x \in A;\ \exists y \in B, [x;y] \in f\}$ nazývame definičný obor (zobrazenia) f.

[$D(f)$ je množina všetkých vzorov zobrazenia (funkcie) f.]

- $y \in B$ nazývame obraz (závislá premenná, funkčná hodnota) v zobrazení f.
- $H(f) = \{y \in B;\ \exists x \in A, [x;y] \in f\}$ nazývame obor hodnôt (zobrazenia) f.

[$H(f) = \{f(x);\ x \in D(f)\}$ je množina všetkých obrazov zobrazenia (funkcie) f.]

A a b c

B 1 2 3 4

- $A = \{a,b,c\},\ B = \{1,2,3,4\},$

A a b c

B 1 2 3 4

- $A = \{a,b,c\},\ B = \{1,2,3,4\},$

Binárne relácie a zobrazenia – Zobrazenie (funkcia)

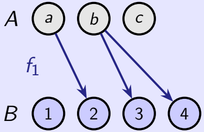
Funkcia (zobrazenie) $f : y = f(x),\ A \to B.$

- $x \in A$ nazývame vzor (nezávislá premenná) v zobrazení f.
- $D(f) = \{x \in A;\ \exists y \in B, [x; y] \in f\}$ nazývame definičný obor (zobrazenia) f.

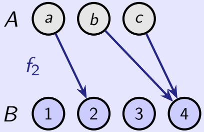
[$D(f)$ je množina všetkých vzorov zobrazenia (funkcie) f.]

- $y \in B$ nazývame obraz (závislá premenná, funkčná hodnota) v zobrazení f.
- $H(f) = \{y \in B;\ \exists x \in A, [x; y] \in f\}$ nazývame obor hodnôt (zobrazenia) f.

[$H(f) = \{f(x);\ x \in D(f)\}$ je množina všetkých obrazov zobrazenia (funkcie) f.]



- $A = \{a,b,c\},\ B = \{1,2,3,4\},\ f_1 : A \to B,$
  $f_1 = \{[a; 2], [b; 3], [b; 4]\}.$



- $A = \{a,b,c\},\ B = \{1,2,3,4\},\ f_2 : A \to B,$
  $f_2 = \{[a; 2], [b; 4], [c; 4]\}.$

Binárne relácie a zobrazenia – Zobrazenie (funkcia)

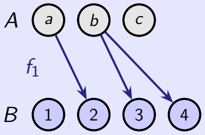
Funkcia (zobrazenie) $f: y = f(x),\ A \to B.$

- $x \in A$ nazývame **vzor** (**nezávislá premenná**) v zobrazení f.
- $D(f) = \{x \in A;\ \exists y \in B, [x;y] \in f\}$ nazývame **definičný obor** (zobrazenia) f.

[$D(f)$ je množina všetkých vzorov zobrazenia (funkcie) f.]

- $y \in B$ nazývame **obraz** (**závislá premenná**, **funkčná hodnota**) v zobrazení f.
- $H(f) = \{y \in B;\ \exists x \in A, [x;y] \in f\}$ nazývame **obor hodnôt** (zobrazenia) f.

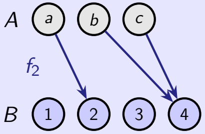
[$H(f) = \{f(x);\ x \in D(f)\}$ je množina všetkých obrazov zobrazenia (funkcie) f.]



- $A = \{a,b,c\},\ B = \{1,2,3,4\},\ f_1 : A \to B,$

  $f_1 = \{[a;2], [b;3], [b;4]\}.$

  $D(f_1) = \{a,b,c\},\ H(f_1) = \{2,3\}.$



- $A = \{a,b,c\},\ B = \{1,2,3,4\},\ f_2 : A \to B,$

  $f_2 = \{[a;2], [b;4], [c;4]\}.$

  $D(f_2) = \{a,b,c\},\ H(f_2) = \{2,4\}.$

Binárne relácie a zobrazenia – Zobrazenie (funkcia)

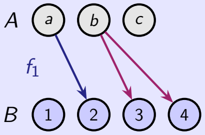
Funkcia (zobrazenie) $f : y = f(x),\ A \to B.$

- $x \in A$ nazývame vzor (nezávislá premenná) v zobrazení f.
- $D(f) = \{x \in A;\ \exists y \in B, [x;y] \in f\}$ nazývame definičný obor (zobrazenia) f.

[$D(f)$ je množina všetkých vzorov zobrazenia (funkcie) f.]

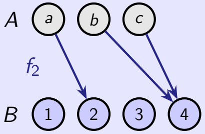
- $y \in B$ nazývame obraz (závislá premenná, funkčná hodnota) v zobrazení f.
- $H(f) = \{y \in B;\ \exists x \in A, [x;y] \in f\}$ nazývame obor hodnôt (zobrazenia) f.

[$H(f) = \{f(x);\ x \in D(f)\}$ je množina všetkých obrazov zobrazenia (funkcie) f.]



- $A = \{a,b,c\},\ B = \{1,2,3,4\},\ f_1 : A \to B,$ [f_1 je relácia.]

  $f_1 = \{[a;2], [b;3], [b;4]\}.$ [f_1 nie je zobrazenie (nie je funkcia).]



- $A = \{a,b,c\},\ B = \{1,2,3,4\},\ f_2 : A \to B,$ [f_2 je relácia.]

  $f_2 = \{[a;2], [b;4], [c;4]\}.$ [f_2 je zobrazenie (je funkcia).]

  $D(f_2) = \{a,b,c\},\ H(f_2) = \{2,4\}.$

Binárne relácie a zobrazenia – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva

Binárne relácie a zobrazenia – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva

- injektívna (injekcia, prostá),

- surjektívna (surjekcia, na množinu),

- bijektívna (bijekcia, prostá na),

Binárne relácie a zobrazenia – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva

- injektívna (injekcia, prostá), ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$, platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.

- surjektívna (surjekcia, na množinu),

- bijektívna (bijekcia, prostá na),

Binárne relácie a zobrazenia – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva

- injektívna (injekcia, prostá), ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$, platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.

  Resp. ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ také, že $f(x_1) = f(x_2)$ platí $x_1 = x_2$.

- surjektívna (surjekcia, na množinu),

- bijektívna (bijekcia, prostá na),

Binárne relácie a zobrazenia – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f: A \to B$ sa nazýva

- injektívna (injekcia, prostá), ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$, platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.

  Resp. ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ také, že $f(x_1) = f(x_2)$ platí $x_1 = x_2$.

- surjektívna (surjekcia, na množinu), ak pre každé $y \in B$ existuje $x \in A$ také, že $y = f(x)$.

- bijektívna (bijekcia, prostá na),

Binárne relácie a zobrazenia – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f: A \to B$ sa nazýva

- injektívna (injekcia, prostá), ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$, platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom z množiny A prislúchajú rôzne obrazy z množiny B.]

  Resp. ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ také, že $f(x_1) = f(x_2)$ platí $x_1 = x_2$.

  [Obrátená implikácia: Rovnaké obrazy majú rovnaké vzory.]

- surjektívna (surjekcia, na množinu), ak pre každé $y \in B$ existuje $x \in A$ také, že $y = f(x)$.

  [Ku každému obrazu z množiny B existuje vzor z množiny A,

- bijektívna (bijekcia, prostá na),

Binárne relácie a zobrazenia – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva

- injektívna (injekcia, prostá), ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$, platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom z množiny A prislúchajú rôzne obrazy z množiny B.]

  Resp. ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ také, že $f(x_1) = f(x_2)$ platí $x_1 = x_2$.

  [Obrátená implikácia: Rovnaké obrazy majú rovnaké vzory.]

- surjektívna (surjekcia, na množinu), ak pre každé $y \in B$ existuje $x \in A$ také, že $y = f(x)$.

  [Ku každému obrazu z množiny B existuje vzor z množiny A, t. j. $f(A) = B$.]

- bijektívna (bijekcia, prostá na),

Binárne relácie a zobrazenia – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva

- injektívna (injekcia, prostá), ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$, platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom z množiny A prislúchajú rôzne obrazy z množiny B.]

  Resp. ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ také, že $f(x_1) = f(x_2)$ platí $x_1 = x_2$.

  [Obrátená implikácia: Rovnaké obrazy majú rovnaké vzory.]

- surjektívna (surjekcia, na množinu), ak pre každé $y \in B$ existuje $x \in A$ také, že $y = f(x)$.

  [Ku každému obrazu z množiny B existuje vzor z množiny A, t. j. $f(A) = B$.]

- bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Binárne relácie a zobrazenia – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f: A \to B$ sa nazýva

- injektívna (injekcia, prostá), ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$, platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom z množiny A prislúchajú rôzne obrazy z množiny B.]

  Resp. ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ také, že $f(x_1) = f(x_2)$ platí $x_1 = x_2$.

  [Obrátená implikácia: Rovnaké obrazy majú rovnaké vzory.]

- surjektívna (surjekcia, na množinu), ak pre každé $y \in B$ existuje $x \in A$ také, že $y = f(x)$.

  [Ku každému obrazu z množiny B existuje vzor z množiny A, t. j. $f(A) = B$.]

- bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Rovnosť funkcií $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$.

Binárne relácie a zobrazenia – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f: A \to B$ sa nazýva

- injektívna (injekcia, prostá), ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$, platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom z množiny A prislúchajú rôzne obrazy z množiny B.]

  Resp. ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ také, že $f(x_1) = f(x_2)$ platí $x_1 = x_2$.

  [Obrátená implikácia: Rovnaké obrazy majú rovnaké vzory.]

- surjektívna (surjekcia, na množinu), ak pre každé $y \in B$ existuje $x \in A$ také, že $y = f(x)$.

  [Ku každému obrazu z množiny B existuje vzor z množiny A, t. j. $f(A) = B$.]

- bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Rovnosť funkcií $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$.

- $f = g$,

- $f = g$ na množine $M \subset D(f) \cap D(g)$,

Binárne relácie a zobrazenia – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva

- injektívna (injekcia, prostá), ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$, platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom z množiny A prislúchajú rôzne obrazy z množiny B.]

  Resp. ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ také, že $f(x_1) = f(x_2)$ platí $x_1 = x_2$.

  [Obrátená implikácia: Rovnaké obrazy majú rovnaké vzory.]

- surjektívna (surjekcia, na množinu), ak pre každé $y \in B$ existuje $x \in A$ také, že $y = f(x)$.

  [Ku každému obrazu z množiny B existuje vzor z množiny A, t. j. $f(A) = B$.]

- bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Rovnosť funkcií $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$.

- $f = g$, ak platí ekvivalencia $[x; y] \in f \Leftrightarrow [x; y] \in g$, t. j. $y = f(x) \Leftrightarrow y = g(x)$.

- $f = g$ na množine $M \subset D(f) \cap D(g)$,

Binárne relácie a zobrazenia – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f: A \to B$ sa nazýva

- injektívna (injekcia, prostá), ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$, platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom z množiny A prislúchajú rôzne obrazy z množiny B.]

  Resp. ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ také, že $f(x_1) = f(x_2)$ platí $x_1 = x_2$.

  [Obrátená implikácia: Rovnaké obrazy majú rovnaké vzory.]

- surjektívna (surjekcia, na množinu), ak pre každé $y \in B$ existuje $x \in A$ také, že $y = f(x)$.

  [Ku každému obrazu z množiny B existuje vzor z množiny A, t. j. $f(A) = B$.]

- bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Rovnosť funkcií $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$.

- $f = g$, ak platí ekvivalencia $[x; y] \in f \Leftrightarrow [x; y] \in g$, t. j. $y = f(x) \Leftrightarrow y = g(x)$.

  V praxi to znamená, ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.

- $f = g$ na množine $M \subset D(f) \cap D(g)$,

Binárne relácie a zobrazenia – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f: A \to B$ sa nazýva

- injektívna (injekcia, prostá), ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$, platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom z množiny A prislúchajú rôzne obrazy z množiny B.]

  Resp. ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ také, že $f(x_1) = f(x_2)$ platí $x_1 = x_2$.

  [Obrátená implikácia: Rovnaké obrazy majú rovnaké vzory.]

- surjektívna (surjekcia, na množinu), ak pre každé $y \in B$ existuje $x \in A$ také, že $y = f(x)$.

  [Ku každému obrazu z množiny B existuje vzor z množiny A, t. j. $f(A) = B$.]

- bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Rovnosť funkcií $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$.

- $f = g$, ak platí ekvivalencia $[x; y] \in f \Leftrightarrow [x; y] \in g$, t. j. $y = f(x) \Leftrightarrow y = g(x)$.

  V praxi to znamená, ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.

- $f = g$ na množine $M \subset D(f) \cap D(g)$, ak pre všetky $x \in M$ platí $f(x) = g(x)$.

Binárne relácie a zobrazenia – Injekcia, surjekcia, bijekcia

Funkcia (zobrazenie) $f : A \to B$ sa nazýva

- injektívna (injekcia, prostá), ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$, platí $f(x_1) \neq f(x_2)$.

  [Rôznym vzorom z množiny A prislúchajú rôzne obrazy z množiny B.]

  Resp. ak pre všetky $x_1, x_2 \in A$ také, že $f(x_1) = f(x_2)$ platí $x_1 = x_2$.

  [Obrátená implikácia: Rovnaké obrazy majú rovnaké vzory.]

- surjektívna (surjekcia, na množinu), ak pre každé $y \in B$ existuje $x \in A$ také, že $y = f(x)$.

  [Ku každému obrazu z množiny B existuje vzor z množiny A, t. j. $f(A) = B$.]

- bijektívna (bijekcia, prostá na), ak je injektívna a súčasne surjektívna.

Rovnosť funkcií $y = f(x)$, $x \in D(f)$ a $y = g(x)$, $x \in D(g)$.

- $f = g$, ak platí ekvivalencia $[x; y] \in f \Leftrightarrow [x; y] \in g$, t. j. $y = f(x) \Leftrightarrow y = g(x)$.

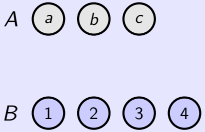
  [Rovnosť na ich definičných oboroch.]

  V praxi to znamená, ak $D(f) = D(g)$ a pre všetky $x \in D(f)$ platí $f(x) = g(x)$.

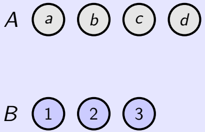
  [Zobrazenia f, g sú množiny. Rovnosť $f = g$ musíme chápať ako rovnosť množín, t. j. $f \subset g$, $g \subset f$.]

- $f = g$ na množine $M \subset D(f) \cap D(g)$, ak pre všetky $x \in M$ platí $f(x) = g(x)$.

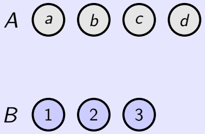
Binárne relácie a zobrazenia – Príklad



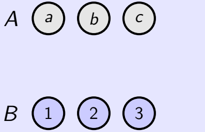
- $A = \{a,b,c\}$, $B = \{1,2,3,4\}$,



- $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,2,3\}$,

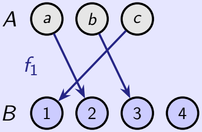


- $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,2,3\}$,

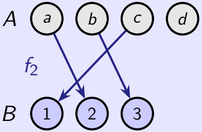


- $A = \{a,b,c\}$, $B = \{1,2,3\}$,

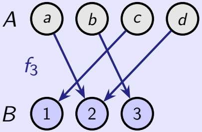
Binárne relácie a zobrazenia – Príklad



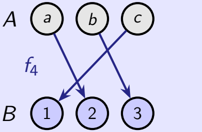
- $A = \{a,b,c\}$, $B = \{1,2,3,4\}$, $f_1 : A \to B$,
  $f_1 = \{[a;2], [b;3], [c;1]\}$,



- $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,2,3\}$, $f_2 : A \to B$,
  $f_2 = \{[a;2], [b;3], [c;1]\}$,

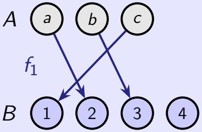


- $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,2,3\}$, $f_3 : A \to B$,
  $f_3 = \{[a;2], [b;3], [c;1], [d;2]\}$,



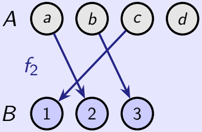
- $A = \{a,b,c\}$, $B = \{1,2,3\}$, $f_4 : A \to B$,
  $f_4 = \{[a;2], [b;3], [c;1]\}$,

Binárne relácie a zobrazenia – Príklad

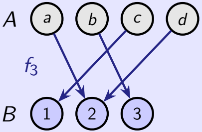


- $A = \{a,b,c\}$, $B = \{1,2,3,4\}$, $f_1 : A \to B$,
  $f_1 = \{[a;2], [b;3], [c;1]\}$,

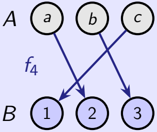
  [f_1 je injekcia (prosté zobrazenie).]



- $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,2,3\}$, $f_2 : A \to B$,
  $f_2 = \{[a;2], [b;3], [c;1]\}$,



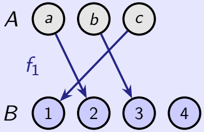
- $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,2,3\}$, $f_3 : A \to B$,
  $f_3 = \{[a;2], [b;3], [c;1], [d;2]\}$,



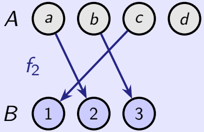
- $A = \{a,b,c\}$, $B = \{1,2,3\}$, $f_4 : A \to B$,
  $f_4 = \{[a;2], [b;3], [c;1]\}$,

  [f_4 je injekcia (prosté zobrazenie).]

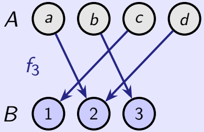
Binárne relácie a zobrazenia – Príklad



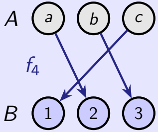
- $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3, 4\}$, $f_1 : A \to B$,
  $f_1 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$,



- $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $f_2 : A \to B$,
  $f_2 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$, [$f_2$ je surjekcia (zobrazenie na).]

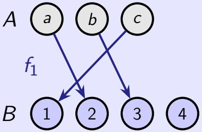


- $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $f_3 : A \to B$,
  $f_3 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1], [d; 2]\}$, [$f_3$ je surjekcia (zobrazenie na).]

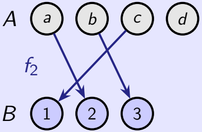


- $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $f_4 : A \to B$,
  $f_4 = \{[a; 2], [b; 3], [c; 1]\}$, [$f_4$ je surjekcia (zobrazenie na).]

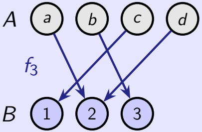
Binárne relácie a zobrazenia – Príklad



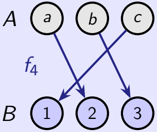
- $A = \{a,b,c\}$, $B = \{1,2,3,4\}$, $f_1 : A \to B$,
  $f_1 = \{[a;2], [b;3], [c;1]\}$,



- $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,2,3\}$, $f_2 : A \to B$,
  $f_2 = \{[a;2], [b;3], [c;1]\}$,

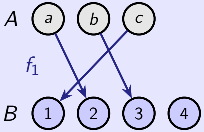


- $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,2,3\}$, $f_3 : A \to B$,
  $f_3 = \{[a;2], [b;3], [c;1], [d;2]\}$,



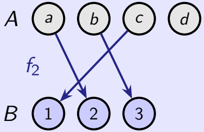
- $A = \{a,b,c\}$, $B = \{1,2,3\}$, $f_4 : A \to B$,
  $f_4 = \{[a;2], [b;3], [c;1]\}$, [$f_4$ je bijekcia (prosté zobrazenie na).]

Binárne relácie a zobrazenia – Príklad



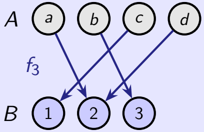
- $A = \{a,b,c\}$, $B = \{1,2,3,4\}$, $f_1 : A \to B$,

  $f_1 = \{[a;2], [b;3], [c;1]\}$, [$f_1$ je injekcia (prosté zobrazenie).]



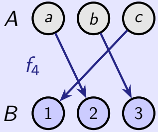
- $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,2,3\}$, $f_2 : A \to B$,

  $f_2 = \{[a;2], [b;3], [c;1]\}$, [$f_2$ je surjekcia (zobrazenie na).]



- $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,2,3\}$, $f_3 : A \to B$,

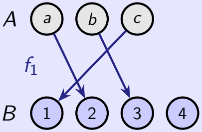
  $f_3 = \{[a;2], [b;3], [c;1], [d;2]\}$, [$f_3$ je surjekcia (zobrazenie na).]



- $A = \{a,b,c\}$, $B = \{1,2,3\}$, $f_4 : A \to B$,

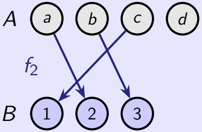
  $f_4 = \{[a;2], [b;3], [c;1]\}$, [$f_4$ je bijekcia (prosté zobrazenie na).]

Binárne relácie a zobrazenia – Príklad



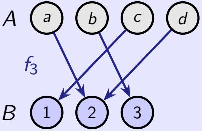
- $A = \{a,b,c\}$, $B = \{1,2,3,4\}$, $f_1 : A \to B$,
  $f_1 = \{[a;2], [b;3], [c;1]\}$,
  $D(f_1) = \{a,b,c\}$, $H(f_2) = \{1,2,3\}$.

  [f_1 je injekcia (prosté zobrazenie).]



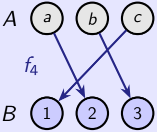
- $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,2,3\}$, $f_2 : A \to B$,
  $f_2 = \{[a;2], [b;3], [c;1]\}$,
  $D(f_2) = \{a,b,c\}$, $H(f_2) = \{1,2,3\}$.

  [f_2 je surjekcia (zobrazenie na).]



- $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,2,3\}$, $f_3 : A \to B$,
  $f_3 = \{[a;2], [b;3], [c;1], [d;2]\}$,
  $D(f_3) = \{a,b,c,d\}$, $H(f_3) = \{1,2,3\}$.

  [f_3 je surjekcia (zobrazenie na).]



- $A = \{a,b,c\}$, $B = \{1,2,3\}$, $f_4 : A \to B$,
  $f_4 = \{[a;2], [b;3], [c;1]\}$,
  $D(f_4) = \{a,b,c\}$, $H(f_4) = \{1,2,3\}$.

  [f_4 je bijekcia (prosté zobrazenie na).]

Binárne relácie a zobrazenia – Zložené zobrazenie (funkcia)

Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

zobrazení (funkcií) $f\colon A \to B$ a $g\colon C \to D$, pričom $H(f) \subset C$, sa nazýva

Binárne relácie a zobrazenia – Zložené zobrazenie (funkcia)

Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

zobrazení (funkcií) $f\colon A \to B$ a $g\colon C \to D$, pričom $H(f) \subset C$, sa nazýva

zobrazenie (funkcia) $F = g(f) : A \to D$, ktoré každému $x \in A$

Binárne relácie a zobrazenia – Zložené zobrazenie (funkcia)

Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

zobrazení (funkcií) $f\colon A \to B$ a $g\colon C \to D$, pričom $H(f) \subset C$, sa nazýva

zobrazenie (funkcia) $F = g(f) : A \to D$, ktoré každému $x \in A$

priradí hodnotu $z = g(y) \in D$, kde $y = f(x)$,

Binárne relácie a zobrazenia – Zložené zobrazenie (funkcia)

Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

zobrazení (funkcií) $f\colon A \to B$ a $g\colon C \to D$, pričom $H(f) \subset C$, sa nazýva

zobrazenie (funkcia) $F = g(f) : A \to D$, ktoré každému $x \in A$

priradí hodnotu $z = g(y) \in D$, kde $y = f(x)$, t. j. hodnotu $z = g(f(x))$.

Binárne relácie a zobrazenia – Zložené zobrazenie (funkcia)

Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou) zobrazení (funkcií) $f\colon A \to B$ a $g\colon C \to D$, pričom $H(f) \subset C$, sa nazýva

zobrazenie (funkcia) $F = g(f) : A \to D$, ktoré každému $x \in A$ priradí hodnotu $z = g(y) \in D$, kde $y = f(x)$, t. j. hodnotu $z = g(f(x))$.

- f sa nazýva vnútorná zložka $g(f)$.

Binárne relácie a zobrazenia – Zložené zobrazenie (funkcia)

Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

zobrazení (funkcií) $f\colon A \to B$ a $g\colon C \to D$, pričom $H(f) \subset C$, sa nazýva

zobrazenie (funkcia) $F = g(f) : A \to D$, ktoré každému $x \in A$

priradí hodnotu $z = g(y) \in D$, kde $y = f(x)$, t. j. hodnotu $z = g(f(x))$.

- f sa nazýva vnútorná zložka $g(f)$.
- g sa nazýva vonkajšia zložka $g(f)$.

Binárne relácie a zobrazenia – Zložené zobrazenie (funkcia)

Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

zobrazení (funkcií) $f\colon A \to B$ a $g\colon C \to D$, pričom $H(f) \subset C$, sa nazýva

zobrazenie (funkcia) $F = g(f) : A \to D$, ktoré každému $x \in A$

priradí hodnotu $z = g(y) \in D$, kde $y = f(x)$, t. j. hodnotu $z = g(f(x))$.

- f sa nazýva vnútorná zložka $g(f)$.
- g sa nazýva vonkajšia zložka $g(f)$.
- Zapisujeme $F = g(f) = f \circ g$, resp. $F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$, $x \in D(f)$.

Binárne relácie a zobrazenia – Zložené zobrazenie (funkcia)

Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

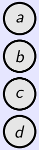
zobrazení (funkcií) $f\colon A \to B$ a $g\colon C \to D$, pričom $H(f) \subset C$, sa nazýva

zobrazenie (funkcia) $F = g(f) : A \to D$, ktoré každému $x \in A$

priradí hodnotu $z = g(y) \in D$, kde $y = f(x)$, t. j. hodnotu $z = g(f(x))$.

- f sa nazýva vnútorná zložka $g(f)$.
- g sa nazýva vonkajšia zložka $g(f)$.
- Zapisujeme $F = g(f) = f \circ g$, resp. $F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$, $x \in D(f)$.

- $A = \{a,b,c,d\}$,



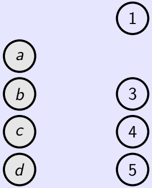
Binárne relácie a zobrazenia – Zložené zobrazenie (funkcia)

Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou) zobrazení (funkcií) $f\colon A \to B$ a $g\colon C \to D$, pričom $H(f) \subset C$, sa nazýva

zobrazenie (funkcia) $F = g(f) : A \to D$, ktoré každému $x \in A$ priradí hodnotu $z = g(y) \in D$, kde $y = f(x)$, t. j. hodnotu $z = g(f(x))$.

- f sa nazýva vnútorná zložka $g(f)$.
- g sa nazýva vonkajšia zložka $g(f)$.
- Zapisujeme $F = g(f) = f \circ g$, resp. $F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$, $x \in D(f)$.

- $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,3,4,5\}$.



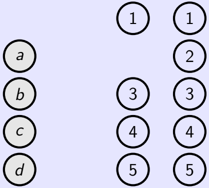
Binárne relácie a zobrazenia – Zložené zobrazenie (funkcia)

Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)
zobrazení (funkcií) $f\colon A \to B$ a $g\colon C \to D$, pričom $H(f) \subset C$, sa nazýva

zobrazenie (funkcia) $F = g(f) : A \to D$, ktoré každému $x \in A$
priradí hodnotu $z = g(y) \in D$, kde $y = f(x)$, t. j. hodnotu $z = g(f(x))$.

- f sa nazýva vnútorná zložka $g(f)$.
- g sa nazýva vonkajšia zložka $g(f)$.
- Zapisujeme $F = g(f) = f \circ g$, resp. $F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$, $x \in D(f)$.

- $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,3,4,5\}$.
- $C = \{1,2,3,4,5\}$,



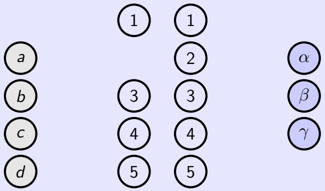
Binárne relácie a zobrazenia – Zložené zobrazenie (funkcia)

Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)
zobrazení (funkcií) $f\colon A\to B$ a $g\colon C\to D$, pričom $H(f)\subset C$, sa nazýva

zobrazenie (funkcia) $F=g(f):A\to D$, ktoré každému $x\in A$
priradí hodnotu $z=g(y)\in D$, kde $y=f(x)$, t. j. hodnotu $z=g(f(x))$.

- f sa nazýva vnútorná zložka $g(f)$.
- g sa nazýva vonkajšia zložka $g(f)$.
- Zapisujeme $F=g(f)=f\circ g$, resp. $F(x)=g[f(x)]=[f\circ g](x)$, $x\in D(f)$.

- $A=\{a,b,c,d\}$, $B=\{1,3,4,5\}$.
- $C=\{1,2,3,4,5\}$, $D=\{\alpha,\beta,\gamma\}$.



Binárne relácie a zobrazenia – Zložené zobrazenie (funkcia)

Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

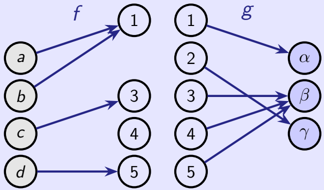
zobrazení (funkcií) $f\colon A \to B$ a $g\colon C \to D$, pričom $H(f) \subset C$, sa nazýva

zobrazenie (funkcia) $F = g(f) : A \to D$, ktoré každému $x \in A$

priradí hodnotu $z = g(y) \in D$, kde $y = f(x)$, t. j. hodnotu $z = g(f(x))$.

- f sa nazýva vnútorná zložka $g(f)$.
- g sa nazýva vonkajšia zložka $g(f)$.
- Zapisujeme $F = g(f) = f \circ g$, resp. $F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$, $x \in D(f)$.

- $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,3,4,5\}$.
- $f = \{[a;1], [b;1], [c;3], [d;5]\}\colon A \to B$.
- $C = \{1,2,3,4,5\}$, $D = \{\alpha,\beta,\gamma\}$.
- $g = \{[1;\alpha], [2;\gamma], [3;\beta], [4;\beta], [5;\beta]\}\colon C \to D$.



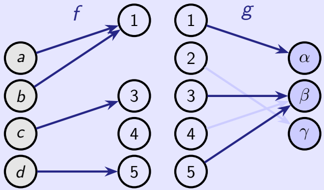
Binárne relácie a zobrazenia – Zložené zobrazenie (funkcia)

Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)
zobrazení (funkcií) $f\colon A \to B$ a $g\colon C \to D$, pričom $H(f) \subset C$, sa nazýva

zobrazenie (funkcia) $F = g(f) : A \to D$, ktoré každému $x \in A$
priradí hodnotu $z = g(y) \in D$, kde $y = f(x)$, t. j. hodnotu $z = g(f(x))$.

- f sa nazýva vnútorná zložka $g(f)$.
- g sa nazýva vonkajšia zložka $g(f)$.
- Zapisujeme $F = g(f) = f \circ g$, resp. $F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$, $x \in D(f)$.

- $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,3,4,5\}$.
- $f = \{[a;1]\,,[b;1]\,,[c;3]\,,[d;5]\}\colon A \to B$.
- $C = \{1,2,3,4,5\}$, $D = \{\alpha,\beta,\gamma\}$.
- $g = \{[1;\alpha]\,,[2;\gamma]\,,[3;\beta]\,,[4;\beta]\,,[5;\beta]\}\colon C \to D$.



Binárne relácie a zobrazenia – Zložené zobrazenie (funkcia)

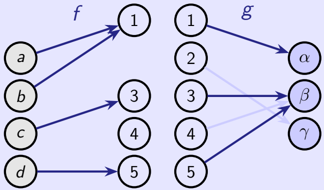
Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)

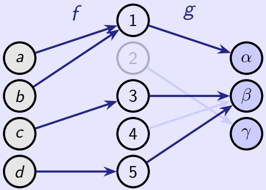
zobrazení (funkcií) $f: A \to B$ a $g: C \to D$, pričom $H(f) \subset C$, sa nazýva

zobrazenie (funkcia) $F = g(f) : A \to D$, ktoré každému $x \in A$ priradí hodnotu $z = g(y) \in D$, kde $y = f(x)$, t. j. hodnotu $z = g(f(x))$.

- f sa nazýva **vnútorná zložka** $g(f)$.
- g sa nazýva **vonkajšia zložka** $g(f)$.
- Zapisujeme $F = g(f) = f \circ g$, resp. $F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$, $x \in D(f)$.

- $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,3,4,5\}$.
- $f = \{[a;1], [b;1], [c;3], [d;5]\}$: $A \to B$.
- $C = \{1,2,3,4,5\}$, $D = \{\alpha,\beta,\gamma\}$.
- $g = \{[1;\alpha], [2;\gamma], [3;\beta], [4;\beta], [5;\beta]\}$: $C \to D$.





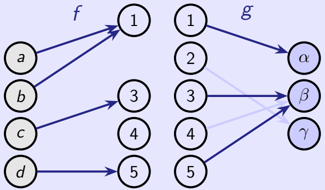
Binárne relácie a zobrazenia – Zložené zobrazenie (funkcia)

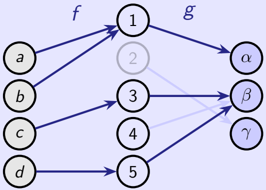
Zloženým zobrazením (kompozíciou, zložením, zloženou funkciou)
zobrazení (funkcií) $f\colon A \to B$ a $g\colon C \to D$, pričom $H(f) \subset C$, sa nazýva

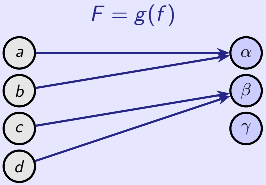
zobrazenie (funkcia) $F = g(f) : A \to D$, ktoré každému $x \in A$
priradí hodnotu $z = g(y) \in D$, kde $y = f(x)$, t. j. hodnotu $z = g(f(x))$.

- f sa nazýva vnútorná zložka $g(f)$.
- g sa nazýva vonkajšia zložka $g(f)$.
- Zapisujeme $F = g(f) = f \circ g$, resp. $F(x) = g[f(x)] = [f \circ g](x)$, $x \in D(f)$.

- $A = \{a,b,c,d\}$, $B = \{1,3,4,5\}$.
- $f = \{[a;1], [b;1], [c;3], [d;5]\}\colon A \to B$.
- $C = \{1,2,3,4,5\}$, $D = \{\alpha,\beta,\gamma\}$.
- $g = \{[1;\alpha], [2;\gamma], [3;\beta], [4;\beta], [5;\beta]\}\colon C \to D$.



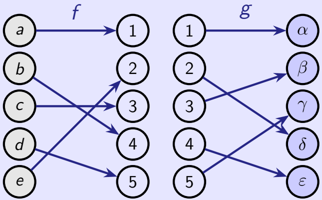




- $F = g(f) = \{[a;\alpha], [b;\alpha], [c;\beta], [d;\beta]\}\colon A \to D$.

Binárne relácie a zobrazenia – Zloženie dvoch bijekcií

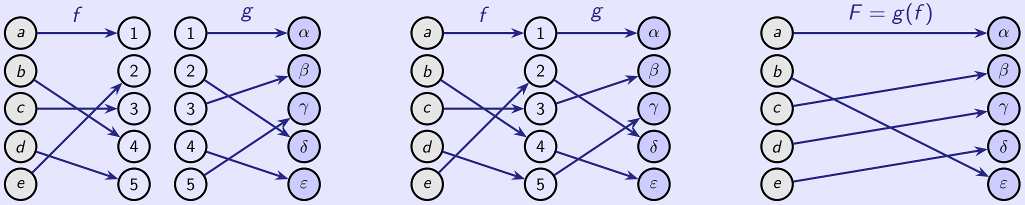
Funkcie (zobrazenia) $f\colon A \to B$, $g\colon B \to C$ sú bijekcie.



Binárne relácie a zobrazenia – Zloženie dvoch bijekcií

Funkcie (zobrazenia) $f: A \to B$, $g: B \to C$ sú bijekcie.

$\Rightarrow$ • Funkcia (zobrazenie) $F = g[f]: A \to C$ je bijekcia.



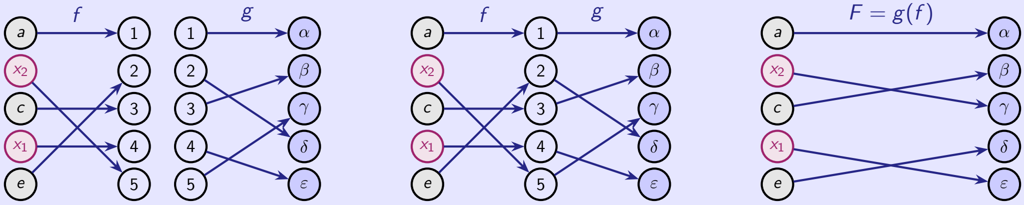
Binárne relácie a zobrazenia – Zloženie dvoch bijekcií

Funkcie (zobrazenia) $f\colon A \to B$, $g\colon B \to C$ sú bijekcie.

$\Rightarrow$ • Funkcia (zobrazenie) $F = g[f]\colon A \to C$ je bijekcia.

Dôkaz.

- f, g sú injekcie, $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$.



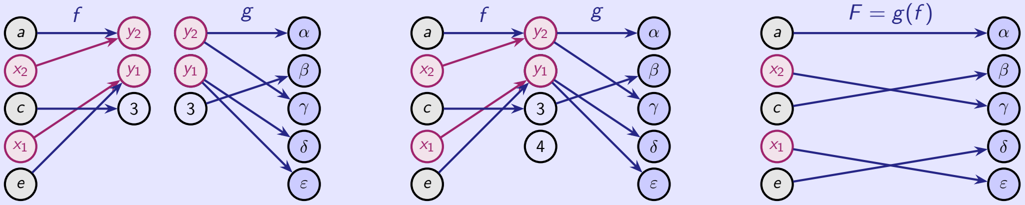
Binárne relácie a zobrazenia – Zloženie dvoch bijekcií

Funkcie (zobrazenia) $f\colon A \to B$, $g\colon B \to C$ sú bijekcie.

$\Rightarrow$ • Funkcia (zobrazenie) $F = g[f]\colon A \to C$ je bijekcia.

Dôkaz.

- f, g sú injekcie, $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ $y_1 = f(x_1) \neq y_2 = f(x_2)$.



Binárne relácie a zobrazenia – Zloženie dvoch bijekcií

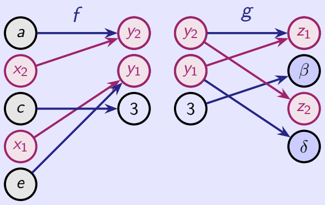
Funkcie (zobrazenia) $f\colon A \to B$, $g\colon B \to C$ sú bijekcie.

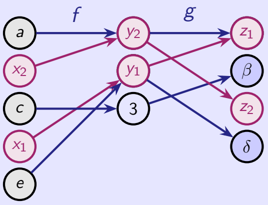
$\Rightarrow$ • Funkcia (zobrazenie) $F = g[f]\colon A \to C$ je bijekcia.

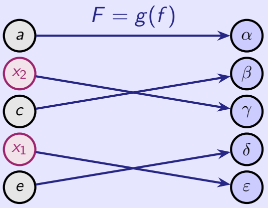
Dôkaz.

- f, g sú injekcie, $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow y_1 = f(x_1) \neq y_2 = f(x_2)$.

  $\Rightarrow z_1 = g(y_1) \neq z_2 = g(y_2)$.







Binárne relácie a zobrazenia – Zloženie dvoch bijekcií

Funkcie (zobrazenia) $f : A \to B$, $g : B \to C$ sú bijekcie.

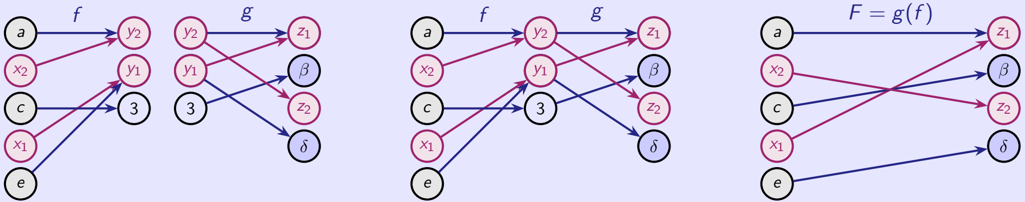
$\Rightarrow$ • Funkcia (zobrazenie) $F = g[f] : A \to C$ je bijekcia.

Dôkaz.

- f, g sú injekcie, $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow y_1 = f(x_1) \neq y_2 = f(x_2)$.

$\Rightarrow z_1 = g(y_1) \neq z_2 = g(y_2)$.

$$\Rightarrow g(y_1) = g[f(x_1)] = F(x_1) \neq g(y_2) = g[f(x_2)] = F(x_2),$$



Binárne relácie a zobrazenia – Zloženie dvoch bijekcií

Funkcie (zobrazenia) $f\colon A\to B$, $g\colon B\to C$ sú bijekcie.

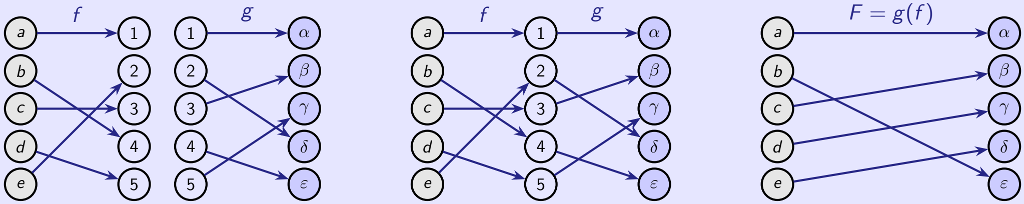
$\Rightarrow$ • Funkcia (zobrazenie) $F=g[f]\colon A\to C$ je bijekcia.

Dôkaz.

- f, g sú injekcie, $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ $y_1 = f(x_1) \neq y_2 = f(x_2)$.

$\Rightarrow$ $z_1 = g(y_1) \neq z_2 = g(y_2)$.

$\Rightarrow$ $g(y_1) = g[f(x_1)] = F(x_1) \neq g(y_2) = g[f(x_2)] = F(x_2)$, t. j. F je injekcia.



Binárne relácie a zobrazenia – Zloženie dvoch bijekcií

Funkcie (zobrazenia) $f: A \to B$, $g: B \to C$ sú bijekcie.

$\Rightarrow$ • Funkcia (zobrazenie) $F = g[f]: A \to C$ je bijekcia.

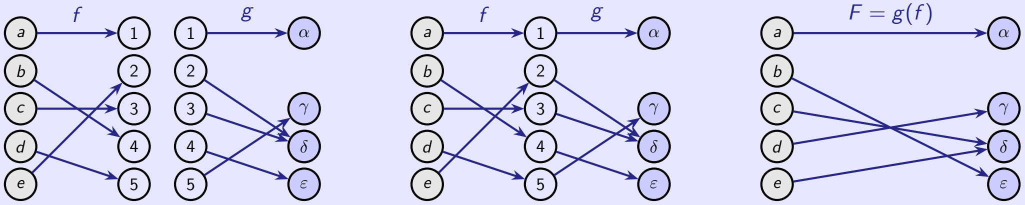
Dôkaz.

- f, g sú injekcie, $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow y_1 = f(x_1) \neq y_2 = f(x_2)$.

  $\Rightarrow z_1 = g(y_1) \neq z_2 = g(y_2)$.

  $\Rightarrow g(y_1) = g[f(x_1)] = F(x_1) \neq g(y_2) = g[f(x_2)] = F(x_2)$, t. j. F je injekcia.

- g, f sú surjekcie, $z \in C$.



Binárne relácie a zobrazenia – Zloženie dvoch bijekcií

Funkcie (zobrazenia) $f\colon A \to B$, $g\colon B \to C$ sú bijekcie.

$\Rightarrow$ • Funkcia (zobrazenie) $F = g[f]\colon A \to C$ je bijekcia.

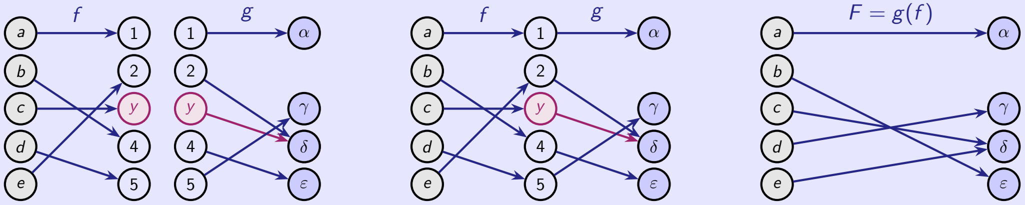
Dôkaz.

- f, g sú injekcie, $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow y_1 = f(x_1) \neq y_2 = f(x_2)$.

  $\Rightarrow z_1 = g(y_1) \neq z_2 = g(y_2)$.

  $\Rightarrow g(y_1) = g[f(x_1)] = F(x_1) \neq g(y_2) = g[f(x_2)] = F(x_2)$, t. j. F je injekcia.

- g, f sú surjekcie, $z \in C$. $\Rightarrow$ Existuje $y \in B$: $z = g(y)$.



Binárne relácie a zobrazenia – Zloženie dvoch bijekcií

Funkcie (zobrazenia) $f\colon A \to B$, $g\colon B \to C$ sú bijekcie.

$\Rightarrow$ • Funkcia (zobrazenie) $F = g[f]\colon A \to C$ je bijekcia.

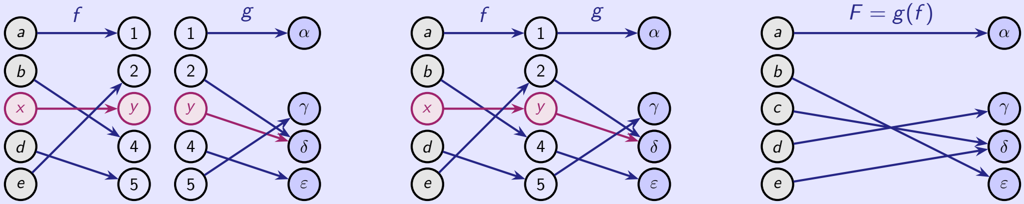
Dôkaz.

- f, g sú injekcie, $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ $y_1 = f(x_1) \neq y_2 = f(x_2)$.

  $\Rightarrow$ $z_1 = g(y_1) \neq z_2 = g(y_2)$.

  $\Rightarrow$ $g(y_1) = g[f(x_1)] = F(x_1) \neq g(y_2) = g[f(x_2)] = F(x_2)$, t. j. F je injekcia.

- g, f sú surjekcie, $z \in C$. $\Rightarrow$ Existuje $y \in B$: $z = g(y)$. $\Rightarrow$ Existuje $x \in A$: $y = f(x)$.



Binárne relácie a zobrazenia – Zloženie dvoch bijekcií

Funkcie (zobrazenia) $f\colon A \to B$, $g\colon B \to C$ sú bijekcie.

$\Rightarrow$ • Funkcia (zobrazenie) $F = g[f]\colon A \to C$ je bijekcia.

Dôkaz.

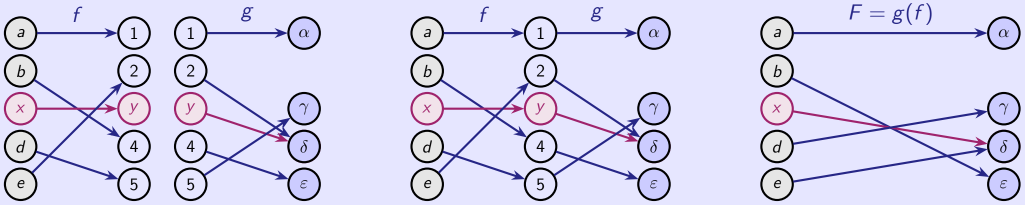
- f, g sú injekcie, $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ $y_1 = f(x_1) \neq y_2 = f(x_2)$.

  $\Rightarrow$ $z_1 = g(y_1) \neq z_2 = g(y_2)$.

  $\Rightarrow$ $g(y_1) = g[f(x_1)] = F(x_1) \neq g(y_2) = g[f(x_2)] = F(x_2)$, t. j. F je injekcia.

- g, f sú surjekcie, $z \in C$. $\Rightarrow$ Existuje $y \in B\colon\ z = g(y)$. $\Rightarrow$ Existuje $x \in A\colon\ y = f(x)$.

  $\Rightarrow$ Existuje $x \in A\colon\ z = g(y) = g[f(x)] = F(x)$,



Binárne relácie a zobrazenia – Zloženie dvoch bijekcií

Funkcie (zobrazenia) $f\colon A \to B$, $g\colon B \to C$ sú bijekcie.

$\Rightarrow$ • Funkcia (zobrazenie) $F = g[f]\colon A \to C$ je bijekcia.

Dôkaz.

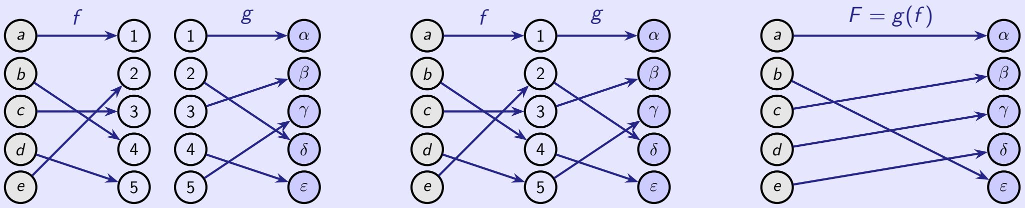
- f, g sú injekcie, $x_1, x_2 \in A$, $x_1 \neq x_2$. $\Rightarrow$ $y_1 = f(x_1) \neq y_2 = f(x_2)$.

  $\Rightarrow$ $z_1 = g(y_1) \neq z_2 = g(y_2)$.

  $\Rightarrow$ $g(y_1) = g[f(x_1)] = F(x_1) \neq g(y_2) = g[f(x_2)] = F(x_2)$, t. j. F je injekcia.

- g, f sú surjekcie, $z \in C$. $\Rightarrow$ Existuje $y \in B\colon\ z = g(y)$. $\Rightarrow$ Existuje $x \in A\colon\ y = f(x)$.

  $\Rightarrow$ Existuje $x \in A\colon\ z = g(y) = g[f(x)] = F(x)$, t. j. F je surjekcia.



Binárne relácie a zobrazenia – Identita, inverzné zobrazenie

Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením) nazývame

Binárne relácie a zobrazenia – Identita, inverzné zobrazenie

Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením) nazývame

takú funkciu (zobrazenie) f, v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

Binárne relácie a zobrazenia – Identita, inverzné zobrazenie

Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením) nazývame

takú funkciu (zobrazenie) f, v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

t. j. platí $x = f(x)$, $x \in D(f)$, $D(f) = H(f)$, $f = \{[x; x], x \in D(f)\}$.

Binárne relácie a zobrazenia – Identita, inverzné zobrazenie

Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením) nazývame

takú funkciu (zobrazenie) f, v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

t. j. platí $x = f(x)$, $x \in D(f)$, $D(f) = H(f)$, $f = \{[x; x], x \in D(f)\}$.

Inverznou funkciou (zobrazením) k $f\colon A \to B$, označenie f^{-1}, nazývame

Binárne relácie a zobrazenia – Identita, inverzné zobrazenie

Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením) nazývame

takú funkciu (zobrazenie) f, v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

t. j. platí $x = f(x)$, $x \in D(f)$, $D(f) = H(f)$, $f = \{[x; x], x \in D(f)\}$.

Inverznou funkciou (zobrazením) k $f\colon A \to B$, označenie f^{-1}, nazývame

funkciu (zobrazenie) $x = f^{-1}(y)\colon B \to A$

Binárne relácie a zobrazenia – Identita, inverzné zobrazenie

Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením) nazývame

takú funkciu (zobrazenie) f, v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

t. j. platí $x = f(x)$, $x \in D(f)$, $D(f) = H(f)$, $f = \{[x; x], x \in D(f)\}$.

Inverznou funkciou (zobrazením) k $f\colon A \to B$, označenie f^{-1}, nazývame

funkciu (zobrazenie) $x = f^{-1}(y)\colon B \to A$ takú, že platí $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$,

Binárne relácie a zobrazenia – Identita, inverzné zobrazenie

Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením) nazývame

takú funkciu (zobrazenie) f, v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

t. j. platí $x = f(x)$, $x \in D(f)$, $D(f) = H(f)$, $f = \{[x; x], x \in D(f)\}$.

Inverznou funkciou (zobrazením) k $f\colon A \to B$, označenie f^{-1}, nazývame

funkciu (zobrazenie) $x = f^{-1}(y)\colon B \to A$ takú, že platí $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$,

t. j. platí $y = f(x) \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$.

Binárne relácie a zobrazenia – Identita, inverzné zobrazenie

Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením) nazývame

takú funkciu (zobrazenie) f, v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

t. j. platí $x = f(x)$, $x \in D(f)$, $D(f) = H(f)$, $f = \{[x; x], x \in D(f)\}$.

Inverznou funkciou (zobrazením) k $f : A \to B$, označenie f^{-1}, nazývame

funkciu (zobrazenie) $x = f^{-1}(y) : B \to A$ takú, že platí $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$,

t. j. platí $y = f(x) \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$.

[Aby existovala inverzná funkcia f^{-1}, musí byť $f : A \to B$ bijekcia.]

Binárne relácie a zobrazenia – Identita, inverzné zobrazenie

Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením) nazývame

takú funkciu (zobrazenie) f, v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

t. j. platí $x = f(x)$, $x \in D(f)$, $D(f) = H(f)$, $f = \{[x; x], x \in D(f)\}$.

Inverznou funkciou (zobrazením) k $f: A \to B$, označenie f^{-1}, nazývame

funkciu (zobrazenie) $x = f^{-1}(y): B \to A$ takú, že platí $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$,

t. j. platí $y = f(x) \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$.

[Aby existovala inverzná funkcia f^{-1}, musí byť $f: A \to B$ bijekcia.]

Funkcia (zobrazenie) $f: A \to B$ je bijekcia.

Binárne relácie a zobrazenia – Identita, inverzné zobrazenie

Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením) nazývame

takú funkciu (zobrazenie) f, v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

t. j. platí $x = f(x)$, $x \in D(f)$, $D(f) = H(f)$, $f = \{[x;x], x \in D(f)\}$.

Inverznou funkciou (zobrazením) k $f\colon A \to B$, označenie f^{-1}, nazývame

funkciu (zobrazenie) $x = f^{-1}(y)\colon B \to A$ takú, že platí $[x;y] \in f \Leftrightarrow [y;x] \in f^{-1}$,

t. j. platí $y = f(x) \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$.

[Aby existovala inverzná funkcia f^{-1}, musí byť $f\colon A \to B$ bijekcia.]

Funkcia (zobrazenie) $f\colon A \to B$ je bijekcia. Potom platí:

- Inverzná funkcia (zobrazenie) $f^{-1}\colon B \to A$ je bijekcia.

Binárne relácie a zobrazenia – Identita, inverzné zobrazenie

Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením) nazývame

takú funkciu (zobrazenie) f, v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

t. j. platí $x = f(x)$, $x \in D(f)$, $D(f) = H(f)$, $f = \{[x;x], x \in D(f)\}$.

Inverznou funkciou (zobrazením) k $f\colon A \to B$, označenie f^{-1}, nazývame

funkciu (zobrazenie) $x = f^{-1}(y)\colon B \to A$ takú, že platí $[x;y] \in f \Leftrightarrow [y;x] \in f^{-1}$,

t. j. platí $y = f(x) \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$.

[Aby existovala inverzná funkcia f^{-1}, musí byť $f\colon A \to B$ bijekcia.]

Funkcia (zobrazenie) $f\colon A \to B$ je bijekcia. Potom platí:

- Inverzná funkcia (zobrazenie) $f^{-1}\colon B \to A$ je bijekcia.
- $(f^{-1})^{-1} = f$. [Inverzná funkcia k inverznej funkcii je pôvodná funkcia.]

Binárne relácie a zobrazenia – Identita, inverzné zobrazenie

Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením) nazývame

takú funkciu (zobrazenie) f, v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

t. j. platí $x = f(x)$, $x \in D(f)$, $D(f) = H(f)$, $f = \{[x; x], x \in D(f)\}$.

Inverznou funkciou (zobrazením) k $f\colon A \to B$, označenie f^{-1}, nazývame

funkciu (zobrazenie) $x = f^{-1}(y)\colon B \to A$ takú, že platí $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$,

t. j. platí $y = f(x) \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$.

[Aby existovala inverzná funkcia f^{-1}, musí byť $f\colon A \to B$ bijekcia.]

Funkcia (zobrazenie) $f\colon A \to B$ je bijekcia. Potom platí:

- Inverzná funkcia (zobrazenie) $f^{-1}\colon B \to A$ je bijekcia.
- $(f^{-1})^{-1} = f$. [Inverzná funkcia k inverznej funkcii je pôvodná funkcia.]

- Pre všetky $x \in A$ platí $f^{-1}[f(x)] = x$.

Binárne relácie a zobrazenia – Identita, inverzné zobrazenie

Identitou (identickou funkciou, identickým zobrazením) nazývame

takú funkciu (zobrazenie) f, v ktorej sa každý obraz zhoduje so svojím vzorom,

t. j. platí $x = f(x)$, $x \in D(f)$, $D(f) = H(f)$, $f = \{[x; x], x \in D(f)\}$.

Inverznou funkciou (zobrazením) k $f\colon A \to B$, označenie f^{-1}, nazývame

funkciu (zobrazenie) $x = f^{-1}(y)\colon B \to A$ takú, že platí $[x; y] \in f \Leftrightarrow [y; x] \in f^{-1}$,

t. j. platí $y = f(x) \Leftrightarrow f^{-1}(y) = x$.

[Aby existovala inverzná funkcia f^{-1}, musí byť $f\colon A \to B$ bijekcia.]

Funkcia (zobrazenie) $f\colon A \to B$ je bijekcia. Potom platí:

- Inverzná funkcia (zobrazenie) $f^{-1}\colon B \to A$ je bijekcia.
- $(f^{-1})^{-1} = f$. [Inverzná funkcia k inverznej funkcii je pôvodná funkcia.]

- Pre všetky $x \in A$ platí $f^{-1}[f(x)] = x$.
- Pre všetky $y \in B$ platí $f[f^{-1}(y)] = y$.

Binárne relácie a zobrazenia – Ekvivalentnosť množín

Množiny A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), označenie $A \sim B$,

Binárne relácie a zobrazenia – Ekvivalentnosť množín

Množiny A, B sú **ekvivalentné** (majú **rovnakú mohutnosť**), označenie $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

Binárne relácie a zobrazenia – Ekvivalentnosť množín

Množiny A, B sú **ekvivalentné** (majú **rovnakú mohutnosť**), označenie $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

- Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov.

Binárne relácie a zobrazenia – Ekvivalentnosť množín

Množiny A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), označenie $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

- Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov.

Množina A

Binárne relácie a zobrazenia – Ekvivalentnosť množín

Množiny A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), označenie $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

- Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov.

Množina A je $\begin{cases} \text{konečná} \\ \\ \end{cases}$

Binárne relácie a zobrazenia – Ekvivalentnosť množín

Množiny A, B sú **ekvivalentné** (majú **rovnakú mohutnosť**), označenie $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

- Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov.

Množina A je $\begin{cases} \text{konečná ak, je } \begin{cases} \text{prázdna, t. j. } A = \emptyset \\ \\ \end{cases} \\ \\ \end{cases}$

- Prázdna množina má 0 prvkov (nemá prvky).

Binárne relácie a zobrazenia – Ekvivalentnosť množín

Množiny A, B sú **ekvivalentné** (majú **rovnakú mohutnosť**), označenie $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

- Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov.

Množina A je konečná ak, je prázdna, t. j. $A = \emptyset$ alebo konečne spočítateľná, t. j. $A \sim \{1,2,\dots,n\}$, $n \in N$.

- Prázdna množina má 0 prvkov (nemá prvky).
- Konečne spočítateľná množina má $n \in N$ prvkov (konečne veľa prvkov).

Binárne relácie a zobrazenia – Ekvivalentnosť množín

Množiny A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), označenie $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

- Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov.

Množina A je
- konečná ak, je
  - prázdna, t. j. $A = \emptyset$
  - alebo konečne spočítateľná, t. j. $A \sim \{1,2,\ldots,n\}$, $n \in N$.
- nekonečná

- Prázdna množina má 0 prvkov (nemá prvky).
- Konečne spočítateľná množina má $n \in N$ prvkov (konečne veľa prvkov).

Binárne relácie a zobrazenia – Ekvivalentnosť množín

Množiny A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), označenie $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

- Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov.

Množina A je
- konečná ak, je
  - prázdna, t. j. $A = \emptyset$
  - alebo konečne spočítateľná, t. j. $A \sim \{1,2,\ldots,n\}$, $n \in N$.
- nekonečná ak, je
  - nekonečne spočítateľná, t. j. $A \sim N$

- Prázdna množina má 0 prvkov (nemá prvky).
- Konečne spočítateľná množina má $n \in N$ prvkov (konečne veľa prvkov).

- Nekonečne spočítateľná množina má ∞ prvkov (spočítateľne nekonečne veľa prvkov).

Binárne relácie a zobrazenia – Ekvivalentnosť množín

Množiny A, B sú **ekvivalentné** (majú **rovnakú mohutnosť**), označenie $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

- Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov.

Množina A je

- **konečná** ak, je
  - **prázdna**, t. j. $A = \emptyset$
  - alebo **konečne spočítateľná**, t. j. $A \sim \{1, 2, \ldots, n\}$, $n \in N$.
- **nekonečná** ak, je
  - **nekonečne spočítateľná**, t. j. $A \sim N$
  - alebo **nespočítateľná**, t. j. nie je spočítateľná.

- **Prázdna množina** má 0 prvkov (nemá prvky).
- **Konečne spočítateľná množina** má $n \in N$ prvkov (konečne veľa prvkov).

- **Nekonečne spočítateľná množina** má ∞ prvkov (spočítateľne nekonečne veľa prvkov).
- **Nespočítateľná množina** má ∞ prvkov (nespočítateľne nekonečne veľa prvkov).

Binárne relácie a zobrazenia – Ekvivalentnosť množín

Množiny A, B sú ekvivalentné (majú rovnakú mohutnosť), označenie $A \sim B$,

ak existuje bijekcia $f\colon A \to B$.

- Ekvivalentné množiny majú rovnaký počet prvkov.

Množina A je

- **konečná** ak, je
  - prázdna, t. j. $A = \emptyset$
  - alebo konečne spočítateľná, t. j. $A \sim \{1,2,\ldots,n\}$, $n \in N$.
- **nekonečná** ak, je
  - nekonečne spočítateľná, t. j. $A \sim N$
  - alebo nespočítateľná, t. j. nie je spočítateľná.

Prázdna, konečne spočítateľná a nekonečne spočítateľná množina je spočítateľná.

- Prázdna množina má 0 prvkov (nemá prvky).
- Konečne spočítateľná množina má $n \in N$ prvkov (konečne veľa prvkov).

- Nekonečne spočítateľná množina má ∞ prvkov (spočítateľne nekonečne veľa prvkov).
- Nespočítateľná množina má ∞ prvkov (nespočítateľne nekonečne veľa prvkov).

Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

Binárnou operáciou na množine $A \neq \emptyset$ nazývame

Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

Binárnou operáciou na množine $A \neq \emptyset$ nazývame

zobrazenie $\varphi\colon A^2 \to A$,

Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

Binárnou operáciou na množine $A \neq \emptyset$ nazývame

zobrazenie $\varphi\colon A^2 \to A$, t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici $[a; b] \in A^2$ nejaký prvok $c \in A$.

Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

Binárnou operáciou na množine $A \neq \emptyset$ nazývame

zobrazenie $\varphi\colon A^2 \to A$, t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici $[a; b] \in A^2$ nejaký prvok $c \in A$.

- Označenie $c = \varphi(a,b)$, resp. $c = a\varphi b$.

Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

Binárnou operáciou na množine $A \neq \emptyset$ nazývame

zobrazenie $\varphi\colon A^2 \to A$, t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici $[a;b] \in A^2$ nejaký prvok $c \in A$.

- Označenie $c = \varphi(a,b)$, resp. $c = a\varphi b$. [Napr. $c = a + b$, $c = a \cdot b$, $C = A \cup B$, ap.]

Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

Binárnou operáciou na množine $A \neq \emptyset$ nazývame

zobrazenie $\varphi\colon A^2 \to A$, t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici $[a; b] \in A^2$ nejaký prvok $c \in A$.

- Označenie $c = \varphi(a,b)$, resp. $c = a\varphi b$. [Napr. $c = a + b$, $c = a \cdot b$, $C = A \cup B$, ap.]

- Číslo je jedným zo základných pojmov, s ktorým sa neustále stretávame.

Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

Binárnou operáciou na množine $A \neq \emptyset$ nazývame

zobrazenie $\varphi\colon A^2 \to A$, t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici $[a; b] \in A^2$ nejaký prvok $c \in A$.

- Označenie $c = \varphi(a, b)$, resp. $c = a\varphi b$. [Napr. $c = a + b$, $c = a \cdot b$, $C = A \cup B$, ap.]

- Číslo je jedným zo základných pojmov, s ktorým sa neustále stretávame.

- Množina komplexných čísel C je najvšeobecnejšou číselnou množinou,

Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

Binárnou operáciou na množine $A \neq \emptyset$ nazývame

zobrazenie $\varphi \colon A^2 \to A$, t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici $[a; b] \in A^2$ nejaký prvok $c \in A$.

- Označenie $c = \varphi(a,b)$, resp. $c = a\varphi b$. [Napr. $c = a + b$, $c = a \cdot b$, $C = A \cup B$, ap.]

- Číslo je jedným zo základných pojmov, s ktorým sa neustále stretávame.

- Množina komplexných čísel C je najvšeobecnejšou číselnou množinou, obsahuje imaginárnu jednotku i s vlastnosťou $\mathrm{i}^2 = -1$, t. j. $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$.

Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

Binárnou operáciou na množine $A \neq \emptyset$ nazývame

zobrazenie $\varphi\colon A^2 \to A$, t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici $[a; b] \in A^2$ nejaký prvok $c \in A$.

- Označenie $c = \varphi(a,b)$, resp. $c = a\varphi b$. [Napr. $c = a + b$, $c = a \cdot b$, $C = A \cup B$, ap.]

- Číslo je jedným zo základných pojmov, s ktorým sa neustále stretávame.

- Množina komplexných čísel C je najvšeobecnejšou číselnou množinou,

  obsahuje imaginárnu jednotku i s vlastnosťou $\mathrm{i}^2 = -1$, t. j. $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$.

Množina reálnych čísel R

Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

Binárnou operáciou na množine $A \neq \emptyset$ nazývame

zobrazenie $\varphi\colon A^2 \to A$, t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici $[a; b] \in A^2$ nejaký prvok $c \in A$.

- Označenie $c = \varphi(a,b)$, resp. $c = a\varphi b$. [Napr. $c = a + b$, $c = a \cdot b$, $C = A \cup B$, ap.]

- Číslo je jedným zo základných pojmov, s ktorým sa neustále stretávame.

- Množina komplexných čísel C je najvšeobecnejšou číselnou množinou,

  obsahuje imaginárnu jednotku i s vlastnosťou $\mathrm{i}^2 = -1$, t. j. $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$.

Množina reálnych čísel R

je najdôležitejšou číselnou množinou,

Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

Binárnou operáciou na množine $A \neq \emptyset$ nazývame

zobrazenie $\varphi\colon A^2 \to A$, t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici $[a;b] \in A^2$ nejaký prvok $c \in A$.

- Označenie $c = \varphi(a,b)$, resp. $c = a\varphi b$. [Napr. $c = a + b$, $c = a \cdot b$, $C = A \cup B$, ap.]

- Číslo je jedným zo základných pojmov, s ktorým sa neustále stretávame.

- Množina komplexných čísel C je najvšeobecnejšou číselnou množinou,

  obsahuje imaginárnu jednotku i s vlastnosťou $\mathrm{i}^2 = -1$, t. j. $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$.

Množina reálnych čísel R

je najdôležitejšou číselnou množinou, je podmnožinou množiny C.

Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

Binárnou operáciou na množine $A \neq \emptyset$ nazývame

zobrazenie $\varphi\colon A^2 \to A$, t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici $[a; b] \in A^2$ nejaký prvok $c \in A$.

- Označenie $c = \varphi(a,b)$, resp. $c = a\varphi b$. [Napr. $c = a + b$, $c = a \cdot b$, $C = A \cup B$, ap.]

- Číslo je jedným zo základných pojmov, s ktorým sa neustále stretávame.
- Množina komplexných čísel C je najvšeobecnejšou číselnou množinou, obsahuje imaginárnu jednotku i s vlastnosťou $\mathrm{i}^2 = -1$, t. j. $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$.

Množina reálnych čísel R

je najdôležitejšou číselnou množinou, je podmnožinou množiny C.

- R definujeme ako celok s reláciami, operáciami a ich vlastnosťami,

Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

Binárnou operáciou na množine $A \neq \emptyset$ nazývame

zobrazenie $\varphi\colon A^2 \to A$, t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici $[a; b] \in A^2$ nejaký prvok $c \in A$.

- Označenie $c = \varphi(a,b)$, resp. $c = a\varphi b$. [Napr. $c = a + b$, $c = a \cdot b$, $C = A \cup B$, ap.]

- Číslo je jedným zo základných pojmov, s ktorým sa neustále stretávame.

- Množina komplexných čísel C je najvšeobecnejšou číselnou množinou, obsahuje imaginárnu jednotku i s vlastnosťou $\mathrm{i}^2 = -1$, t. j. $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$.

Množina reálnych čísel R

je najdôležitejšou číselnou množinou, je podmnožinou množiny C.

- R definujeme ako celok s reláciami, operáciami a ich vlastnosťami, ktoré zadávame pomocou tzv. axióm reálnych čísel.

Axiómy reálnych čísel – Binárna operácia

Binárnou operáciou na množine $A \neq \emptyset$ nazývame

zobrazenie $\varphi\colon A^2 \to A$, t. j. zobrazenie, ktoré priradí každej usporiadanej dvojici $[a; b] \in A^2$ nejaký prvok $c \in A$.

- Označenie $c = \varphi(a,b)$, resp. $c = a\varphi b$. [Napr. $c = a + b$, $c = a \cdot b$, $C = A \cup B$, ap.]

- Číslo je jedným zo základných pojmov, s ktorým sa neustále stretávame.

- Množina komplexných čísel C je najvšeobecnejšou číselnou množinou, obsahuje imaginárnu jednotku i s vlastnosťou $\mathrm{i}^2 = -1$, t. j. $\mathrm{i} = \sqrt{-1}$.

Množina reálnych čísel R

je najdôležitejšou číselnou množinou, je podmnožinou množiny C.

- R definujeme ako celok s reláciami, operáciami a ich vlastnosťami, ktoré zadávame pomocou tzv. axióm reálnych čísel.

- Pokiaľ nepovieme ináč, budeme pod pojmom číslo rozumieť číslo reálne.

Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

Axiómy reálnych čísel

Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel a a b (základný vzťah medzi číslami).

Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel a a b (základný vzťah medzi číslami).

Číslo a sa rovná číslu b (čísla a, b sa rovnajú), označenie $a = b$,

Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel a a b (základný vzťah medzi číslami).

Číslo a sa rovná číslu b (čísla a, b sa rovnajú), označenie $a = b$,

ak výrazy a, b vyjadrujú to isté číslo.

Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel a a b (základný vzťah medzi číslami).

Číslo a sa rovná číslu b (čísla a, b sa rovnajú), označenie $a = b$,

ak výrazy a, b vyjadrujú to isté číslo.

Číslo a sa nerovná číslu b (čísla a, b sa nerovnajú), označenie $a \neq b$,

Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel a a b (základný vzťah medzi číslami).

Číslo a sa rovná číslu b (čísla a, b sa rovnajú), označenie $a = b$,

ak výrazy a, b vyjadrujú to isté číslo.

Číslo a sa nerovná číslu b (čísla a, b sa nerovnajú), označenie $a \neq b$,

ak neplatí, že sa a, b rovnajú.

Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel a a b (základný vzťah medzi číslami).

Číslo a sa rovná číslu b (čísla a, b sa rovnajú), označenie $a = b$,

ak výrazy a, b vyjadrujú to isté číslo.

Číslo a sa nerovná číslu b (čísla a, b sa nerovnajú), označenie $a \neq b$,

ak neplatí, že sa a, b rovnajú.

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí:

Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel a a b (základný vzťah medzi číslami).

Číslo a sa rovná číslu b (čísla a, b sa rovnajú), označenie $a = b$,

ak výrazy a, b vyjadrujú to isté číslo.

Číslo a sa nerovná číslu b (čísla a, b sa nerovnajú), označenie $a \neq b$,

ak neplatí, že sa a, b rovnajú.

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí:

- $a = a$.

Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel a a b (základný vzťah medzi číslami).

Číslo a sa rovná číslu b (čísla a, b sa rovnajú), označenie $a = b$,

ak výrazy a, b vyjadrujú to isté číslo.

Číslo a sa nerovná číslu b (čísla a, b sa nerovnajú), označenie $a \neq b$,

ak neplatí, že sa a, b rovnajú.

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí:

- $a = a$.

- $a = b$. $\Leftrightarrow$ • $b = a$.

Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel a a b (základný vzťah medzi číslami).

Číslo a sa rovná číslu b (čísla a, b sa rovnajú), označenie $a = b$,

ak výrazy a, b vyjadrujú to isté číslo.

Číslo a sa nerovná číslu b (čísla a, b sa nerovnajú), označenie $a \neq b$,

ak neplatí, že sa a, b rovnajú.

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí:

- $a = a$.
- $a = b$. $\Leftrightarrow$ • $b = a$.
- $a = b$, $b = c$. $\Rightarrow$ • $a = c$.

Axiómy reálnych čísel – Rovnosť čísel

Axiómy reálnych čísel

vyjadrujú základné vlastnosti reálnych čísel.

- Rovnosť čísel a a b (základný vzťah medzi číslami).

Číslo a sa rovná číslu b (čísla a, b sa rovnajú), označenie $a = b$,

ak výrazy a, b vyjadrujú to isté číslo.

Číslo a sa nerovná číslu b (čísla a, b sa nerovnajú), označenie $a \neq b$,

ak neplatí, že sa a, b rovnajú.

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí: [Rovnosť je reláciou ekvivalencie na R.]

- $a = a$. [Reflexívnosť.]
- $a = b$. $\Leftrightarrow$ • $b = a$. [Symetria.]
- $a = b$, $b = c$. $\Rightarrow$ • $a = c$. [Tranzitívnosť.]

Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

- Axiómy sčítania a násobenia.

Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

- Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí:

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí:

Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

- Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí:

- $a + b = b + a$. [Komutatívny zákon.]

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí:

- $a \cdot b = b \cdot a$. [Komutatívny zákon.]

Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

- Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky $a,b,c \in R$ platí:

- $a + b = b + a$. [Komutatívny zákon.]
- $(a+b)+c = a+(b+c)$. [Asociatívny zákon.]

Pre všetky $a,b,c \in R$ platí:

- $a \cdot b = b \cdot a$. [Komutatívny zákon.]
- $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$. [Asociatívny zákon.]

Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

- Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí:

- $a + b = b + a.$ [Komutatívny zákon.]
- $(a + b) + c = a + (b + c).$ [Asociatívny zákon.]
- $\exists!\, 0 \in R \;\forall a \in R:\; a = a + 0.$
  [Existuje jediný neutrálny prvok operácie $+$, t. j. prvok nula 0.]

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí:

- $a \cdot b = b \cdot a.$ [Komutatívny zákon.]
- $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$ [Asociatívny zákon.]
- $\exists!\, 1 \in R \;\forall a \in R:\; a = a \cdot 1.$
  [Existuje jediný neutrálny prvok operácie $\cdot$, t. j. prvok jednotka 1.]

Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

- Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky $a,b,c \in R$ platí:

- $a + b = b + a.$ [Komutatívny zákon.]
- $(a+b)+c = a+(b+c).$ [Asociatívny zákon.]
- $\exists!\, 0 \in R\ \forall a \in R\colon\ a = a + 0.$
  [Existuje jediný neutrálny prvok operácie $+$, t. j. prvok nula 0.]
- $\forall a \in R\ \exists!\, x \in R\colon\ 0 = a + x.$
  [Ku každému prvku $a \in R$ existuje symetrizačný prvok, t. j. opačný prvok $x = -a$.]

Pre všetky $a,b,c \in R$ platí:

- $a \cdot b = b \cdot a.$ [Komutatívny zákon.]
- $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$ [Asociatívny zákon.]
- $\exists!\, 1 \in R\ \forall a \in R\colon\ a = a \cdot 1.$
  [Existuje jediný neutrálny prvok operácie $\cdot$, t. j. prvok jednotka 1.]
- $\forall a \in R,\ a \neq 0\ \exists!\, x \in R\colon\ 1 = a \cdot x.$
  [Ku každému prvku $a \in R$, $a \neq 0$ existuje symetrizačný prvok, t. j. inverzný (obrátený) prvok $x = a^{-1} = \frac{1}{a}$.]

Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

- Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí: [$(R; +)$ je komutatívna grupa.]

- $a + b = b + a.$ [Komutatívny zákon.]
- $(a + b) + c = a + (b + c).$ [Asociatívny zákon.]
- $\exists!\, 0 \in R\ \forall a \in R\colon\ a = a + 0.$
  [Existuje jediný neutrálny prvok operácie $+$, t. j. prvok nula 0.]
- $\forall a \in R\ \exists!\, x \in R\colon\ 0 = a + x.$
  [Ku každému prvku $a \in R$ existuje symetrizačný prvok, t. j. opačný prvok $x = -a$.]

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí: [$(R - \{0\}\,;\,\cdot)$ je komutatívna grupa.]

- $a \cdot b = b \cdot a.$ [Komutatívny zákon.]
- $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c).$ [Asociatívny zákon.]
- $\exists!\, 1 \in R\ \forall a \in R\colon\ a = a \cdot 1.$
  [Existuje jediný neutrálny prvok operácie $\cdot$, t. j. prvok jednotka 1.]
- $\forall a \in R,\ a \neq 0\ \exists!\, x \in R\colon\ 1 = a \cdot x.$
  [Ku každému prvku $a \in R$, $a \neq 0$ existuje symetrizačný prvok, t. j. inverzný (obrátený) prvok $x = a^{-1} = \frac{1}{a}$.]

Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

- Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky $a,b,c \in R$ platí: [$(R;+)$ je komutatívna grupa.]

- $a+b=b+a.$ [Komutatívny zákon.]
- $(a+b)+c=a+(b+c).$ [Asociatívny zákon.]
- $\exists!\, 0 \in R\ \forall a \in R\colon\ a=a+0.$
  [Existuje jediný neutrálny prvok operácie $+$, t. j. prvok nula 0.]
- $\forall a \in R\ \exists!\, x \in R\colon\ 0=a+x.$
  [Ku každému prvku $a \in R$ existuje symetrizačný prvok, t. j. opačný prvok $x=-a$.]

Pre všetky $a,b,c \in R$ platí: [$(R-\{0\}\,;\,\cdot)$ je komutatívna grupa.]

- $a\cdot b=b\cdot a.$ [Komutatívny zákon.]
- $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c).$ [Asociatívny zákon.]
- $\exists!\, 1 \in R\ \forall a \in R\colon\ a=a\cdot 1.$
  [Existuje jediný neutrálny prvok operácie $\cdot$, t. j. prvok jednotka 1.]
- $\forall a \in R,\ a\neq 0\ \exists!\, x \in R\colon\ 1=a\cdot x.$
  [Ku každému prvku $a \in R$, $a \neq 0$ existuje symetrizačný prvok, t. j. inverzný (obrátený) prvok $x=a^{-1}=\frac{1}{a}$.]

- Odčítanie $a-b=a+(-b).$
- Delenie $\frac{a}{b}=a/b=a:b=a\cdot b^{-1}.$

Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

- Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky $a,b,c \in R$ platí: [$(R;+)$ je komutatívna grupa.]

- $a+b=b+a.$ [Komutatívny zákon.]
- $(a+b)+c=a+(b+c).$ [Asociatívny zákon.]
- $\exists!\, 0 \in R\ \forall a \in R\colon\ a=a+0.$
  [Existuje jediný neutrálny prvok operácie $+$, t. j. prvok nula 0.]
- $\forall a \in R\ \exists!\, x \in R\colon\ 0=a+x.$
  [Ku každému prvku $a \in R$ existuje symetrizačný prvok, t. j. opačný prvok $x=-a$.]

Pre všetky $a,b,c \in R$ platí: [$(R-\{0\}\,;\cdot)$ je komutatívna grupa.]

- $a\cdot b=b\cdot a.$ [Komutatívny zákon.]
- $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c).$ [Asociatívny zákon.]
- $\exists!\, 1 \in R\ \forall a \in R\colon\ a=a\cdot 1.$
  [Existuje jediný neutrálny prvok operácie $\cdot$, t. j. prvok jednotka 1.]
- $\forall a \in R,\ a \neq 0\ \exists!\, x \in R\colon\ 1=a\cdot x.$
  [Ku každému prvku $a \in R$, $a \neq 0$ existuje symetrizačný prvok, t. j. inverzný (obrátený) prvok $x=a^{-1}=\frac{1}{a}$.]

- Odčítanie $a-b=a+(-b).$

  [Opačná (symetrizačná) operácia k sčítaniu $+$.]

- Delenie $\frac{a}{b}=a/b=a:b=a\cdot b^{-1}.$

  [Inverzná (symetrizačná) operácia k násobeniu $\cdot$.]

Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

- Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky $a,b,c \in R$ platí: [$(R;+)$ je komutatívna grupa.]

- $a+b=b+a.$ [Komutatívny zákon.]
- $(a+b)+c=a+(b+c).$ [Asociatívny zákon.]
- $\exists!\, 0 \in R\ \forall a \in R:\ a=a+0.$
  [Existuje jediný neutrálny prvok operácie $+$, t. j. prvok nula 0.]
- $\forall a \in R\ \exists!\, x \in R:\ 0=a+x.$
  [Ku každému prvku $a \in R$ existuje symetrizačný prvok, t. j. opačný prvok $x=-a$.]

Pre všetky $a,b,c \in R$ platí: [$(R-\{0\};\cdot)$ je komutatívna grupa.]

- $a\cdot b=b\cdot a.$ [Komutatívny zákon.]
- $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c).$ [Asociatívny zákon.]
- $\exists!\, 1 \in R\ \forall a \in R:\ a=a\cdot 1.$
  [Existuje jediný neutrálny prvok operácie $\cdot$, t. j. prvok jednotka 1.]
- $\forall a \in R,\ a \neq 0\ \exists!\, x \in R:\ 1=a\cdot x.$
  [Ku každému prvku $a \in R$, $a \neq 0$ existuje symetrizačný prvok, t. j. inverzný (obrátený) prvok $x=a^{-1}=\frac{1}{a}$.]

- Odčítanie $a-b=a+(-b).$
  [Opačná (symetrizačná) operácia k sčítaniu $+$.]
- Delenie $\frac{a}{b}=a/b=a:b=a\cdot b^{-1}.$
  [Inverzná (symetrizačná) operácia k násobeniu $\cdot$.]

Pre všetky $a,b,c \in R$ platí:

Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

- Axiómy sčítania a násobenia.

Pre všetky $a,b,c \in R$ platí: [$(R;+)$ je komutatívna grupa.]

- $a+b=b+a.$ [Komutatívny zákon.]
- $(a+b)+c=a+(b+c).$ [Asociatívny zákon.]
- $\exists!\, 0 \in R\ \forall a \in R\colon\ a=a+0.$
  [Existuje jediný neutrálny prvok operácie $+$, t. j. prvok nula 0.]
- $\forall a \in R\ \exists!\, x \in R\colon\ 0=a+x.$
  [Ku každému prvku $a \in R$ existuje symetrizačný prvok, t. j. opačný prvok $x=-a$.]

Pre všetky $a,b,c \in R$ platí: [$(R-\{0\}\,;\cdot)$ je komutatívna grupa.]

- $a \cdot b=b \cdot a.$ [Komutatívny zákon.]
- $(a \cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c).$ [Asociatívny zákon.]
- $\exists!\, 1 \in R\ \forall a \in R\colon\ a=a\cdot 1.$
  [Existuje jediný neutrálny prvok operácie $\cdot$, t. j. prvok jednotka 1.]
- $\forall a \in R,\ a\neq 0\ \exists!\, x \in R\colon\ 1=a\cdot x.$
  [Ku každému prvku $a \in R$, $a \neq 0$ existuje symetrizačný prvok, t. j. inverzný (obrátený) prvok $x=a^{-1}=\frac{1}{a}$.]

- Odčítanie $a-b=a+(-b).$
  [Opačná (symetrizačná) operácia k sčítaniu $+$.]
- Delenie $\frac{a}{b}=a/b=a:b=a\cdot b^{-1}.$
  [Inverzná (symetrizačná) operácia k násobeniu $\cdot$.]

Pre všetky $a,b,c \in R$ platí:

- $(a+b)c=(ac)+(bc)=ac+bc.$ [Distributívny zákon násobenia vzhľadom na sčítanie.]

Axiómy reálnych čísel – Axiómy sčítania a násobenia

- Axiómy sčítania a násobenia. [$(R;+;\cdot)$ je komutatívne teleso, t. j. pole.]

Pre všetky $a,b,c\in R$ platí: [$(R;+)$ je komutatívna grupa.]

- $a+b=b+a$. [Komutatívny zákon.]
- $(a+b)+c=a+(b+c)$. [Asociatívny zákon.]
- $\exists!\, 0\in R\ \forall a\in R\colon\ a=a+0$.
  [Existuje jediný neutrálny prvok operácie $+$, t. j. prvok nula 0.]
- $\forall a\in R\ \exists!\, x\in R\colon\ 0=a+x$.
  [Ku každému prvku $a\in R$ existuje symetrizačný prvok, t. j. opačný prvok $x=-a$.]

Pre všetky $a,b,c\in R$ platí: [$(R-\{0\};\cdot)$ je komutatívna grupa.]

- $a\cdot b=b\cdot a$. [Komutatívny zákon.]
- $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$. [Asociatívny zákon.]
- $\exists!\, 1\in R\ \forall a\in R\colon\ a=a\cdot 1$.
  [Existuje jediný neutrálny prvok operácie $\cdot$, t. j. prvok jednotka 1.]
- $\forall a\in R,\ a\neq 0\ \exists!\, x\in R\colon\ 1=a\cdot x$.
  [Ku každému prvku $a\in R$, $a\neq 0$ existuje symetrizačný prvok, t. j. inverzný (obrátený) prvok $x=a^{-1}=\frac{1}{a}$.]

- Odčítanie $a-b=a+(-b)$.
  [Opačná (symetrizačná) operácia k sčítaniu $+$.]
- Delenie $\frac{a}{b}=a/b=a:b=a\cdot b^{-1}$.
  [Inverzná (symetrizačná) operácia k násobeniu $\cdot$.]

Pre všetky $a,b,c\in R$ platí:

- $(a+b)c=(ac)+(bc)=ac+bc$. [Distributívny zákon násobenia vzhľadom na sčítanie.]

Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania menší $<$, resp. väčší $>$.

Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania menší $<$, resp. väčší $>$.

- $a \leq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a < b$ (a je menšie alebo rovné b).

Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania menší $<$, resp. väčší $>$.

- $a \leq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a < b$ (a je menšie alebo rovné b).
- $a \geq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a > b$ (a je väčšie alebo rovné b).

Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania menší $<$, resp. väčší $>$.

[$a < b$, $a > b$ sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a < b$ (a je menšie alebo rovné b).
- $a \geq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a > b$ (a je väčšie alebo rovné b).

[$a \leq b$, $a \geq b$ sú neostré nerovnosti.]

Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania menší $<$, resp. väčší $>$.

[$a < b$, $a > b$ sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a < b$ (a je menšie alebo rovné b).
- $a \geq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a > b$ (a je väčšie alebo rovné b).

[$a \leq b$, $a \geq b$ sú neostré nerovnosti.]

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí:

Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania menší $<$, resp. väčší $>$.

[$a < b$, $a > b$ sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a < b$ (a je menšie alebo rovné b).
- $a \geq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a > b$ (a je väčšie alebo rovné b).

[$a \leq b$, $a \geq b$ sú neostré nerovnosti.]

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí: [Relácie $<$, $>$ definujú usporiadanie na množine R.]

- Platí práve jeden zo vzťahov $a < b$, $a = b$, $a > b$.

Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania menší $<$, resp. väčší $>$.

[$a < b$, $a > b$ sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a < b$ (a je menšie alebo rovné b).
- $a \geq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a > b$ (a je väčšie alebo rovné b).

[$a \leq b$, $a \geq b$ sú neostré nerovnosti.]

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí: [Relácie $<$, $>$ definujú usporiadanie na množine R.]

- Platí práve jeden zo vzťahov $a < b$, $a = b$, $a > b$.
- $a < b$, $b < c$. $\Rightarrow$ • $a < c$.

Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania menší $<$, resp. väčší $>$.

[$a < b$, $a > b$ sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a < b$ (a je menšie alebo rovné b).
- $a \geq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a > b$ (a je väčšie alebo rovné b).

[$a \leq b$, $a \geq b$ sú neostré nerovnosti.]

Pre všetky $a,b,c \in R$ platí:

[Relácie $<$, $>$ definujú usporiadanie na množine R.]

- Platí práve jeden zo vzťahov $a < b$, $a = b$, $a > b$.
- $a < b$, $b < c$. $\Rightarrow$ • $a < c$.
- $a \nless a$, t. j. neplatí $a < a$.

Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania menší $<$, resp. väčší $>$.

[$a < b$, $a > b$ sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a < b$ (a je menšie alebo rovné b).
- $a \geq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a > b$ (a je väčšie alebo rovné b).

[$a \leq b$, $a \geq b$ sú neostré nerovnosti.]

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí: [Relácie $<$, $>$ definujú usporiadanie na množine R.]

- Platí práve jeden zo vzťahov $a < b$, $a = b$, $a > b$.
- $a < b$, $b < c$. $\Rightarrow$ • $a < c$.
- $a \nless a$, t. j. neplatí $a < a$.
- $a < b$. $\Rightarrow$ • $a + c < b + c$.

Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania menší $<$, resp. väčší $>$.

[$a < b$, $a > b$ sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a < b$ (a je menšie alebo rovné b).
- $a \geq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a > b$ (a je väčšie alebo rovné b).

[$a \leq b$, $a \geq b$ sú neostré nerovnosti.]

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí: [Relácie $<$, $>$ definujú usporiadanie na množine R.]

- Platí práve jeden zo vzťahov $a < b$, $a = b$, $a > b$.
- $a < b$, $b < c$. $\Rightarrow$ • $a < c$.
- $a \not< a$, t. j. neplatí $a < a$.
- $a < b$. $\Rightarrow$ • $a + c < b + c$.
- $a < b$, $c > 0$. $\Rightarrow$ • $ac < bc$.

Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania menší $<$, resp. väčší $>$.

[$a < b$, $a > b$ sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a < b$ (a je menšie alebo rovné b).
- $a \geq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a > b$ (a je väčšie alebo rovné b).

[$a \leq b$, $a \geq b$ sú neostré nerovnosti.]

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí: [Relácie $<$, $>$ definujú usporiadanie na množine R.]

- Platí práve jeden zo vzťahov $a < b$, $a = b$, $a > b$.
- $a < b$, $b < c$. $\Rightarrow$ • $a < c$.
- $a < b$. $\Rightarrow$ • $a + c < b + c$.
- $a \not< a$, t. j. neplatí $a < a$.
- $a < b$, $c > 0$. $\Rightarrow$ • $ac < bc$.

Reálne číslo $x \in R$ sa nazýva:

Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania menší $<$, resp. väčší $>$.

[$a < b$, $a > b$ sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a < b$ (a je menšie alebo rovné b).
- $a \geq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a > b$ (a je väčšie alebo rovné b).

[$a \leq b$, $a \geq b$ sú neostré nerovnosti.]

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí: [Relácie $<$, $>$ definujú usporiadanie na množine R.]

- Platí práve jeden zo vzťahov $a < b$, $a = b$, $a > b$.
- $a < b$, $b < c$. $\Rightarrow$ • $a < c$.
- $a < b$. $\Rightarrow$ • $a + c < b + c$.
- $a \not< a$, t. j. neplatí $a < a$.
- $a < b$, $c > 0$. $\Rightarrow$ • $ac < bc$.

Reálne číslo $x \in R$ sa nazýva:

- Kladné, ak platí $x > 0$.

Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania menší $<$, resp. väčší $>$.

[$a < b$, $a > b$ sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a < b$ (a je menšie alebo rovné b).
- $a \geq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a > b$ (a je väčšie alebo rovné b).

[$a \leq b$, $a \geq b$ sú neostré nerovnosti.]

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí:

[Relácie $<$, $>$ definujú usporiadanie na množine R.]

- Platí práve jeden zo vzťahov $a < b$, $a = b$, $a > b$.
- $a < b$, $b < c$. $\Rightarrow$ • $a < c$.
- $a \not< a$, t. j. neplatí $a < a$.
- $a < b$. $\Rightarrow$ • $a + c < b + c$.
- $a < b$, $c > 0$. $\Rightarrow$ • $ac < bc$.

Reálne číslo $x \in R$ sa nazýva:

- Kladné, ak platí $x > 0$.
- Nezáporné, ak platí $x \geq 0$.

Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania menší $<$, resp. väčší $>$.

[$a < b$, $a > b$ sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a < b$ (a je menšie alebo rovné b).
- $a \geq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a > b$ (a je väčšie alebo rovné b).

[$a \leq b$, $a \geq b$ sú neostré nerovnosti.]

Pre všetky $a, b, c \in R$ platí: [Relácie $<$, $>$ definujú usporiadanie na množine R.]

- Platí práve jeden zo vzťahov $a < b$, $a = b$, $a > b$.
- $a < b$, $b < c$. $\Rightarrow$ • $a < c$.
- $a \not< a$, t. j. neplatí $a < a$.
- $a < b$. $\Rightarrow$ • $a + c < b + c$.
- $a < b$, $c > 0$. $\Rightarrow$ • $ac < bc$.

Reálne číslo $x \in R$ sa nazýva:

- Kladné, ak platí $x > 0$.
- Záporné, ak platí $x < 0$.
- Nezáporné, ak platí $x \geq 0$.

Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania menší $<$, resp. väčší $>$.

[$a < b$, $a > b$ sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a < b$ (a je menšie alebo rovné b).
- $a \geq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a > b$ (a je väčšie alebo rovné b).

[$a \leq b$, $a \geq b$ sú neostré nerovnosti.]

Pre všetky $a,b,c \in R$ platí: [Relácie $<$, $>$ definujú usporiadanie na množine R.]

- Platí práve jeden zo vzťahov $a < b$, $a = b$, $a > b$.
- $a < b$, $b < c$. $\Rightarrow$ • $a < c$.
- $a \not< a$, t. j. neplatí $a < a$.
- $a < b$. $\Rightarrow$ • $a + c < b + c$.
- $a < b$, $c > 0$. $\Rightarrow$ • $ac < bc$.

Reálne číslo $x \in R$ sa nazýva:

- Kladné, ak platí $x > 0$.
- Záporné, ak platí $x < 0$.
- Nezáporné, ak platí $x \geq 0$.
- Nekladné, ak platí $x \leq 0$.

Axiómy reálnych čísel – Axiómy usporiadania

- Axiómy usporiadania.

Reálne čísla porovnávame pomocou relácií usporiadania menší $<$, resp. väčší $>$.

[$a < b$, $a > b$ sú ostré nerovnosti.]

- $a \leq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a < b$ (a je menšie alebo rovné b).
- $a \geq b$ vyjadruje $a = b$ alebo $a > b$ (a je väčšie alebo rovné b).

[$a \leq b$, $a \geq b$ sú neostré nerovnosti.]

Pre všetky $a,b,c \in R$ platí: [Relácie $<$, $>$ definujú usporiadanie na množine R.]

- Platí práve jeden zo vzťahov $a < b$, $a = b$, $a > b$.
- $a < b$, $b < c$. $\Rightarrow$ • $a < c$.
- $a \not< a$, t. j. neplatí $a < a$.
- $a < b$. $\Rightarrow$ • $a + c < b + c$.
- $a < b$, $c > 0$. $\Rightarrow$ • $ac < bc$.

Reálne číslo $x \in R$ sa nazýva:

- Kladné, ak platí $x > 0$.
- Záporné, ak platí $x < 0$.
- Nezáporné, ak platí $x \geq 0$.
- Nekladné, ak platí $x \leq 0$.

- Číslo 0 je nezáporné a súčasne nekladné.

Axiómy reálnych čísel – Ohraničenosť

$A \subset R$ je množina reálnych čísel.

Číslo (reálne číslo) $a \in R$ sa nazýva:

Axiómy reálnych čísel – Ohraničenosť

$A \subset R$ je množina reálnych čísel.

Číslo (reálne číslo) $a \in R$ sa nazýva:

- Horné ohraničenie množiny A, ak pre všetky $x \in A$ platí $x \leq a$.

Axiómy reálnych čísel – Ohraničenosť

$A \subset R$ je množina reálnych čísel.

Číslo (reálne číslo) $a \in R$ sa nazýva:

- Horné ohraničenie množiny A, ak pre všetky $x \in A$ platí $x \leq a$.
- Dolné ohraničenie množiny A, ak pre všetky $x \in A$ platí $a \leq x$.

Axiómy reálnych čísel – Ohraničenosť

$A \subset R$ je množina reálnych čísel.

Číslo (reálne číslo) $a \in R$ sa nazýva:

- Horné ohraničenie množiny A, ak pre všetky $x \in A$ platí $x \leq a$.
- Dolné ohraničenie množiny A, ak pre všetky $x \in A$ platí $a \leq x$.

Množina $A \subset R$ sa nazýva:

Axiómy reálnych čísel – Ohraničenosť

$A \subset R$ je množina reálnych čísel.

Číslo (reálne číslo) $a \in R$ sa nazýva:

- Horné ohraničenie množiny A, ak pre všetky $x \in A$ platí $x \leq a$.
- Dolné ohraničenie množiny A, ak pre všetky $x \in A$ platí $a \leq x$.

Množina $A \subset R$ sa nazýva:

- Ohraničená zhora, ak existuje aspoň jedno jej horné ohraničenie.

- Neohraničená zhora, ak nie je ohraničená zhora.

Axiómy reálnych čísel – Ohraničenosť

$A \subset R$ je množina reálnych čísel.

Číslo (reálne číslo) $a \in R$ sa nazýva:

- Horné ohraničenie množiny A, ak pre všetky $x \in A$ platí $x \leq a$.
- Dolné ohraničenie množiny A, ak pre všetky $x \in A$ platí $a \leq x$.

Množina $A \subset R$ sa nazýva:

- Ohraničená zhora, ak existuje aspoň jedno jej horné ohraničenie.
- Ohraničená zdola, ak existuje aspoň jedno jej dolné ohraničenie.

- Neohraničená zhora, ak nie je ohraničená zhora.
- Neohraničená zdola, ak nie je ohraničená zdola.

Axiómy reálnych čísel – Ohraničenosť

$A \subset R$ je množina reálnych čísel.

Číslo (reálne číslo) $a \in R$ sa nazýva:

- Horné ohraničenie množiny A, ak pre všetky $x \in A$ platí $x \leq a$.
- Dolné ohraničenie množiny A, ak pre všetky $x \in A$ platí $a \leq x$.

Množina $A \subset R$ sa nazýva:

- Ohraničená zhora, ak existuje aspoň jedno jej horné ohraničenie.
- Ohraničená zdola, ak existuje aspoň jedno jej dolné ohraničenie.
- Ohraničená, ak je ohraničená zhora a súčasne je ohraničená zdola.

- Neohraničená zhora, ak nie je ohraničená zhora.
- Neohraničená zdola, ak nie je ohraničená zdola.
- Neohraničená, ak nie je ohraničená,

Axiómy reálnych čísel – Ohraničenosť

$A \subset R$ je množina reálnych čísel.

Číslo (reálne číslo) $a \in R$ sa nazýva:

- Horné ohraničenie množiny A, ak pre všetky $x \in A$ platí $x \leq a$.
- Dolné ohraničenie množiny A, ak pre všetky $x \in A$ platí $a \leq x$.

Množina $A \subset R$ sa nazýva:

- Ohraničená zhora, ak existuje aspoň jedno jej horné ohraničenie.
- Ohraničená zdola, ak existuje aspoň jedno jej dolné ohraničenie.
- Ohraničená, ak je ohraničená zhora a súčasne je ohraničená zdola.

- Neohraničená zhora, ak nie je ohraničená zhora.
- Neohraničená zdola, ak nie je ohraničená zdola.
- Neohraničená, ak nie je ohraničená, t. j. nie je ohraničená zhora alebo nie je ohraničená zdola.

Axiómy reálnych čísel – Axióma o supréme – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení. [Jedna zo základných axióm.]

Axiómy reálnych čísel – Axióma o supréme – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení. [Jedna zo základných axióm.]

Horné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zhora ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

Axiómy reálnych čísel – Axióma o supréme – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení. [Jedna zo základných axióm.]

Horné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zhora ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Maximum (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny A, ak $a \in A$.

Axiómy reálnych čísel – Axióma o supréme – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení. [Jedna zo základných axióm.]

Horné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zhora ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Maximum (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny A, ak $a \in A$.
- Suprémum množiny A, ak a je najmenšie z horných ohraničení A.

Axiómy reálnych čísel – Axióma o supréme – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení. [Jedna zo základných axióm.]

Horné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zhora ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Maximum (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \max A$.
- Suprémum množiny A, ak a je najmenšie z horných ohraničení A. Označenie $a = \sup A$.

Axiómy reálnych čísel – Axióma o supréme – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení. [Jedna zo základných axióm.]

Horné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zhora ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Maximum (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \max A$.
- Suprémum množiny A, ak a je najmenšie z horných ohraničení A. Označenie $a = \sup A$.

Dolné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zdola ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

Axiómy reálnych čísel – Axióma o supréme – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení. [Jedna zo základných axióm.]

Horné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zhora ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Maximum (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \max A$.
- Suprémum množiny A, ak a je najmenšie z horných ohraničení A. Označenie $a = \sup A$.

Dolné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zdola ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Minimum (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny A, ak $a \in A$.

Axiómy reálnych čísel – Axióma o supréme – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení. [Jedna zo základných axióm.]

Horné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zhora ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Maximum (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \max A$.
- Suprémum množiny A, ak a je najmenšie z horných ohraničení A. Označenie $a = \sup A$.

Dolné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zdola ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Minimum (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny A, ak $a \in A$.
- Infimum množiny A, ak a je najväčšie z dolných ohraničení A.

Axiómy reálnych čísel – Axióma o supréme – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení. [Jedna zo základných axióm.]

Horné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zhora ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Maximum (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \max A$.
- Suprémum množiny A, ak a je najmenšie z horných ohraničení A. Označenie $a = \sup A$.

Dolné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zdola ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Minimum (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \min A$.
- Infimum množiny A, ak a je najväčšie z dolných ohraničení A. Označenie $a = \inf A$.

Axiómy reálnych čísel – Axióma o supréme – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení. [Jedna zo základných axióm.]

Horné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zhora ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Maximum (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \max A$.
- Suprémum množiny A, ak a je najmenšie z horných ohraničení A. Označenie $a = \sup A$.

Dolné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zdola ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Minimum (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \min A$.
- Infimum množiny A, ak a je najväčšie z dolných ohraničení A. Označenie $a = \inf A$.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$ je zhora ohraničená.

Axiómy reálnych čísel – Axióma o supréme – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení. [Jedna zo základných axióm.]

Horné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zhora ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Maximum (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \max A$.
- Suprémum množiny A, ak a je najmenšie z horných ohraničení A. Označenie $a = \sup A$.

Dolné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zdola ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Minimum (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \min A$.
- Infimum množiny A, ak a je najväčšie z dolných ohraničení A. Označenie $a = \inf A$.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$ je zhora ohraničená.

$\Rightarrow$ • Existuje $\sup A = a$ také, že $a \in R$.

Axiómy reálnych čísel – Axióma o supréme – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení. [Jedna zo základných axióm.]

Horné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zhora ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Maximum (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \max A$.
- Suprémum množiny A, ak a je najmenšie z horných ohraničení A. Označenie $a = \sup A$.

Dolné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zdola ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Minimum (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \min A$.
- Infimum množiny A, ak a je najväčšie z dolných ohraničení A. Označenie $a = \inf A$.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$ je zhora ohraničená. [Axióma o najmenšom hornom ohraničení – AH]

$\Rightarrow$ • Existuje $\sup A = a$ také, že $a \in R$.

Axiómy reálnych čísel – Axióma o supréme – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení. [Jedna zo základných axióm.]

Horné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zhora ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Maximum (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \max A$.
- Suprémum množiny A, ak a je najmenšie z horných ohraničení A. Označenie $a = \sup A$.

Dolné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zdola ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Minimum (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \min A$.
- Infimum množiny A, ak a je najväčšie z dolných ohraničení A. Označenie $a = \inf A$.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$ je zhora ohraničená. [Axióma o najmenšom hornom ohraničení – AH]

$\Rightarrow$ • Existuje $\sup A = a$ také, že $a \in R$. [Každá neprázdna zhora ohraničená množina reálnych čísel má reálne suprémum.]

Axiómy reálnych čísel – Axióma o supréme – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení. [Jedna zo základných axióm.]

Horné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zhora ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Maximum (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \max A$.
- Suprémum množiny A, ak a je najmenšie z horných ohraničení A. Označenie $a = \sup A$.

Dolné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zdola ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Minimum (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \min A$.
- Infimum množiny A, ak a je najväčšie z dolných ohraničení A. Označenie $a = \inf A$.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$ je zhora ohraničená. [Axióma o najmenšom hornom ohraničení – AH]

$\Rightarrow$ • Existuje $\sup A = a$ také, že $a \in R$. [Každá neprázdna zhora ohraničená množina reálnych čísel má reálne suprémum.]

- $A = \langle 0; 1)$.

- $A = \{0, 1, 6, 3\}$

Axiómy reálnych čísel – Axióma o supréme – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení. [Jedna zo základných axióm.]

Horné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zhora ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Maximum (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \max A$.
- Suprémum množiny A, ak a je najmenšie z horných ohraničení A. Označenie $a = \sup A$.

Dolné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zdola ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Minimum (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \min A$.
- Infimum množiny A, ak a je najväčšie z dolných ohraničení A. Označenie $a = \inf A$.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$ je zhora ohraničená. [Axióma o najmenšom hornom ohraničení – AH]

$\Rightarrow$ • Existuje $\sup A = a$ také, že $a \in R$. [Každá neprázdna zhora ohraničená množina reálnych čísel má reálne suprémum.]

- $A = \langle 0; 1)$. $\Rightarrow$ • $\max A$ neexistuje, $\sup A = 1$,

  [Každé $a \geq 1$ je horné ohraničenie A

- $A = \{0, 1, 6, 3\}$ $\Rightarrow$ • $\max A = 6$, $\sup A = 6$,

  [Každé $a \geq 6$ je horné ohraničenie A

Axiómy reálnych čísel – Axióma o supréme – AH

- Axióma o najmenšom hornom ohraničení. [Jedna zo základných axióm.]

Horné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zhora ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Maximum (najväčší prvok, maximálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \max A$.
- Suprémum množiny A, ak a je najmenšie z horných ohraničení A. Označenie $a = \sup A$.

Dolné ohraničenie (reálne číslo) $a \in R$ (zdola ohraničenej) množiny $A \subset R$ sa nazýva:

- Minimum (najmenší prvok, minimálny prvok) množiny A, ak $a \in A$. Označenie $a = \min A$.
- Infimum množiny A, ak a je najväčšie z dolných ohraničení A. Označenie $a = \inf A$.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$ je zhora ohraničená. [Axióma o najmenšom hornom ohraničení – AH]

$\Rightarrow$ • Existuje $\sup A = a$ také, že $a \in R$. [Každá neprázdna zhora ohraničená množina reálnych čísel má reálne suprémum.]

- $A = \langle 0; 1)$. $\Rightarrow$ • $\max A$ neexistuje, $\sup A = 1$, $\min A = 0$, $\inf A = 0$.

  [Každé $a \geq 1$ je horné ohraničenie A a každé $a \leq 0$ je dolné ohraničenie A.]

- $A = \{0, 1, 6, 3\}$ $\Rightarrow$ • $\max A = 6$, $\sup A = 6$, $\min A = 0$, $\inf A = 0$.

  [Každé $a \geq 6$ je horné ohraničenie A a každé $a \leq 0$ je dolné ohraničenie A.]

Číselné množiny a ich vlastnosti

Prirodzené čísla.

Číselné množiny a ich vlastnosti

Prirodzené čísla.

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

Číselné množiny a ich vlastnosti

Prirodzené čísla.

$[1,\ 2 = 1+1,\ 3 = 2+1,\ 4 = 3+1,\ \ldots,\ n = (n-1)+1,\ \ldots]$

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N = \{1, 2, 3, 4,\ \ldots, n, n+1, n+2, n+3,\ \ldots\}.$$

Číselné množiny a ich vlastnosti

Prirodzené čísla.

$[1,\ 2 = 1+1,\ 3 = 2+1,\ 4 = 3+1,\ \ldots,\ n = (n-1)+1,\ \ldots]$

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N = \{1, 2, 3, 4,\ \ldots, n, n+1, n+2, n+3,\ \ldots\}.$$

Celé čísla.

Číselné množiny a ich vlastnosti

Prirodzené čísla.

$[1,\ 2 = 1+1,\ 3 = 2+1,\ 4 = 3+1,\ \ldots,\ n = (n-1)+1,\ \ldots]$

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N = \{1, 2, 3, 4,\ \ldots, n, n+1, n+2, n+3,\ \ldots\}.$$

Celé čísla.

- Množinou všetkých celých čísel nazývame množinu

Číselné množiny a ich vlastnosti

Prirodzené čísla.

[1, $2 = 1 + 1$, $3 = 2 + 1$, $4 = 3 + 1$, ..., $n = (n - 1) + 1$, ...]

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N = \{1, 2, 3, 4, \ldots, n, n+1, n+2, n+3, \ldots\}.$$

Celé čísla.

[Dajú sa zapísať ako rozdiel dvoch prirodzených čísel.]

- Množinou všetkých celých čísel nazývame množinu

$$Z = \{m - n;\ m, n \in N\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm n, \ldots\} = \{0\} \cup \{\pm n, n \in N\}.$$

Číselné množiny a ich vlastnosti

Prirodzené čísla.

$[1,\ 2 = 1+1,\ 3 = 2+1,\ 4 = 3+1,\ \ldots,\ n = (n-1)+1,\ \ldots]$

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N = \{1, 2, 3, 4,\ \ldots, n, n+1, n+2, n+3,\ \ldots\}.$$

Celé čísla.

[Dajú sa zapísať ako rozdiel dvoch prirodzených čísel.]

- Množinou všetkých celých čísel nazývame množinu

$$Z = \{m - n;\ m, n \in N\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm n, \ldots\} = \{0\} \cup \{\pm n, n \in N\}.$$

Racionálne čísla.

Číselné množiny a ich vlastnosti

Prirodzené čísla.

$[1,\ 2 = 1+1,\ 3 = 2+1,\ 4 = 3+1,\ \ldots,\ n = (n-1)+1,\ \ldots]$

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N = \{1, 2, 3, 4,\ \ldots,\ n, n+1, n+2, n+3,\ \ldots\}.$$

Celé čísla.

[Dajú sa zapísať ako rozdiel dvoch prirodzených čísel.]

- Množinou všetkých celých čísel nazývame množinu

$$Z = \{m - n;\ m,n \in N\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm n, \ldots\} = \{0\} \cup \{\pm n, n \in N\}.$$

Racionálne čísla.

- Množinou všetkých racionálnych čísel nazývame množinu

Číselné množiny a ich vlastnosti

Prirodzené čísla.

$[1,\ 2=1+1,\ 3=2+1,\ 4=3+1,\ \dots,\ n=(n-1)+1,\ \dots]$

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N=\{1,2,3,4,\ \dots,n,n+1,n+2,n+3,\ \dots\}.$$

Celé čísla.

[Dajú sa zapísať ako rozdiel dvoch prirodzených čísel.]

- Množinou všetkých celých čísel nazývame množinu

$$Z=\{m-n;\ m,n\in N\}=\{0,\pm 1,\pm 2,\dots,\pm n,\dots\}=\{0\}\cup\{\pm n,n\in N\}.$$

Racionálne čísla.

[Dajú sa vyjadriť ako $\frac{m}{n}$, kde $m\in Z$, $n\in N$.]

- Množinou všetkých racionálnych čísel nazývame množinu

$$Q=\{\tfrac{m}{n};\ m\in Z,n\in N\}.$$

Číselné množiny a ich vlastnosti

Prirodzené čísla.

$[1,\ 2 = 1+1,\ 3 = 2+1,\ 4 = 3+1,\ \ldots,\ n = (n-1)+1,\ \ldots]$

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N = \{1, 2, 3, 4,\ \ldots, n, n+1, n+2, n+3,\ \ldots\}.$$

Celé čísla.

[Dajú sa zapísať ako rozdiel dvoch prirodzených čísel.]

- Množinou všetkých celých čísel nazývame množinu

$$Z = \{m-n;\ m,n \in N\} = \{0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm n, \ldots\} = \{0\} \cup \{\pm n, n \in N\}.$$

Racionálne čísla.

[Dajú sa vyjadriť ako $\frac{m}{n}$, kde $m \in Z$, $n \in N$.]

- Množinou všetkých racionálnych čísel nazývame množinu

$$Q = \{\tfrac{m}{n};\ m \in Z, n \in N\}.$$

Iracionálne čísla.

Číselné množiny a ich vlastnosti

Prirodzené čísla.

[$1,\ 2=1+1,\ 3=2+1,\ 4=3+1,\ \ldots,\ n=(n-1)+1,\ \ldots$]

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N=\{1,2,3,4,\ \ldots,n,n+1,n+2,n+3,\ \ldots\}.$$

Celé čísla.

[Dajú sa zapísať ako rozdiel dvoch prirodzených čísel.]

- Množinou všetkých celých čísel nazývame množinu

$$Z=\{m-n;\ m,n\in N\}=\{0,\pm 1,\pm 2,\ldots,\pm n,\ldots\}=\{0\}\cup\{\pm n,n\in N\}.$$

Racionálne čísla.

[Dajú sa vyjadriť ako $\frac{m}{n}$, kde $m\in Z$, $n\in N$.]

- Množinou všetkých racionálnych čísel nazývame množinu

$$Q=\{\tfrac{m}{n};\ m\in Z,n\in N\}.$$

Iracionálne čísla.

- Množinou všetkých iracionálnych čísel nazývame množinu

Číselné množiny a ich vlastnosti

Prirodzené čísla.

[$1,\ 2=1+1,\ 3=2+1,\ 4=3+1,\ \ldots,\ n=(n-1)+1,\ \ldots$]

- Množinou všetkých prirodzených čísel nazývame množinu

$$N=\{1,2,3,4,\ \ldots,n,n+1,n+2,n+3,\ \ldots\}.$$

Celé čísla.

[Dajú sa zapísať ako rozdiel dvoch prirodzených čísel.]

- Množinou všetkých celých čísel nazývame množinu

$$Z=\{m-n;\ m,n\in N\}=\{0,\pm 1,\pm 2,\ldots,\pm n,\ldots\}=\{0\}\cup\{\pm n,n\in N\}.$$

Racionálne čísla.

[Dajú sa vyjadriť ako $\frac{m}{n}$, kde $m\in Z$, $n\in N$.]

- Množinou všetkých racionálnych čísel nazývame množinu

$$Q=\{\tfrac{m}{n};\ m\in Z,n\in N\}.$$

Iracionálne čísla.

[Reálne čísla, ktoré nie sú racionálnymi číslami.]

- Množinou všetkých iracionálnych čísel nazývame množinu

$$I=R-Q.$$

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná),

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny R nemôžeme vyjadriť číslom,

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny R nemôžeme vyjadriť číslom, R má ∞ (nekonečne veľa) prvkov.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny R nemôžeme vyjadriť číslom, R má ∞ (nekonečne veľa) prvkov.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny R nemôžeme vyjadriť číslom, R má ∞ (nekonečne veľa) prvkov.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$. Potom platí:

- $\min A$ existuje.
- $\max A$ existuje.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny R nemôžeme vyjadriť číslom, R má ∞ (nekonečne veľa) prvkov.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$. Potom platí:

- $\min A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\min A = \inf A$.
- $\max A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\max A = \sup A$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny R nemôžeme vyjadriť číslom, R má ∞ (nekonečne veľa) prvkov.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$. Potom platí:

- $\min A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\min A = \inf A$. [Pokiaľ existuje $\min A$, potom $\min A = \inf A$.]
- $\max A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\max A = \sup A$. [Pokiaľ existuje $\max A$, potom $\max A = \sup A$.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny R nemôžeme vyjadriť číslom, R má ∞ (nekonečne veľa) prvkov.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$. Potom platí:

- $\min A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\min A = \inf A$. [Pokiaľ existuje $\min A$, potom $\min A = \inf A$.]
- $\max A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\max A = \sup A$. [Pokiaľ existuje $\max A$, potom $\max A = \sup A$.]

Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny R nemôžeme vyjadriť číslom, R má ∞ (nekonečne veľa) prvkov.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$. Potom platí:

- $\min A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\min A = \inf A$. [Pokiaľ existuje $\min A$, potom $\min A = \inf A$.]
- $\max A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\max A = \sup A$. [Pokiaľ existuje $\max A$, potom $\max A = \sup A$.]

Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny R nemôžeme vyjadriť číslom, R má ∞ (nekonečne veľa) prvkov.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$. Potom platí:

- $\min A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\min A = \inf A$. [Pokiaľ existuje $\min A$, potom $\min A = \inf A$.]
- $\max A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\max A = \sup A$. [Pokiaľ existuje $\max A$, potom $\max A = \sup A$.]

Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$. [Množinu R rozšírime o prvky $\pm\infty$.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny R nemôžeme vyjadriť číslom, R má ∞ (nekonečne veľa) prvkov.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$. Potom platí:

- $\min A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\min A = \inf A$. [Pokiaľ existuje $\min A$, potom $\min A = \inf A$.]
- $\max A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\max A = \sup A$. [Pokiaľ existuje $\max A$, potom $\max A = \sup A$.]

Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$. [Množinu R rozšírime o prvky $\pm\infty$.]

- Prvky $-\infty$ (mínus nekonečno), $\infty = +\infty$ (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny R nemôžeme vyjadriť číslom, R má ∞ (nekonečne veľa) prvkov.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$. Potom platí:

- $\min A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\min A = \inf A$. [Pokiaľ existuje $\min A$, potom $\min A = \inf A$.]
- $\max A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\max A = \sup A$. [Pokiaľ existuje $\max A$, potom $\max A = \sup A$.]

Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$. [Množinu R rozšírime o prvky $\pm\infty$.]

- Prvky $-\infty$ (mínus nekonečno), $\infty = +\infty$ (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!
- Pod pojmom číslo rozumieme konečné číslo.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny R nemôžeme vyjadriť číslom, R má ∞ (nekonečne veľa) prvkov.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$. Potom platí:

- $\min A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\min A = \inf A$. [Pokiaľ existuje $\min A$, potom $\min A = \inf A$.]
- $\max A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\max A = \sup A$. [Pokiaľ existuje $\max A$, potom $\max A = \sup A$.]

Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$. [Množinu R rozšírime o prvky $\pm\infty$.]

- Prvky $-\infty$ (mínus nekonečno), $\infty = +\infty$ (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!
- Pod pojmom číslo rozumieme konečné číslo. [$-\infty \notin R$, $\infty \notin R$.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny R nemôžeme vyjadriť číslom, R má ∞ (nekonečne veľa) prvkov.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$. Potom platí:

- $\min A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\min A = \inf A$. [Pokiaľ existuje $\min A$, potom $\min A = \inf A$.]
- $\max A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\max A = \sup A$. [Pokiaľ existuje $\max A$, potom $\max A = \sup A$.]

Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$. [Množinu R rozšírime o prvky $\pm\infty$.]

- Prvky $-\infty$ (mínus nekonečno), $\infty = +\infty$ (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!
- Pod pojmom číslo rozumieme konečné číslo. [$-\infty \notin R$, $\infty \notin R$.]

- $R^- = \{x \in R;\ x < 0\}$. [Množina všetkých záporných čísel.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny R nemôžeme vyjadriť číslom, R má ∞ (nekonečne veľa) prvkov.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$. Potom platí:

- $\min A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\min A = \inf A$. [Pokiaľ existuje $\min A$, potom $\min A = \inf A$.]
- $\max A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\max A = \sup A$. [Pokiaľ existuje $\max A$, potom $\max A = \sup A$.]

Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$. [Množinu R rozšírime o prvky $\pm\infty$.]

- Prvky $-\infty$ (mínus nekonečno), $\infty = +\infty$ (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!
- Pod pojmom číslo rozumieme konečné číslo. [$-\infty \notin R$, $\infty \notin R$.]

- $R^- = \{x \in R;\ x < 0\}$. [Množina všetkých záporných čísel.]
- $R_0^- = \{x \in R;\ x \leq 0\}$. [Množina všetkých nekladných čísel.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny R nemôžeme vyjadriť číslom, R má ∞ (nekonečne veľa) prvkov.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$. Potom platí:

- $\min A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\min A = \inf A$. [Pokiaľ existuje $\min A$, potom $\min A = \inf A$.]
- $\max A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\max A = \sup A$. [Pokiaľ existuje $\max A$, potom $\max A = \sup A$.]

Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$. [Množinu R rozšírime o prvky $\pm\infty$.]

- Prvky $-\infty$ (mínus nekonečno), $\infty = +\infty$ (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!
- Pod pojmom číslo rozumieme konečné číslo. [$-\infty \notin R$, $\infty \notin R$.]

- $R^- = \{x \in R;\ x < 0\}$. [Množina všetkých záporných čísel.]
- $R_0^- = \{x \in R;\ x \leq 0\}$. [Množina všetkých nekladných čísel.]
- $R^+ = \{x \in R;\ x > 0\}$. [Množina všetkých kladných čísel.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny R nemôžeme vyjadriť číslom, R má ∞ (nekonečne veľa) prvkov.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$. Potom platí:

- $\min A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\min A = \inf A$. [Pokiaľ existuje $\min A$, potom $\min A = \inf A$.]
- $\max A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\max A = \sup A$. [Pokiaľ existuje $\max A$, potom $\max A = \sup A$.]

Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$. [Množinu R rozšírime o prvky $\pm\infty$.]

- Prvky $-\infty$ (mínus nekonečno), $\infty = +\infty$ (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!
- Pod pojmom číslo rozumieme konečné číslo. [$-\infty \notin R$, $\infty \notin R$.]

- $R^- = \{x \in R;\ x < 0\}$. [Množina všetkých záporných čísel.]
- $R_0^- = \{x \in R;\ x \leq 0\}$. [Množina všetkých nekladných čísel.]
- $R^+ = \{x \in R;\ x > 0\}$. [Množina všetkých kladných čísel.]
- $R_0^+ = \{x \in R;\ x \geq 0\}$. [Množina všetkých nezáporných čísel.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny R nemôžeme vyjadriť číslom, R má ∞ (nekonečne veľa) prvkov.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$. Potom platí:

- $\min A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\min A = \inf A$. [Pokiaľ existuje $\min A$, potom $\min A = \inf A$.]
- $\max A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\max A = \sup A$. [Pokiaľ existuje $\max A$, potom $\max A = \sup A$.]

Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$. [Množinu R rozšírime o prvky $\pm\infty$.]

- Prvky $-\infty$ (mínus nekonečno), $\infty = +\infty$ (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!
- Pod pojmom číslo rozumieme konečné číslo. [$-\infty \notin R$, $\infty \notin R$.]

- $R^- = \{x \in R;\ x < 0\}$. [Množina všetkých záporných čísel.]
- $R_0^- = \{x \in R;\ x \leq 0\}$. [Množina všetkých nekladných čísel.]
- $R^+ = \{x \in R;\ x > 0\}$. [Množina všetkých kladných čísel.]
- $R_0^+ = \{x \in R;\ x \geq 0\}$. [Množina všetkých nezáporných čísel.]

Pre množinu $A \subset R$ a číslo $c \in R$ definujeme:

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny R nemôžeme vyjadriť číslom, R má ∞ (nekonečne veľa) prvkov.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$. Potom platí:

- $\min A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\min A = \inf A$. [Pokiaľ existuje $\min A$, potom $\min A = \inf A$.]
- $\max A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\max A = \sup A$. [Pokiaľ existuje $\max A$, potom $\max A = \sup A$.]

Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$. [Množinu R rozšírime o prvky $\pm\infty$.]

- Prvky $-\infty$ (mínus nekonečno), $\infty = +\infty$ (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!
- Pod pojmom číslo rozumieme konečné číslo. [$-\infty \notin R$, $\infty \notin R$.]

- $R^- = \{x \in R;\ x < 0\}$. [Množina všetkých záporných čísel.]
- $R_0^- = \{x \in R;\ x \leq 0\}$. [Množina všetkých nekladných čísel.]
- $R^+ = \{x \in R;\ x > 0\}$. [Množina všetkých kladných čísel.]
- $R_0^+ = \{x \in R;\ x \geq 0\}$. [Množina všetkých nezáporných čísel.]

Pre množinu $A \subset R$ a číslo $c \in R$ definujeme:

- $-A = \{-x;\ x \in A\}$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Rozšírená množina R

- Množina R je nekonečná (nespočítateľná), ale všetky jej prvky sú konečné.
- Počet prvkov množiny R nemôžeme vyjadriť číslom, R má ∞ (nekonečne veľa) prvkov.

Množina $A \subset R$, $A \neq \emptyset$. Potom platí:

- $\min A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\min A = \inf A$. [Pokiaľ existuje $\min A$, potom $\min A = \inf A$.]
- $\max A$ existuje. $\Rightarrow$ • $\max A = \sup A$. [Pokiaľ existuje $\max A$, potom $\max A = \sup A$.]

Rozšírenou množinou reálnych čísel nazývame

množinu $R^* = R \cup \{-\infty, \infty\}$. [Množinu R rozšírime o prvky $\pm\infty$.]

- Prvky $-\infty$ (mínus nekonečno), $\infty = +\infty$ (nekonečno, plus nekonečno) nie sú čísla!
- Pod pojmom číslo rozumieme konečné číslo. [$-\infty \notin R$, $\infty \notin R$.]

- $R^- = \{x \in R;\ x < 0\}$. [Množina všetkých záporných čísel.]
- $R_0^- = \{x \in R;\ x \leq 0\}$. [Množina všetkých nekladných čísel.]
- $R^+ = \{x \in R;\ x > 0\}$. [Množina všetkých kladných čísel.]
- $R_0^+ = \{x \in R;\ x \geq 0\}$. [Množina všetkých nezáporných čísel.]

Pre množinu $A \subset R$ a číslo $c \in R$ definujeme:

- $-A = \{-x;\ x \in A\}$.
- $cA = \{c \cdot x;\ x \in A\}$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Operácie s nekonečnom

- Operácie a relácie definované v množine R, môžeme čiastočne rozšíriť na množinu R^*.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Operácie s nekonečnom

- Operácie a relácie definované v množine R, môžeme čiastočne rozšíriť na množinu R^*.

$a \in R$ (a je reálne číslo).

Číselné množiny a ich vlastnosti – Operácie s nekonečnom

- Operácie a relácie definované v množine R, môžeme čiastočne rozšíriť na množinu R^*.

$a \in R$ (a je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$, t. j. $a \in (-\infty; \infty)$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Operácie s nekonečnom

- Operácie a relácie definované v množine R, môžeme čiastočne rozšíriť na množinu R^*.

$a \in R$ (a je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$, t. j. $a \in (-\infty; \infty)$. [Každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Operácie s nekonečnom

- Operácie a relácie definované v množine R, môžeme čiastočne rozšíriť na množinu R^*.

$a \in R$ (a je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$, t. j. $a \in (-\infty; \infty)$. [Každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.]

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

Číselné množiny a ich vlastnosti – Operácie s nekonečnom

- Operácie a relácie definované v množine R, môžeme čiastočne rozšíriť na množinu R^*.

$a \in R$ (a je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$, t. j. $a \in (-\infty; \infty)$. [Každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.]

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$ a $-\infty - \infty = -\infty$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Operácie s nekonečnom

- Operácie a relácie definované v množine R, môžeme čiastočne rozšíriť na množinu R^*.

$a \in R$ (a je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$, t. j. $a \in (-\infty; \infty)$. [Každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.]

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$ a $-\infty - \infty = -\infty$.
- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Operácie s nekonečnom

- Operácie a relácie definované v množine R, môžeme čiastočne rozšíriť na množinu R^*.

$a \in R$ (a je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$, t. j. $a \in (-\infty; \infty)$. [Každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.]

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$ a $-\infty - \infty = -\infty$.
- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$.

- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Operácie s nekonečnom

- Operácie a relácie definované v množine R, môžeme čiastočne rozšíriť na množinu R^*.

$a \in R$ (a je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$, t. j. $a \in (-\infty; \infty)$. [Každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.]

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$ a $-\infty - \infty = -\infty$.
- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$.
- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$.
- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Operácie s nekonečnom

- Operácie a relácie definované v množine R, môžeme čiastočne rozšíriť na množinu R^*.

$a \in R$ (a je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$, t. j. $a \in (-\infty; \infty)$. [Každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.]

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$ a $-\infty - \infty = -\infty$.
- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$.
- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$.
- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$.
- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Operácie s nekonečnom

- Operácie a relácie definované v množine R, môžeme čiastočne rozšíriť na množinu R^*.

$a \in R$ (a je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$, t. j. $a \in (-\infty; \infty)$. [Každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.]

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$ a $-\infty - \infty = -\infty$.
- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$.
- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$.
- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$.
- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty$.
- $\pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Operácie s nekonečnom

- Operácie a relácie definované v množine R, môžeme čiastočne rozšíriť na množinu R^*.

$a \in R$ (a je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$, t. j. $a \in (-\infty; \infty)$. [Každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.]

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$ a $-\infty - \infty = -\infty$.
- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$.
- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$.
- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$.
- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty$.
- $\pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty$.
- $\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty$ a $\frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Operácie s nekonečnom

- Operácie a relácie definované v množine R, môžeme čiastočne rozšíriť na množinu R^*.

$a \in R$ (a je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$, t. j. $a \in (-\infty; \infty)$. [Každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.]

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$ a $-\infty - \infty = -\infty$.
- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$.
- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$.
- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$.
- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty$.
- $\pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty$.
- $\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty$ a $\frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty$.
- $\frac{a}{\pm\infty} = \frac{0}{\pm\infty} = 0$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Operácie s nekonečnom

- Operácie a relácie definované v množine R, môžeme čiastočne rozšíriť na množinu R^*.

$a \in R$ (a je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$, t. j. $a \in (-\infty; \infty)$. [Každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.]

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$ a $-\infty - \infty = -\infty$.
- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$.
- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$.
- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$.
- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty$.
- $\pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty$.
- $\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty$ a $\frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty$.
- $\frac{a}{\pm\infty} = \frac{0}{\pm\infty} = 0$.

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a \in R$ nedefinujeme:

Číselné množiny a ich vlastnosti – Operácie s nekonečnom

- Operácie a relácie definované v množine R, môžeme čiastočne rozšíriť na množinu R^*.

$a \in R$ (a je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$, t. j. $a \in (-\infty; \infty)$. [Každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.]

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$ a $-\infty - \infty = -\infty$.
- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$.
- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$.
- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$.
- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty$.
- $\pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty$.
- $\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty$ a $\frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty$.
- $\frac{a}{\pm\infty} = \frac{0}{\pm\infty} = 0$.

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a \in R$ nedefinujeme:

- $\infty - \infty$ a $-\infty + \infty$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Operácie s nekonečnom

- Operácie a relácie definované v množine R, môžeme čiastočne rozšíriť na množinu R^*.

$a \in R$ (a je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$, t. j. $a \in (-\infty; \infty)$. [Každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.]

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$ a $-\infty - \infty = -\infty$.
- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$.
- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$.
- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$.
- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty$.
- $\pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty$.
- $\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty$ a $\frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty$.
- $\frac{a}{\pm\infty} = \frac{0}{\pm\infty} = 0$.

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a \in R$ nedefinujeme:

- $\infty - \infty$ a $-\infty + \infty$.
- $\pm\infty \cdot 0$ a $0 \cdot (\pm\infty)$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Operácie s nekonečnom

- Operácie a relácie definované v množine R, môžeme čiastočne rozšíriť na množinu R^*.

$a \in R$ (a je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$, t. j. $a \in (-\infty; \infty)$. [Každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.]

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$ a $-\infty - \infty = -\infty$.
- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$.
- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$.
- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$.
- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty$.
- $\pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty$.
- $\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty$ a $\frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty$.
- $\frac{a}{\pm\infty} = \frac{0}{\pm\infty} = 0$.

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a \in R$ nedefinujeme:

- $\infty - \infty$ a $-\infty + \infty$.
- $\pm\infty \cdot 0$ a $0 \cdot (\pm\infty)$.
- $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$ a $\frac{\pm\infty}{0}$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Operácie s nekonečnom

- Operácie a relácie definované v množine R, môžeme čiastočne rozšíriť na množinu R^*.

$a \in R$ (a je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$, t. j. $a \in (-\infty; \infty)$. [Každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.]

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$ a $-\infty - \infty = -\infty$.
- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$.
- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$.
- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$.
- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty$.
- $\pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty$.
- $\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty$ a $\frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty$.
- $\frac{a}{\pm\infty} = \frac{0}{\pm\infty} = 0$.

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a \in R$ nedefinujeme:

- $\infty - \infty$ a $-\infty + \infty$.
- $\pm\infty \cdot 0$ a $0 \cdot (\pm\infty)$.
- $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$ a $\frac{\pm\infty}{0}$.
- $\frac{a}{0}$ a $\frac{0}{0}$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Operácie s nekonečnom

- Operácie a relácie definované v množine R, môžeme čiastočne rozšíriť na množinu R^*.

$a \in R$ (a je reálne číslo).

- $-\infty < a < \infty$, t. j. $a \in (-\infty; \infty)$. [Každé reálne číslo je väčšie ako $-\infty$ a menšie ako ∞.]

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a, b \in R$, $b > 0$ definujeme:

- $\infty + \infty = \infty$ a $-\infty - \infty = -\infty$.
- $a \pm \infty = \pm\infty + a = \pm\infty$.
- $\pm\infty \cdot \infty = \infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty$.
- $-\infty \cdot (\pm\infty) = \pm\infty \cdot (-\infty) = \mp\infty$.
- $\pm b \cdot \infty = \infty \cdot (\pm b) = \pm\infty$.
- $\pm b \cdot (-\infty) = -\infty \cdot (\pm b) = \mp\infty$.
- $\frac{\infty}{\pm b} = \pm\infty$ a $\frac{-\infty}{\pm b} = \mp\infty$.
- $\frac{a}{\pm\infty} = \frac{0}{\pm\infty} = 0$.

Pre $\pm\infty$ a pre všetky $a \in R$ nedefinujeme:

- $\infty - \infty$ a $-\infty + \infty$.
- $\pm\infty \cdot 0$ a $0 \cdot (\pm\infty)$.
- $\frac{\pm\infty}{\pm\infty}$ a $\frac{\pm\infty}{0}$.
- $\frac{a}{0}$ a $\frac{0}{0}$.

[Nazývame ich neurčité výrazy a počítame ich pomocou limít.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Ohraničenia množiny

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine R^*.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Ohraničenia množiny

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine R^*.

$A \subset R^*$, $A \neq \emptyset$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Ohraničenia množiny

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine R^*.

$A \subset R^*$, $A \neq \emptyset$.

- A je zhora ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\sup A \in R$.

- A je zdola ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje

Číselné množiny a ich vlastnosti – Ohraničenia množiny

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine R^*.

$A \subset R^*$, $A \neq \emptyset$.

- A je zhora ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\sup A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]

- A je zdola ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje [Vyplýva z axiómy AH.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Ohraničenia množiny

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine R^*.

$A \subset R^*$, $A \neq \emptyset$.

- A je zhora ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\sup A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zhora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\sup A = \infty$.

- A je zdola ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\inf A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zdora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\inf A = -\infty$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Ohraničenia množiny

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine R^*.

$A \subset R^*$, $A \neq \emptyset$. [Každá neprázdna množina $A \subset R^*$ má $\sup A \in R^*$, aj $\inf A \in R^*$.]

- A je zhora ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\sup A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zhora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\sup A = \infty$.

- A je zdola ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\inf A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zdora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\inf A = -\infty$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Ohraničenia množiny

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine R^*.

$A \subset R^*$, $A \neq \emptyset$. [Každá neprázdna množina $A \subset R^*$ má $\sup A \in R^*$, aj $\inf A \in R^*$.]

- A je zhora ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\sup A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zhora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\sup A = \infty$.

- A je zdola ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\inf A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zdora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\inf A = -\infty$.

Každé $a \in R^*$ je horným a aj dolným ohraničením množiny $\emptyset$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Ohraničenia množiny

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine R^*.

$A \subset R^*$, $A \neq \emptyset$. [Každá neprázdna množina $A \subset R^*$ má $\sup A \in R^*$, aj $\inf A \in R^*$.]

- A je zhora ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\sup A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zhora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\sup A = \infty$.

- A je zdola ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\inf A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zdora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\inf A = -\infty$.

Každé $a \in R^*$ je horným a aj dolným ohraničením množiny $\emptyset$.

- $\sup \emptyset = -\infty$.
- $\inf \emptyset = \infty$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Ohraničenia množiny

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine R^*.

$A \subset R^*$, $A \neq \emptyset$. [Každá neprázdna množina $A \subset R^*$ má $\sup A \in R^*$, aj $\inf A \in R^*$.]

- A je zhora ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\sup A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zhora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\sup A = \infty$.

- A je zdola ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\inf A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zdora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\inf A = -\infty$.

Každé $a \in R^*$ je horným a aj dolným ohraničením množiny $\emptyset$.

- $\sup \emptyset = -\infty$. [Najmenšie z horných ohraničení prázdnej množiny je $-\infty$.]
- $\inf \emptyset = \infty$. [Najväčšie z dolných ohraničení prázdnej množiny je ∞.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Ohraničenia množiny

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine R^*.

$A \subset R^*$, $A \neq \emptyset$. [Každá neprázdna množina $A \subset R^*$ má $\sup A \in R^*$, aj $\inf A \in R^*$.]

- A je zhora ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\sup A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zhora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\sup A = \infty$.

- A je zdola ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\inf A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zdora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\inf A = -\infty$.

Každé $a \in R^*$ je horným a aj dolným ohraničením množiny $\emptyset$.

- $\sup \emptyset = -\infty$. [Najmenšie z horných ohraničení prázdnej množiny je $-\infty$.]
- $\inf \emptyset = \infty$. [Najväčšie z dolných ohraničení prázdnej množiny je ∞.]

$A \subset R$.

$$-a = \inf(-A).$$

$$-a = \sup(-A).$$

Číselné množiny a ich vlastnosti – Ohraničenia množiny

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine R^*.

$A \subset R^*$, $A \neq \emptyset$. [Každá neprázdna množina $A \subset R^*$ má $\sup A \in R^*$, aj $\inf A \in R^*$.]

- A je zhora ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\sup A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zhora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\sup A = \infty$.

- A je zdola ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\inf A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zdora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\inf A = -\infty$.

Každé $a \in R^*$ je horným a aj dolným ohraničením množiny $\emptyset$.

- $\sup \emptyset = -\infty$. [Najmenšie z horných ohraničení prázdnej množiny je $-\infty$.]
- $\inf \emptyset = \infty$. [Najväčšie z dolných ohraničení prázdnej množiny je ∞.]

$A \subset R$. Potom platí:

- $a = \sup A$. $\Leftrightarrow$ • $-a = \inf(-A)$.
- $-a = \sup(-A)$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Ohraničenia množiny

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine R^*.

$A \subset R^*$, $A \neq \emptyset$. [Každá neprázdna množina $A \subset R^*$ má $\sup A \in R^*$, aj $\inf A \in R^*$.]

- A je zhora ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\sup A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zhora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\sup A = \infty$.

- A je zdola ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\inf A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zdora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\inf A = -\infty$.

Každé $a \in R^*$ je horným a aj dolným ohraničením množiny $\emptyset$.

- $\sup \emptyset = -\infty$. [Najmenšie z horných ohraničení prázdnej množiny je $-\infty$.]
- $\inf \emptyset = \infty$. [Najväčšie z dolných ohraničení prázdnej množiny je ∞.]

$A \subset R$. Potom platí:

- $a = \sup A$. $\Leftrightarrow$ • $-a = \inf(-A)$.
- $a = \inf A$. $\Leftrightarrow$ • $-a = \sup(-A)$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Ohraničenia množiny

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine R^*.

$A \subset R^*$, $A \neq \emptyset$. [Každá neprázdna množina $A \subset R^*$ má $\sup A \in R^*$, aj $\inf A \in R^*$.]

- A je zhora ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\sup A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zhora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\sup A = \infty$.

- A je zdola ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\inf A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zdora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\inf A = -\infty$.

Každé $a \in R^*$ je horným a aj dolným ohraničením množiny $\emptyset$.

- $\sup \emptyset = -\infty$. [Najmenšie z horných ohraničení prázdnej množiny je $-\infty$.]
- $\inf \emptyset = \infty$. [Najväčšie z dolných ohraničení prázdnej množiny je ∞.]

$A \subset R$. Potom platí:

- $a = \sup A$. $\Leftrightarrow$ • $-a = \inf(-A)$.
- $a = \inf A$. $\Leftrightarrow$ • $-a = \sup(-A)$.

$A \neq \emptyset$, $B \neq \emptyset$, $A \subset B \subset R$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Ohraničenia množiny

Axiómy zostávajú v platnosti aj v množine R^*.

$A \subset R^*$, $A \neq \emptyset$. [Každá neprázdna množina $A \subset R^*$ má $\sup A \in R^*$, aj $\inf A \in R^*$.]

- A je zhora ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\sup A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zhora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\sup A = \infty$.

- A je zdola ohraničená. $\Rightarrow$ • Existuje $\inf A \in R$. [Vyplýva z axiómy AH.]
- A je zdora neohraničená. $\Rightarrow$ • $\inf A = -\infty$.

Každé $a \in R^*$ je horným a aj dolným ohraničením množiny $\emptyset$.

- $\sup \emptyset = -\infty$. [Najmenšie z horných ohraničení prázdnej množiny je $-\infty$.]
- $\inf \emptyset = \infty$. [Najväčšie z dolných ohraničení prázdnej množiny je ∞.]

$A \subset R$. Potom platí:

- $a = \sup A$. $\Leftrightarrow$ • $-a = \inf(-A)$.
- $a = \inf A$. $\Leftrightarrow$ • $-a = \sup(-A)$.

$A \neq \emptyset$, $B \neq \emptyset$, $A \subset B \subset R$. Potom platí:

- $\inf B \leq \inf A$.
- $\sup A \leq \sup B$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú $a, b \in R$, $a \leq b$.]

Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je $-\infty$ alebo ∞.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú $a,b \in R$, $a \leq b$.]

Nedegenerované intervaly, ak platí $a < b$.

Degenerované intervaly, ak platí $a = b$.

Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je $-\infty$ alebo ∞.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú $a,b \in R$, $a \leq b$.]

Nedegenerované intervaly, ak platí $a < b$.

- $(a;b) = \{x \in R;\ a < x < b\}$,

Degenerované intervaly, ak platí $a = b$.

Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je $-\infty$ alebo ∞.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú $a, b \in R$, $a \leq b$.]

Nedegenerované intervaly, ak platí $a < b$.

- $(a; b) = \{x \in R;\ a < x < b\}$,
- $\langle a; b\rangle = \{x \in R;\ a \leq x \leq b\}$,

Degenerované intervaly, ak platí $a = b$.

Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je $-\infty$ alebo ∞.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú $a,b \in R$, $a \leq b$.]

Nedegenerované intervaly, ak platí $a < b$.

- $(a; b) = \{x \in R;\ a < x < b\}$,
- $\langle a; b\rangle = \{x \in R;\ a \leq x \leq b\}$,
- $\langle a; b) = \{x \in R;\ a \leq x < b\}$,

Degenerované intervaly, ak platí $a = b$.

Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je $-\infty$ alebo ∞.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú $a,b \in R$, $a \leq b$.]

Nedegenerované intervaly, ak platí $a < b$.

- $(a; b) = \{x \in R;\ a < x < b\}$,
- $\langle a; b\rangle = \{x \in R;\ a \leq x \leq b\}$,
- $\langle a; b) = \{x \in R;\ a \leq x < b\}$,
- $(a; b\rangle = \{x \in R;\ a < x \leq b\}$.

Degenerované intervaly, ak platí $a = b$.

Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je $-\infty$ alebo ∞.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú $a, b \in R$, $a \leq b$.]

Nedegenerované intervaly, ak platí $a < b$.

- $(a; b) = \{x \in R;\ a < x < b\}$,
- $\langle a; b) = \{x \in R;\ a \leq x < b\}$,
- $\langle a; b\rangle = \{x \in R;\ a \leq x \leq b\}$,
- $(a; b\rangle = \{x \in R;\ a < x \leq b\}$.

Degenerované intervaly, ak platí $a = b$.

- $(a; a) = \emptyset$,

Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je $-\infty$ alebo ∞.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú $a, b \in R$, $a \leq b$.]

Nedegenerované intervaly, ak platí $a < b$.

- $(a; b) = \{x \in R;\ a < x < b\}$,
- $\langle a; b) = \{x \in R;\ a \leq x < b\}$,
- $\langle a; b\rangle = \{x \in R;\ a \leq x \leq b\}$,
- $(a; b\rangle = \{x \in R;\ a < x \leq b\}$.

Degenerované intervaly, ak platí $a = b$.

- $(a; a) = \emptyset$,
- $\langle a; a\rangle = \{a\}$.

Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je $-\infty$ alebo ∞.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú $a, b \in R$, $a \leq b$.]

Nedegenerované intervaly, ak platí $a < b$.

- $(a; b) = \{x \in R;\ a < x < b\}$,
- $\langle a; b\rangle = \{x \in R;\ a \leq x \leq b\}$,
- $\langle a; b) = \{x \in R;\ a \leq x < b\}$,
- $(a; b\rangle = \{x \in R;\ a < x \leq b\}$.

Degenerované intervaly, ak platí $a = b$.

- $(a; a) = \emptyset$,
- $\langle a; a\rangle = \{a\}$.

Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je $-\infty$ alebo ∞.]

- $(-\infty; a\rangle = \{x \in R;\ x \leq a\}$,

Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú $a,b \in R$, $a \leq b$.]

Nedegenerované intervaly, ak platí $a < b$.

- $(a; b) = \{x \in R;\ a < x < b\}$,
- $\langle a; b\rangle = \{x \in R;\ a \leq x \leq b\}$,
- $\langle a; b) = \{x \in R;\ a \leq x < b\}$,
- $(a; b\rangle = \{x \in R;\ a < x \leq b\}$.

Degenerované intervaly, ak platí $a = b$.

- $(a; a) = \emptyset$,
- $\langle a; a\rangle = \{a\}$.

Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je $-\infty$ alebo ∞.]

- $(-\infty; a\rangle = \{x \in R;\ x \leq a\}$,
- $(-\infty; a) = \{x \in R;\ x < a\}$,

Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú $a, b \in R$, $a \leq b$.]

Nedegenerované intervaly, ak platí $a < b$.

- $(a; b) = \{x \in R;\ a < x < b\}$,
- $\langle a; b\rangle = \{x \in R;\ a \leq x \leq b\}$,
- $\langle a; b) = \{x \in R;\ a \leq x < b\}$,
- $(a; b\rangle = \{x \in R;\ a < x \leq b\}$.

Degenerované intervaly, ak platí $a = b$.

- $(a; a) = \emptyset$,
- $\langle a; a\rangle = \{a\}$.

Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je $-\infty$ alebo ∞.]

- $(-\infty; a\rangle = \{x \in R;\ x \leq a\}$,
- $(-\infty; a) = \{x \in R;\ x < a\}$,
- $(-\infty; \infty) = \{x \in R\} = R$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú $a, b \in R$, $a \leq b$.]

Nedegenerované intervaly, ak platí $a < b$.

- $(a; b) = \{x \in R;\ a < x < b\}$,
- $\langle a; b) = \{x \in R;\ a \leq x < b\}$,
- $\langle a; b\rangle = \{x \in R;\ a \leq x \leq b\}$,
- $(a; b\rangle = \{x \in R;\ a < x \leq b\}$.

Degenerované intervaly, ak platí $a = b$.

- $(a; a) = \emptyset$,
- $\langle a; a\rangle = \{a\}$.

Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je $-\infty$ alebo ∞.]

- $(-\infty; a\rangle = \{x \in R;\ x \leq a\}$,
- $\langle a; \infty) = \{x \in R;\ a \leq x\}$,
- $(-\infty; a) = \{x \in R;\ x < a\}$,
- $(-\infty; \infty) = \{x \in R\} = R$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú $a, b \in R$, $a \leq b$.]

Nedegenerované intervaly, ak platí $a < b$.

- $(a; b) = \{x \in R;\ a < x < b\}$,
- $\langle a; b\rangle = \{x \in R;\ a \leq x \leq b\}$,
- $\langle a; b) = \{x \in R;\ a \leq x < b\}$,
- $(a; b\rangle = \{x \in R;\ a < x \leq b\}$.

Degenerované intervaly, ak platí $a = b$.

- $(a; a) = \emptyset$,
- $\langle a; a\rangle = \{a\}$.

Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je $-\infty$ alebo ∞.]

- $(-\infty; a\rangle = \{x \in R;\ x \leq a\}$,
- $(-\infty; a) = \{x \in R;\ x < a\}$,
- $(-\infty; \infty) = \{x \in R\} = R$.
- $\langle a; \infty) = \{x \in R;\ a \leq x\}$,
- $(a; \infty) = \{x \in R;\ a < x\}$,

Číselné množiny a ich vlastnosti – Intervaly

Ohraničené intervaly.

[Krajné body intervalov sú $a, b \in R$, $a \leq b$.]

Nedegenerované intervaly, ak platí $a < b$.

- $(a; b) = \{x \in R;\ a < x < b\}$,
- $\langle a; b) = \{x \in R;\ a \leq x < b\}$,
- $\langle a; b\rangle = \{x \in R;\ a \leq x \leq b\}$,
- $(a; b\rangle = \{x \in R;\ a < x \leq b\}$.

Degenerované intervaly, ak platí $a = b$.

- $(a; a) = \emptyset$,
- $\langle a; a\rangle = \{a\}$.

- Dĺžkou ohraničeného intervalu nazývame hodnotu $b - a$.

Neohraničené intervaly.

[Aspoň jeden z krajných bodov je $-\infty$ alebo ∞.]

- $(-\infty; a\rangle = \{x \in R;\ x \leq a\}$,
- $\langle a; \infty) = \{x \in R;\ a \leq x\}$,
- $(-\infty; a) = \{x \in R;\ x < a\}$,
- $(a; \infty) = \{x \in R;\ a < x\}$,
- $(-\infty; \infty) = \{x \in R\} = R$.

- Dĺžkou neohraničeného intervalu je hodnota ∞.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Súvislosť množín

Usporiadaná množina $A \neq \emptyset$ sa nazýva husto usporiadaná,

Číselné množiny a ich vlastnosti – Súvislosť množín

Usporiadaná množina $A \neq \emptyset$ sa nazýva **husto usporiadaná,**

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ existuje $c \in A$ také, že $a < c < b$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Súvislosť množín

Usporiadaná množina $A \neq \emptyset$ sa nazýva **husto usporiadaná,**

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ existuje $c \in A$ také, že $a < c < b$.

Množina $A \subset R$ sa nazýva **súvislá,**

Číselné množiny a ich vlastnosti – Súvislosť množín

Usporiadaná množina $A \neq \emptyset$ sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ existuje $c \in A$ také, že $a < c < b$.

Množina $A \subset R$ sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ platí, že interval $\langle a; b \rangle \subset A$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Súvislosť množín

Usporiadaná množina $A \neq \emptyset$ sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ existuje $c \in A$ také, že $a < c < b$.

Množina $A \subset R$ sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ platí, že interval $\langle a; b \rangle \subset A$.

- Každý interval $I \subset R$ je súvislá množina.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Súvislosť množín

Usporiadaná množina $A \neq \emptyset$ sa nazýva **husto usporiadaná,**

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ existuje $c \in A$ také, že $a < c < b$.

Množina $A \subset R$ sa nazýva **súvislá,**

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ platí, že interval $\langle a; b \rangle \subset A$.

- Každý interval $I \subset R$ je súvislá množina.

[N, Z, Q, I a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Súvislosť množín

Usporiadaná množina $A \neq \emptyset$ sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ existuje $c \in A$ také, že $a < c < b$.

Množina $A \subset R$ sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ platí, že interval $\langle a; b \rangle \subset A$.

- Každý interval $I \subset R$ je súvislá množina.

[N, Z, Q, I a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu R reprezentujeme priamkou p, ktorú nazývame **reálna číselná os**.

$$-\infty \longleftarrow \overset{p}{\rule{0pt}{0pt}} \longrightarrow \infty$$

Číselné množiny a ich vlastnosti – Súvislosť množín

Usporiadaná množina $A \neq \emptyset$ sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ existuje $c \in A$ také, že $a < c < b$.

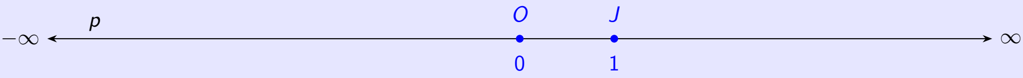
Množina $A \subset R$ sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ platí, že interval $\langle a; b \rangle \subset A$.

- Každý interval $I \subset R$ je súvislá množina.

[N, Z, Q, I a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu R reprezentujeme priamkou p, ktorú nazývame reálna číselná os.
- Čísla 0 a 1 reprezentujeme bodmi $O, J \in p$,



Číselné množiny a ich vlastnosti – Súvislosť množín

Usporiadaná množina $A \neq \emptyset$ sa nazýva **husto usporiadaná,**

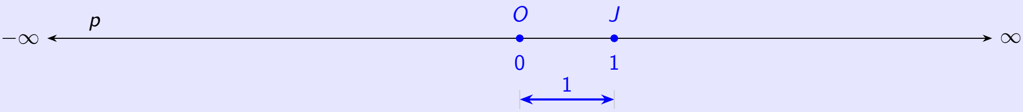
ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ existuje $c \in A$ také, že $a < c < b$.

Množina $A \subset R$ sa nazýva **súvislá,**

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ platí, že interval $\langle a; b \rangle \subset A$.

- Každý interval $I \subset R$ je súvislá množina. [N, Z, Q, I a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu R reprezentujeme priamkou p, ktorú nazývame reálna číselná os.
- Čísla 0 a 1 reprezentujeme bodmi $O, J \in p$, ich vzdialenosť definuje jednotkovú vzdialenosť $|OJ| = 1$.



Číselné množiny a ich vlastnosti – Súvislosť množín

Usporiadaná množina $A \neq \emptyset$ sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ existuje $c \in A$ také, že $a < c < b$.

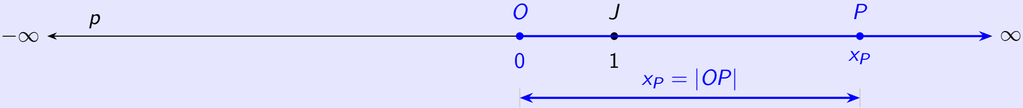
Množina $A \subset R$ sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ platí, že interval $\langle a; b \rangle \subset A$.

- Každý interval $I \subset R$ je súvislá množina.

[N, Z, Q, I a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu R reprezentujeme priamkou p, ktorú nazývame reálna číselná os.
- Čísla 0 a 1 reprezentujeme bodmi $O, J \in p$, ich vzdialenosť definuje jednotkovú vzdialenosť $|OJ| = 1$.
- Bodu $P \in \overrightarrow{OJ}$ priradíme číslo $x_P = |OP|$,



Číselné množiny a ich vlastnosti – Súvislosť množín

Usporiadaná množina $A \neq \emptyset$ sa nazýva **husto usporiadaná**,

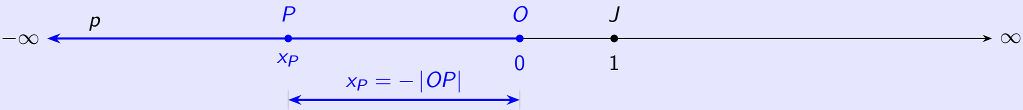
ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ existuje $c \in A$ také, že $a < c < b$.

Množina $A \subset R$ sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ platí, že interval $\langle a; b \rangle \subset A$.

- Každý interval $I \subset R$ je súvislá množina. [N, Z, Q, I a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu R reprezentujeme priamkou p, ktorú nazývame reálna číselná os.
- Čísla 0 a 1 reprezentujeme bodmi $O, J \in p$, ich vzdialenosť definuje jednotkovú vzdialenosť $|OJ| = 1$.
- Bodu $P \in \overrightarrow{OJ}$ priradíme číslo $x_P = |OP|$, bodu $P \notin \overrightarrow{OJ}$ priradíme číslo $x_P = -|OP|$.



Číselné množiny a ich vlastnosti – Súvislosť množín

Usporiadaná množina $A \neq \emptyset$ sa nazýva husto usporiadaná,

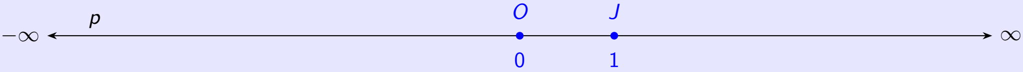
ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ existuje $c \in A$ také, že $a < c < b$.

Množina $A \subset R$ sa nazýva súvislá,

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ platí, že interval $\langle a; b \rangle \subset A$.

- Každý interval $I \subset R$ je súvislá množina. [N, Z, Q, I a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu R reprezentujeme priamkou p, ktorú nazývame reálna číselná os.
- Čísla 0 a 1 reprezentujeme bodmi $O, J \in p$, ich vzdialenosť definuje jednotkovú vzdialenosť $|OJ| = 1$.
- Bodu $P \in \overrightarrow{OJ}$ priradíme číslo $x_P = |OP|$, bodu $P \notin \overrightarrow{OJ}$ priradíme číslo $x_P = -|OP|$.
- Bod $x_O = O = 0$ nazývame nulový, bod $x_J = J = 1$ nazývame jednotkový.



Číselné množiny a ich vlastnosti – Súvislosť množín

Usporiadaná množina $A \neq \emptyset$ sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ existuje $c \in A$ také, že $a < c < b$.

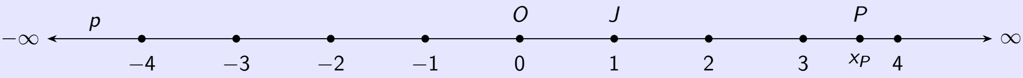
Množina $A \subset R$ sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ platí, že interval $\langle a; b\rangle \subset A$.

- Každý interval $I \subset R$ je súvislá množina.

[N, Z, Q, I a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu R reprezentujeme priamkou p, ktorú nazývame reálna číselná os.
- Čísla 0 a 1 reprezentujeme bodmi $O, J \in p$, ich vzdialenosť definuje jednotkovú vzdialenosť $|OJ| = 1$.
- Bodu $P \in \overrightarrow{OJ}$ priradíme číslo $x_P = |OP|$, bodu $P \notin \overrightarrow{OJ}$ priradíme číslo $x_P = -|OP|$.
- Bod $x_O = O = 0$ nazývame nulový, bod $x_J = J = 1$ nazývame jednotkový.



Číselné množiny a ich vlastnosti – Súvislosť množín

Usporiadaná množina $A \neq \emptyset$ sa nazýva **husto usporiadaná**,

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ existuje $c \in A$ také, že $a < c < b$.

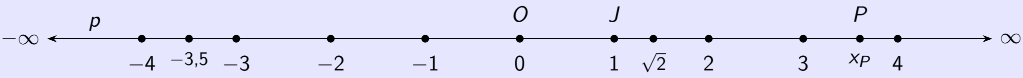
Množina $A \subset R$ sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ platí, že interval $\langle a; b \rangle \subset A$.

- Každý interval $I \subset R$ je súvislá množina.

[N, Z, Q, I a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu R reprezentujeme priamkou p, ktorú nazývame reálna číselná os.
- Čísla 0 a 1 reprezentujeme bodmi $O, J \in p$, ich vzdialenosť definuje jednotkovú vzdialenosť $|OJ| = 1$.
- Bodu $P \in \overrightarrow{OJ}$ priradíme číslo $x_P = |OP|$, bodu $P \notin \overrightarrow{OJ}$ priradíme číslo $x_P = -|OP|$.
- Bod $x_O = O = 0$ nazývame nulový, bod $x_J = J = 1$ nazývame jednotkový.



Číselné množiny a ich vlastnosti – Súvislosť množín

Usporiadaná množina $A \neq \emptyset$ sa nazýva husto usporiadaná,

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ existuje $c \in A$ také, že $a < c < b$.

Množina $A \subset R$ sa nazýva súvislá,

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ platí, že interval $\langle a; b\rangle \subset A$.

- Každý interval $I \subset R$ je súvislá množina.

[N, Z, Q, I a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu R reprezentujeme priamkou p, ktorú nazývame reálna číselná os.
- Čísla 0 a 1 reprezentujeme bodmi $O, J \in p$, ich vzdialenosť definuje jednotkovú vzdialenosť $|OJ| = 1$.
- Bodu $P \in \overrightarrow{OJ}$ priradíme číslo $x_P = |OP|$, bodu $P \notin \overrightarrow{OJ}$ priradíme číslo $x_P = -|OP|$.
- Bod $x_O = O = 0$ nazývame nulový, bod $x_J = J = 1$ nazývame jednotkový.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Súvislosť množín

Usporiadaná množina $A \neq \emptyset$ sa nazýva **husto usporiadaná**,

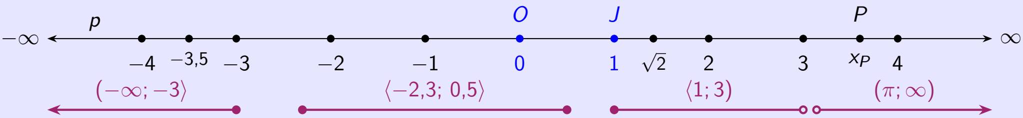
ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ existuje $c \in A$ také, že $a < c < b$.

Množina $A \subset R$ sa nazýva **súvislá**,

ak pre všetky $a, b \in A$, $a < b$ platí, že interval $\langle a; b \rangle \subset A$.

- Každý interval $I \subset R$ je súvislá množina. [N, Z, Q, I a ich podmnožiny nie sú súvislé množiny.]

- Množinu R reprezentujeme priamkou p, ktorú nazývame reálna číselná os.
- Čísla 0 a 1 reprezentujeme bodmi $O, J \in p$, ich vzdialenosť definuje jednotkovú vzdialenosť $|OJ| = 1$.
- Bodu $P \in \overrightarrow{OJ}$ priradíme číslo $x_P = |OP|$, bodu $P \notin \overrightarrow{OJ}$ priradíme číslo $x_P = -|OP|$.
- Bod $x_O = O = 0$ nazývame nulový, bod $x_J = J = 1$ nazývame jednotkový.



Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in R$, $x \in R$, $x > 0$ (ľubovoľné čísla).

Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in R$, $x \in R$, $x > 0$ (ľubovoľné čísla).

$\Rightarrow$
- Existuje $k \in Z$ také, že $kx \leq a < (k+1)x$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in R$, $x \in R$, $x > 0$ (ľubovoľné čísla). [Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$ • Existuje $k \in Z$ také, že $kx \leq a < (k+1)x$.

• Špeciálne pre $x = 1$ existuje $k \in Z$ také, že $k \leq a < k+1$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in R$, $x \in R$, $x > 0$ (ľubovoľné čísla). [Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$ • Existuje $k \in Z$ také, že $kx \leq a < (k+1)x$.

• Špeciálne pre $x = 1$ existuje $k \in Z$ také, že $k \leq a < k+1$.

• Číslo $k \in Z$ také, že $k \leq a < k+1$, nazývame (dolná) celá časť čísla a a označujeme $\lfloor a \rfloor$, resp. $[a]$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a\in R$, $x\in R$, $x>0$ (ľubovoľné čísla). [Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$ • Existuje $k\in Z$ také, že $kx \leq a < (k+1)x$.

• Špeciálne pre $x=1$ existuje $k\in Z$ také, že $k \leq a < k+1$.

- Číslo $k\in Z$ také, že $k \leq a < k+1$, nazývame (dolná) celá časť čísla a a označujeme $\lfloor a \rfloor$, resp. $[a]$.
- Číslo $k\in Z$ také, že $k < a \leq k+1$, nazývame horná celá časť čísla a a označujeme $\lceil a \rceil$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in R$, $x \in R$, $x > 0$ (ľubovoľné čísla). [Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$ • Existuje $k \in Z$ také, že $kx \leq a < (k+1)x$.

• Špeciálne pre $x = 1$ existuje $k \in Z$ také, že $k \leq a < k+1$.

• Číslo $k \in Z$ také, že $k \leq a < k+1$, nazývame (dolná) celá časť čísla a a označujeme $\lfloor a \rfloor$, resp. $[a]$.

• Číslo $k \in Z$ také, že $k < a \leq k+1$, nazývame horná celá časť čísla a a označujeme $\lceil a \rceil$.

• Rozdiel $a - \lfloor a \rfloor$ nazývame lomená časť čísla $a \in R$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in R$, $x \in R$, $x > 0$ (ľubovoľné čísla). [Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$ • Existuje $k \in Z$ také, že $kx \leq a < (k+1)x$.

• Špeciálne pre $x = 1$ existuje $k \in Z$ také, že $k \leq a < k+1$.

- Číslo $k \in Z$ také, že $k \leq a < k+1$, nazývame (dolná) celá časť čísla a a označujeme $\lfloor a \rfloor$, resp. $[a]$.
- Číslo $k \in Z$ také, že $k < a \leq k+1$, nazývame horná celá časť čísla a a označujeme $\lceil a \rceil$.

- Rozdiel $a - \lfloor a \rfloor$ nazývame lomená časť čísla $a \in R$.

$\varepsilon \in R$, $\varepsilon > 0$ (ľubovoľné $\varepsilon > 0$).

Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in R$, $x \in R$, $x > 0$ (ľubovoľné čísla). [Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$ • Existuje $k \in Z$ také, že $kx \leq a < (k+1)x$.

• Špeciálne pre $x = 1$ existuje $k \in Z$ také, že $k \leq a < k+1$.

- Číslo $k \in Z$ také, že $k \leq a < k+1$, nazývame (dolná) celá časť čísla a a označujeme $\lfloor a \rfloor$, resp. $[a]$.
- Číslo $k \in Z$ také, že $k < a \leq k+1$, nazývame horná celá časť čísla a a označujeme $\lceil a \rceil$.

- Rozdiel $a - \lfloor a \rfloor$ nazývame lomená časť čísla $a \in R$.

$\varepsilon \in R$, $\varepsilon > 0$ (ľubovoľné $\varepsilon > 0$).

$\Rightarrow$ • Existuje $n \in N$ také, že $\frac{1}{n} < \varepsilon$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in R$, $x \in R$, $x > 0$ (ľubovoľné čísla). [Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$ • Existuje $k \in Z$ také, že $kx \leq a < (k+1)x$.

• Špeciálne pre $x = 1$ existuje $k \in Z$ také, že $k \leq a < k+1$.

• Číslo $k \in Z$ také, že $k \leq a < k+1$, nazývame (dolná) celá časť čísla a a označujeme $\lfloor a \rfloor$, resp. $[a]$.
• Číslo $k \in Z$ také, že $k < a \leq k+1$, nazývame horná celá časť čísla a a označujeme $\lceil a \rceil$.

• Rozdiel $a - \lfloor a \rfloor$ nazývame lomená časť čísla $a \in R$.

$\varepsilon \in R$, $\varepsilon > 0$ (ľubovoľné $\varepsilon > 0$).

$\Rightarrow$ • Existuje $n \in N$ také, že $\frac{1}{n} < \varepsilon$. [Stačí voliť $n \in N$ tak, aby $\frac{1}{\varepsilon} < n$, t. j. $\frac{1}{n} < \varepsilon$.]

Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in R$, $x \in R$, $x > 0$ (ľubovoľné čísla). [Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$ • Existuje $k \in Z$ také, že $kx \leq a < (k+1)x$.

• Špeciálne pre $x = 1$ existuje $k \in Z$ také, že $k \leq a < k+1$.

• Číslo $k \in Z$ také, že $k \leq a < k+1$, nazývame (dolná) celá časť čísla a a označujeme $\lfloor a \rfloor$, resp. $[a]$.
• Číslo $k \in Z$ také, že $k < a \leq k+1$, nazývame horná celá časť čísla a a označujeme $\lceil a \rceil$.

• Rozdiel $a - \lfloor a \rfloor$ nazývame lomená časť čísla $a \in R$.

$\varepsilon \in R$, $\varepsilon > 0$ (ľubovoľné $\varepsilon > 0$).

$\Rightarrow$ • Existuje $n \in N$ také, že $\frac{1}{n} < \varepsilon$. [Stačí voliť $n \in N$ tak, aby $\frac{1}{\varepsilon} < n$, t. j. $\frac{1}{n} < \varepsilon$.]

$a, b \in R$, $a < b$ (ľubovoľné čísla).

Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in R$, $x \in R$, $x > 0$ (ľubovoľné čísla). [Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$ • Existuje $k \in Z$ také, že $kx \leq a < (k+1)x$.

• Špeciálne pre $x = 1$ existuje $k \in Z$ také, že $k \leq a < k+1$.

• Číslo $k \in Z$ také, že $k \leq a < k+1$, nazývame (dolná) celá časť čísla a a označujeme $\lfloor a \rfloor$, resp. $[a]$.

• Číslo $k \in Z$ také, že $k < a \leq k+1$, nazývame horná celá časť čísla a a označujeme $\lceil a \rceil$.

• Rozdiel $a - \lfloor a \rfloor$ nazývame lomená časť čísla $a \in R$.

$\varepsilon \in R$, $\varepsilon > 0$ (ľubovoľné $\varepsilon > 0$).

$\Rightarrow$ • Existuje $n \in N$ také, že $\frac{1}{n} < \varepsilon$. [Stačí voliť $n \in N$ tak, aby $\frac{1}{\varepsilon} < n$, t. j. $\frac{1}{n} < \varepsilon$.]

$a, b \in R$, $a < b$ (ľubovoľné čísla).

$\Rightarrow$ • Existujú $s \in Q$ a $v \in I$ také, že $s \in (a; b)$, $v \in (a; b)$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Archimedov princíp

$a \in R$, $x \in R$, $x > 0$ (ľubovoľné čísla). [Archimedova vlastnosť reálnych čísel]

$\Rightarrow$ • Existuje $k \in Z$ také, že $kx \le a < (k+1)x$.

• Špeciálne pre $x = 1$ existuje $k \in Z$ také, že $k \le a < k+1$.

• Číslo $k \in Z$ také, že $k \le a < k+1$, nazývame (dolná) celá časť čísla a a označujeme $\lfloor a \rfloor$, resp. $[a]$.

• Číslo $k \in Z$ také, že $k < a \le k+1$, nazývame horná celá časť čísla a a označujeme $\lceil a \rceil$.

• Rozdiel $a - \lfloor a \rfloor$ nazývame lomená časť čísla $a \in R$.

$\varepsilon \in R$, $\varepsilon > 0$ (ľubovoľné $\varepsilon > 0$).

$\Rightarrow$ • Existuje $n \in N$ také, že $\frac{1}{n} < \varepsilon$. [Stačí voliť $n \in N$ tak, aby $\frac{1}{\varepsilon} < n$, t. j. $\frac{1}{n} < \varepsilon$.]

$a, b \in R$, $a < b$ (ľubovoľné čísla).

$\Rightarrow$ • Existujú $s \in Q$ a $v \in I$ také, že $s \in (a; b)$, $v \in (a; b)$.

• Pre všetky $r \in R$ platí $\sup\{s \in Q,\ s \le r\} = \sup\{s \in I,\ s \le r\} = r$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n \rangle$, $n \in N$ sú také, že $\langle a_{n+1}; b_{n+1} \rangle \subset \langle a_n; b_n \rangle$ pre všetky $n \in N$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n\rangle$, $n \in N$ sú také, že $\langle a_{n+1}; b_{n+1}\rangle \subset \langle a_n; b_n\rangle$ pre všetky $n \in N$.

$\Rightarrow$ • Existuje $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n\rangle$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n \rangle$, $n \in N$ sú také, že $\langle a_{n+1}; b_{n+1} \rangle \subset \langle a_n; b_n \rangle$ pre všetky $n \in N$.

$\Rightarrow$ • Existuje $c \in R$ také, že $c \in \bigcap\limits_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$.

• Ak navyše pre každé $\varepsilon > 0$ existuje $n \in N$ také, že $b_n - a_n < \varepsilon$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n\rangle$, $n \in N$ sú také, že $\langle a_{n+1}; b_{n+1}\rangle \subset \langle a_n; b_n\rangle$ pre všetky $n \in N$.

$\Rightarrow$ • Existuje $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n\rangle$.

• Ak navyše pre každé $\varepsilon > 0$ existuje $n \in N$ také, že $b_n - a_n < \varepsilon$.

$\Rightarrow$ • Existuje jediné $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n\rangle$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n\rangle$, $n \in N$ sú také, že $\langle a_{n+1}; b_{n+1}\rangle \subset \langle a_n; b_n\rangle$ pre všetky $n \in N$. [Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$ • Existuje $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n\rangle$.

• Ak navyše pre každé $\varepsilon > 0$ existuje $n \in N$ také, že $b_n - a_n < \varepsilon$.

$\Rightarrow$ • Existuje jediné $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n\rangle$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n \rangle$, $n \in N$ sú také, že $\langle a_{n+1}; b_{n+1} \rangle \subset \langle a_n; b_n \rangle$ pre všetky $n \in N$. [Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$ • Existuje $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$.

• Ak navyše pre každé $\varepsilon > 0$ existuje $n \in N$ také, že $b_n - a_n < \varepsilon$.

$\Rightarrow$ • Existuje jediné $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$.

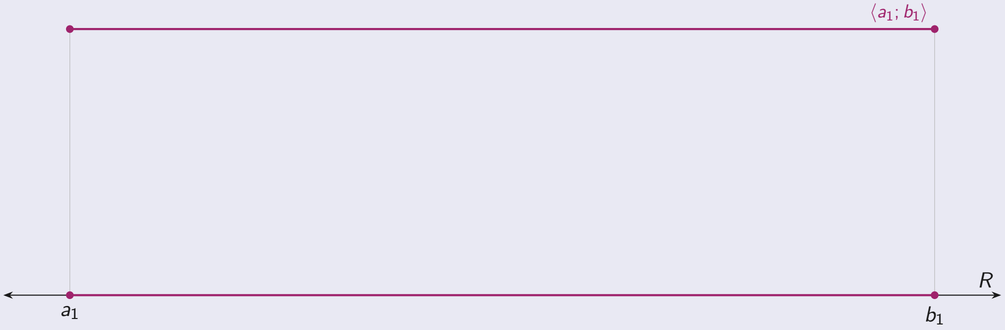
Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n\rangle$, $n \in N$ sú také, že $\langle a_{n+1}; b_{n+1}\rangle \subset \langle a_n; b_n\rangle$ pre všetky $n \in N$. [Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$ • Existuje $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n\rangle$.

• Ak navyše pre každé $\varepsilon > 0$ existuje $n \in N$ také, že $b_n - a_n < \varepsilon$.

$\Rightarrow$ • Existuje jediné $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n\rangle$.



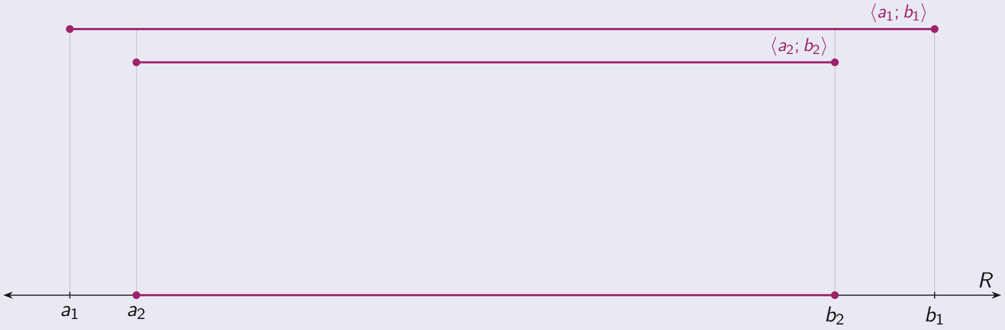
Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n \rangle$, $n \in N$ sú také, že $\langle a_{n+1}; b_{n+1} \rangle \subset \langle a_n; b_n \rangle$ pre všetky $n \in N$. [Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$ • Existuje $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$.

• Ak navyše pre každé $\varepsilon > 0$ existuje $n \in N$ také, že $b_n - a_n < \varepsilon$.

$\Rightarrow$ • Existuje jediné $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$.



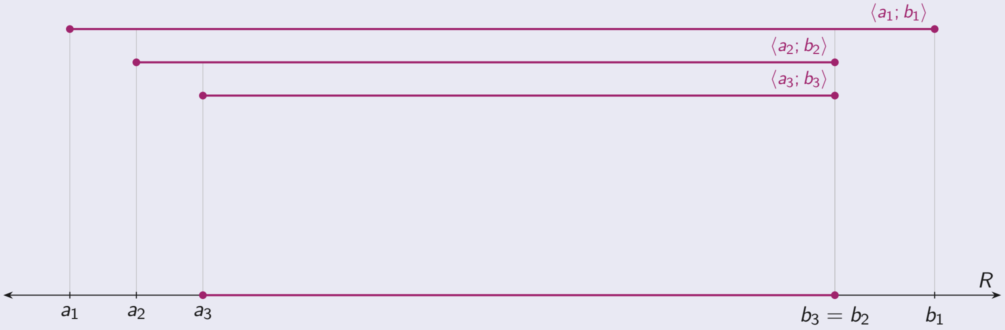
Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n\rangle$, $n \in N$ sú také, že $\langle a_{n+1}; b_{n+1}\rangle \subset \langle a_n; b_n\rangle$ pre všetky $n \in N$. [Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$ • Existuje $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n\rangle$.

• Ak navyše pre každé $\varepsilon > 0$ existuje $n \in N$ také, že $b_n - a_n < \varepsilon$.

$\Rightarrow$ • Existuje jediné $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n\rangle$.



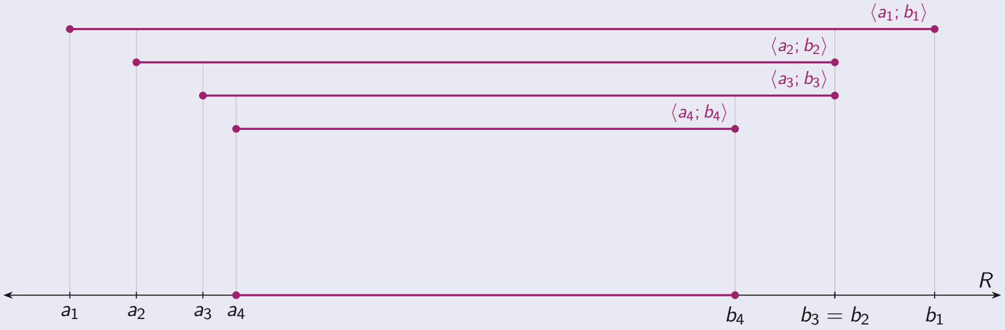
Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n\rangle$, $n \in N$ sú také, že $\langle a_{n+1}; b_{n+1}\rangle \subset \langle a_n; b_n\rangle$ pre všetky $n \in N$. [Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$ • Existuje $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n\rangle$.

• Ak navyše pre každé $\varepsilon > 0$ existuje $n \in N$ také, že $b_n - a_n < \varepsilon$.

$\Rightarrow$ • Existuje jediné $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n\rangle$.



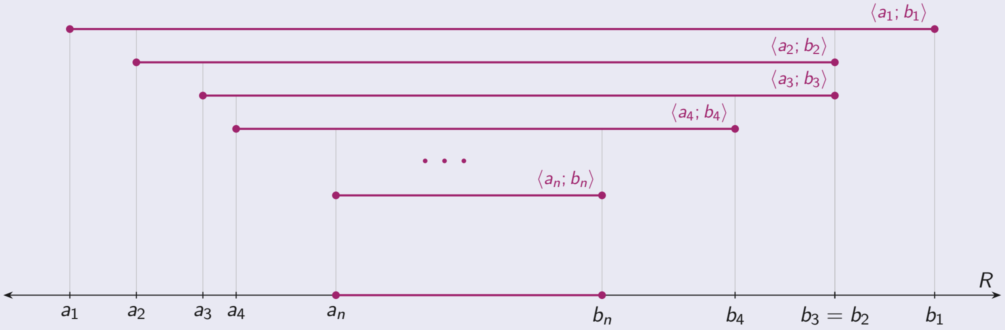
Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n\rangle$, $n \in N$ sú také, že $\langle a_{n+1}; b_{n+1}\rangle \subset \langle a_n; b_n\rangle$ pre všetky $n \in N$. [Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$ • Existuje $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n\rangle$.

• Ak navyše pre každé $\varepsilon > 0$ existuje $n \in N$ také, že $b_n - a_n < \varepsilon$.

$\Rightarrow$ • Existuje jediné $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n\rangle$.



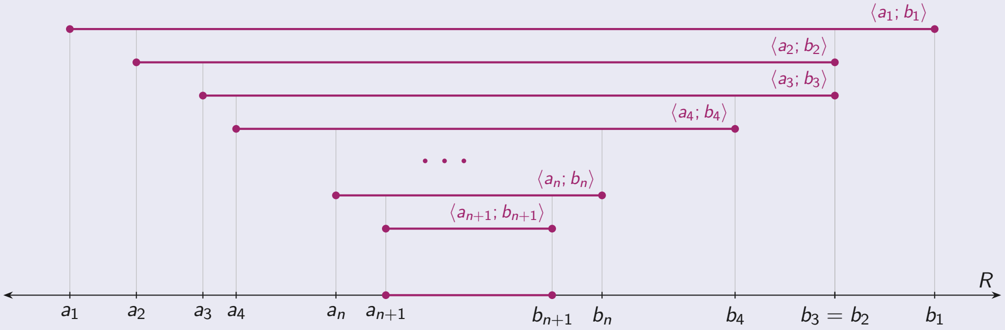
Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n\rangle$, $n\in N$ sú také, že $\langle a_{n+1}; b_{n+1}\rangle \subset \langle a_n; b_n\rangle$ pre všetky $n\in N$. [Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$ • Existuje $c\in R$ také, že $c\in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n\rangle$.

• Ak navyše pre každé $\varepsilon > 0$ existuje $n\in N$ také, že $b_n - a_n < \varepsilon$.

$\Rightarrow$ • Existuje jediné $c\in R$ také, že $c\in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n\rangle$.



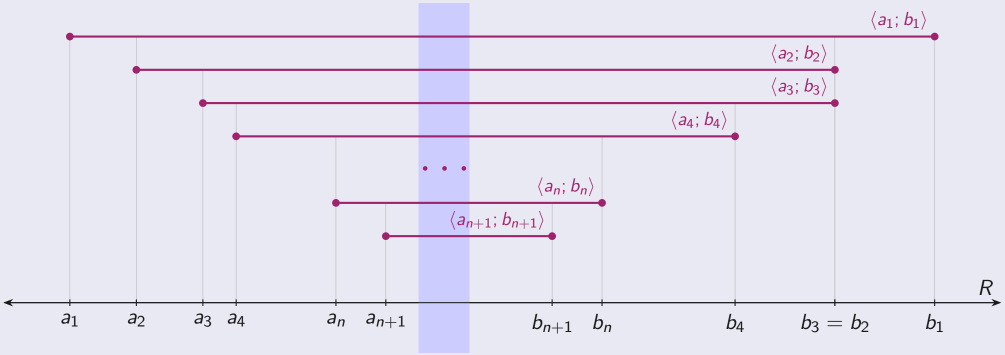
Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n \rangle$, $n \in N$ sú také, že $\langle a_{n+1}; b_{n+1} \rangle \subset \langle a_n; b_n \rangle$ pre všetky $n \in N$. [Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$ • Existuje $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$.

• Ak navyše pre každé $\varepsilon > 0$ existuje $n \in N$ také, že $b_n - a_n < \varepsilon$.

$\Rightarrow$ • Existuje jediné $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n \rangle$.



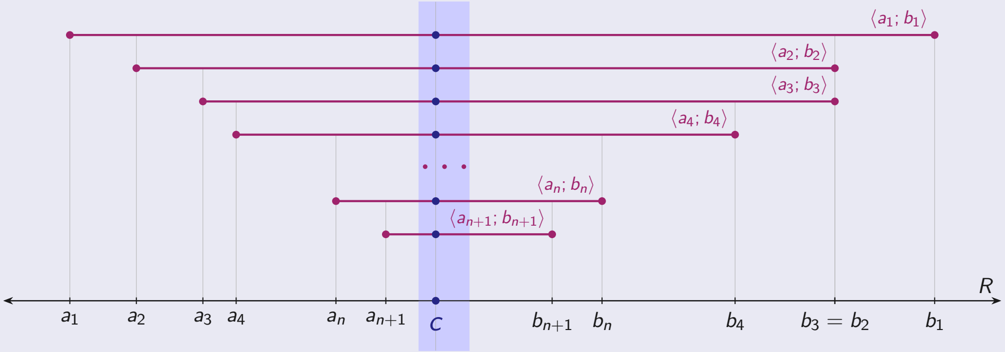
Číselné množiny a ich vlastnosti – Cantorov princíp

$\langle a_n; b_n\rangle$, $n \in N$ sú také, že $\langle a_{n+1}; b_{n+1}\rangle \subset \langle a_n; b_n\rangle$ pre všetky $n \in N$. [Cantorov princíp vložených intervalov]

$\Rightarrow$ • Existuje $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n\rangle$.

• Ak navyše pre každé $\varepsilon > 0$ existuje $n \in N$ také, že $b_n - a_n < \varepsilon$.

$\Rightarrow$ • Existuje jediné $c \in R$ také, že $c \in \bigcap_{n=1}^{\infty} \langle a_n; b_n\rangle$.



Číselné množiny a ich vlastnosti – Absolútna hodnota čísla

- Absolútnou hodnotou čísla $a \in R$

Číselné množiny a ich vlastnosti – Absolútna hodnota čísla

- Absolútnou hodnotou čísla $a \in R$ nazývame číslo $|a| = \max\{-a, a\}$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Absolútna hodnota čísla

- Absolútnou hodnotou čísla $a \in R$ nazývame číslo $|a| = \max\{-a, a\}$.

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla).

Číselné množiny a ich vlastnosti – Absolútna hodnota čísla

- Absolútnou hodnotou čísla $a \in R$ nazývame číslo $|a| = \max\{-a, a\}$.

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$ a platí $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Absolútna hodnota čísla

- Absolútnou hodnotou čísla $a \in R$ nazývame číslo $|a| = \max\{-a, a\}$.

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$ a platí $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$.
- $|-a| = |a|$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Absolútna hodnota čísla

- Absolútnou hodnotou čísla $a \in R$ nazývame číslo $|a| = \max\{-a, a\}$.

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$ a platí $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$.
- $|-a| = |a|$.
- $|ab| = |a| \cdot |b|$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Absolútna hodnota čísla

- Absolútnou hodnotou čísla $a \in R$ nazývame číslo $|a| = \max\{-a, a\}$.

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$ a platí $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$.
- $|ab| = |a| \cdot |b|$.
- $|-a| = |a|$.
- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ pre $b \neq 0$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Absolútna hodnota čísla

- Absolútnou hodnotou čísla $a \in R$ nazývame číslo $|a| = \max\{-a, a\}$.

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$ a platí $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$.
- $|ab| = |a| \cdot |b|$.
- $|a + b| \leq |a| + |b|$. [Trojuholníková nerovnosť.]
- $|-a| = |a|$.
- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ pre $b \neq 0$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Absolútna hodnota čísla

- Absolútnou hodnotou čísla $a \in R$ nazývame číslo $|a| = \max\{-a, a\}$.

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$ a platí $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$.
- $|-a| = |a|$.
- $|ab| = |a| \cdot |b|$.
- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ pre $b \neq 0$.
- $|a + b| \leq |a| + |b|$. [Trojuholníková nerovnosť.]
- $|a| - |b| \leq |a + b|$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Absolútna hodnota čísla

- Absolútnou hodnotou čísla $a \in R$ nazývame číslo $|a| = \max\{-a, a\}$.

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$ a platí $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$.
- $|ab| = |a| \cdot |b|$.
- $|a + b| \leq |a| + |b|$. [Trojuholníková nerovnosť.]
- $|-a| = |a|$.
- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ pre $b \neq 0$.
- $|a| - |b| \leq |a + b|$.

$a, x \in R$, $\delta > 0$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

Číselné množiny a ich vlastnosti – Absolútna hodnota čísla

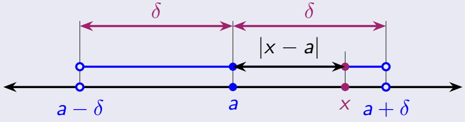
- Absolútnou hodnotou čísla $a \in R$ nazývame číslo $|a| = \max\{-a, a\}$.

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$ a platí $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$.
- $|ab| = |a| \cdot |b|$.
- $|a + b| \leq |a| + |b|$. [Trojuholníková nerovnosť.]
- $|-a| = |a|$.
- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ pre $b \neq 0$.
- $|a| - |b| \leq |a + b|$.

$a, x \in R$, $\delta > 0$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $|x - a| \leq \delta \Leftrightarrow$ • $x \in \langle a - \delta; a + \delta \rangle$.



Číselné množiny a ich vlastnosti – Absolútna hodnota čísla

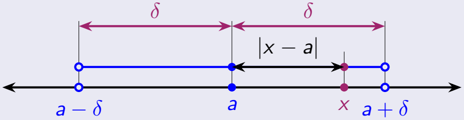
- Absolútnou hodnotou čísla $a \in R$ nazývame číslo $|a| = \max\{-a, a\}$.

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

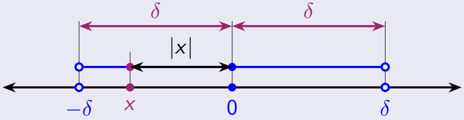
- $|a| \geq 0$ a platí $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$.
- $|ab| = |a| \cdot |b|$.
- $|a + b| \leq |a| + |b|$. [Trojuholníková nerovnosť.]
- $|-a| = |a|$.
- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ pre $b \neq 0$.
- $|a| - |b| \leq |a + b|$.

$a, x \in R$, $\delta > 0$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $|x - a| \leq \delta \Leftrightarrow$ • $x \in \langle a - \delta; a + \delta\rangle$.



- $|x| \leq \delta \Leftrightarrow$ • $x \in \langle -\delta; \delta\rangle$.



Číselné množiny a ich vlastnosti – Absolútna hodnota čísla

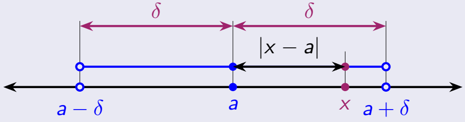
- Absolútnou hodnotou čísla $a \in R$ nazývame číslo $|a| = \max\{-a, a\}$.

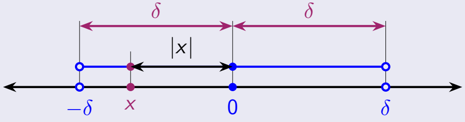
$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$ a platí $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$.
- $|-a| = |a|$.
- $|ab| = |a| \cdot |b|$.
- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ pre $b \neq 0$.
- $|a + b| \leq |a| + |b|$. [Trojuholníková nerovnosť.]
- $|a| - |b| \leq |a + b|$.

$a, x \in R$, $\delta > 0$ (ľubovoľné čísla). Potom platí: [Výraz $|x - a|$ predstavuje vzdialenosť bodov x, a na číselnej osi.]

- $|x - a| \leq \delta \Leftrightarrow$ • $x \in \langle a - \delta; a + \delta\rangle$.
- $|x| \leq \delta \Leftrightarrow$ • $x \in \langle -\delta; \delta\rangle$.





Číselné množiny a ich vlastnosti – Absolútna hodnota čísla

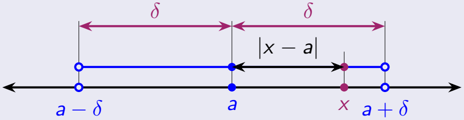
- Absolútnou hodnotou čísla $a \in R$ nazývame číslo $|a| = \max\{-a, a\}$.

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

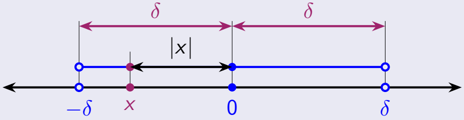
- $|a| \geq 0$ a platí $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$.
- $|ab| = |a| \cdot |b|$.
- $|a+b| \leq |a| + |b|$. [Trojuholníková nerovnosť.]
- $|-a| = |a|$.
- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ pre $b \neq 0$.
- $|a| - |b| \leq |a+b|$.

$a, x \in R$, $\delta > 0$ (ľubovoľné čísla). Potom platí: [Výraz $|x-a|$ predstavuje vzdialenosť bodov x, a na číselnej osi.]

- $|x-a| \leq \delta \Leftrightarrow$ • $x \in \langle a-\delta; a+\delta \rangle$.



- $|x| \leq \delta \Leftrightarrow$ • $x \in \langle -\delta; \delta \rangle$.



- Pre $a \in R$ označme $a^+ = \max\{0, a\}$, $a^- = \max\{0, -a\}$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Absolútna hodnota čísla

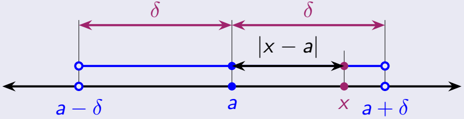
- Absolútnou hodnotou čísla $a \in R$ nazývame číslo $|a| = \max\{-a, a\}$.

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

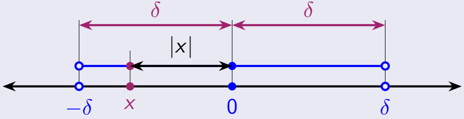
- $|a| \geq 0$ a platí $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$.
- $|ab| = |a| \cdot |b|$.
- $|a + b| \leq |a| + |b|$. [Trojuholníková nerovnosť.]
- $|-a| = |a|$.
- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ pre $b \neq 0$.
- $|a| - |b| \leq |a + b|$.

$a, x \in R$, $\delta > 0$ (ľubovoľné čísla). Potom platí: [Výraz $|x - a|$ predstavuje vzdialenosť bodov x, a na číselnej osi.]

- $|x - a| \leq \delta \Leftrightarrow$ • $x \in \langle a - \delta; a + \delta \rangle$.



- $|x| \leq \delta \Leftrightarrow$ • $x \in \langle -\delta; \delta \rangle$.



- Pre $a \in R$ označme $a^+ = \max\{0, a\}$, $a^- = \max\{0, -a\}$.

$\Rightarrow$ • $|a| = a^+ + a^-$. • $a = a^+ - a^-$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Absolútna hodnota čísla

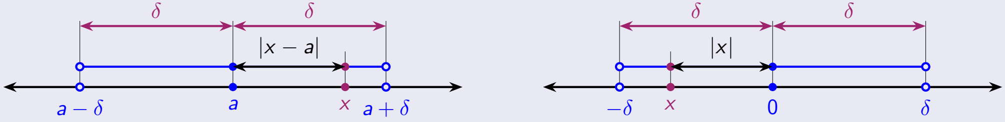
- Absolútnou hodnotou čísla $a \in R$ nazývame číslo $|a| = \max\{-a, a\}$.

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $|a| \geq 0$ a platí $|a| = 0 \Leftrightarrow a = 0$.
- $|ab| = |a| \cdot |b|$.
- $|a+b| \leq |a| + |b|$. [Trojuholníková nerovnosť.]
- $|-a| = |a|$.
- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$ pre $b \neq 0$.
- $|a| - |b| \leq |a+b|$.

$a, x \in R$, $\delta > 0$ (ľubovoľné čísla). Potom platí: [Výraz $|x-a|$ predstavuje vzdialenosť bodov x, a na číselnej osi.]

- $|x-a| \leq \delta \Leftrightarrow$ • $x \in \langle a-\delta; a+\delta \rangle$.
- $|x| \leq \delta \Leftrightarrow$ • $x \in \langle -\delta; \delta \rangle$.



- Pre $a \in R$ označme $a^+ = \max\{0, a\}$, $a^- = \max\{0, -a\}$.

$\Rightarrow$ • $|a| = a^+ + a^-$. • $a = a^+ - a^-$. • $a^+ = \frac{a+|a|}{2}$. • $a^- = \frac{a-|a|}{2}$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla $a \in R$

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla $a \in R$ sa nazýva číslo $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- **Signum** čísla $a \in R$ sa nazýva číslo $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla).

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla $a \in R$ sa nazýva číslo sgn $a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \operatorname{sgn} a \cdot |a|$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- **Signum** čísla $a \in R$ sa nazýva číslo $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \operatorname{sgn} a \cdot |a|$.
- $|a| = \operatorname{sgn} a \cdot a$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla $a \in R$ sa nazýva číslo $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \operatorname{sgn} a \cdot |a|$.
- $|a| = \operatorname{sgn} a \cdot a$.
- $\operatorname{sgn}(ab) = \operatorname{sgn} a \cdot \operatorname{sgn} b$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla $a \in R$ sa nazýva číslo $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \operatorname{sgn} a \cdot |a|$.
- $|a| = \operatorname{sgn} a \cdot a$.
- $\operatorname{sgn}(ab) = \operatorname{sgn} a \cdot \operatorname{sgn} b$.

Pre $n \in N$, $a \in R$ definujeme:

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla $a \in R$ sa nazýva číslo $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \operatorname{sgn} a \cdot |a|$.
- $|a| = \operatorname{sgn} a \cdot a$.
- $\operatorname{sgn}(ab) = \operatorname{sgn} a \cdot \operatorname{sgn} b$.

Pre $n \in N$, $a \in R$ definujeme: [a^n čítame n-tá mocnina a (a na n-tú),

- $a^n = a \cdot a \cdots a$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla $a \in R$ sa nazýva číslo $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \operatorname{sgn} a \cdot |a|$.
- $|a| = \operatorname{sgn} a \cdot a$.
- $\operatorname{sgn}(ab) = \operatorname{sgn} a \cdot \operatorname{sgn} b$.

Pre $n \in N$, $a \in R$ definujeme: [a^n čítame n-tá mocnina a (a na n-tú),

- $a^n = a \cdot a \cdots a$.
- Špeciálne definujeme $a^0 = 1$, $\infty^n = \infty$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla $a \in R$ sa nazýva číslo $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \operatorname{sgn} a \cdot |a|$.
- $|a| = \operatorname{sgn} a \cdot a$.
- $\operatorname{sgn}(ab) = \operatorname{sgn} a \cdot \operatorname{sgn} b$.

Pre $n \in N$, $a \in R$ definujeme: [a^n čítame n-tá mocnina a (a na n-tú),

- $a^n = a \cdot a \cdots a$.
- Špeciálne definujeme $a^0 = 1$, $\infty^n = \infty$.
- Nedefinujeme ∞^0.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- **Signum** čísla $a \in R$ sa nazýva číslo $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \operatorname{sgn} a \cdot |a|$.
- $|a| = \operatorname{sgn} a \cdot a$.
- $\operatorname{sgn}(ab) = \operatorname{sgn} a \cdot \operatorname{sgn} b$.

Pre $n \in N$, $a \in R$ definujeme: [a^n čítame n-tá mocnina a (a na n-tú),

- $a^n = a \cdot a \cdots a$.
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ pre $a \neq 0$.
- Špeciálne definujeme $a^0 = 1$, $\infty^n = \infty$.
- Nedefinujeme ∞^0.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla $a \in R$ sa nazýva číslo $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \operatorname{sgn} a \cdot |a|$.
- $|a| = \operatorname{sgn} a \cdot a$.
- $\operatorname{sgn}(ab) = \operatorname{sgn} a \cdot \operatorname{sgn} b$.

Pre $n \in N$, $a \in R$ definujeme: [a^n čítame n-tá mocnina a (a na n-tú),

- $a^n = a \cdot a \cdots a$.
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ pre $a \neq 0$.
- Špeciálne definujeme $a^0 = 1$, $\infty^n = \infty$.
- Nedefinujeme ∞^0.
- Špeciálne definujeme $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla $a \in R$ sa nazýva číslo $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \operatorname{sgn} a \cdot |a|$.
- $|a| = \operatorname{sgn} a \cdot a$.
- $\operatorname{sgn}(ab) = \operatorname{sgn} a \cdot \operatorname{sgn} b$.

Pre $n \in N$, $a \in R$ definujeme: [a^n čítame n-tá mocnina a (a na n-tú), $\sqrt[n]{a}$ čítame n-tá odmocnina a.]

- $a^n = a \cdot a \cdots a$.
- Špeciálne definujeme $a^0 = 1$, $\infty^n = \infty$.
- Nedefinujeme ∞^0.
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ pre $a \neq 0$.
- Špeciálne definujeme $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0$.
- $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} = a^{1/n}$ také, že $x \geq 0$, $x^n = a$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- **Signum** čísla $a \in R$ sa nazýva číslo $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \operatorname{sgn} a \cdot |a|$.
- $|a| = \operatorname{sgn} a \cdot a$.
- $\operatorname{sgn}(ab) = \operatorname{sgn} a \cdot \operatorname{sgn} b$.

Pre $n \in N$, $a \in R$ definujeme: [a^n čítame n-tá mocnina a (a na n-tú), $\sqrt[n]{a}$ čítame n-tá odmocnina a.]

- $a^n = a \cdot a \cdots a$.
- Špeciálne definujeme $a^0 = 1$, $\infty^n = \infty$.
- Nedefinujeme ∞^0.
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ pre $a \neq 0$.
- Špeciálne definujeme $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0$.
- $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} = a^{1/n}$ také, že $x \geq 0$, $x^n = a$.
- Špeciálne zapisujeme $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla $a \in R$ sa nazýva číslo $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \operatorname{sgn} a \cdot |a|$.
- $|a| = \operatorname{sgn} a \cdot a$.
- $\operatorname{sgn}(ab) = \operatorname{sgn} a \cdot \operatorname{sgn} b$.

Pre $n \in N$, $a \in R$ definujeme: [a^n čítame n-tá mocnina a (a na n-tú), $\sqrt[n]{a}$ čítame n-tá odmocnina a.]

- $a^n = a \cdot a \cdots a$.
- Špeciálne definujeme $a^0 = 1$, $\infty^n = \infty$.
- Nedefinujeme ∞^0.
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ pre $a \neq 0$.
- Špeciálne definujeme $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0$.
- $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} = a^{1/n}$ také, že $x \geq 0$, $x^n = a$.
- Špeciálne zapisujeme $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$.

Pre $a > 0$, $r \in R$, $s = \frac{m}{n} \in Q$ ($m \in Z$, $n \in N$) definujeme:

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla $a \in R$ sa nazýva číslo $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \operatorname{sgn} a \cdot |a|$.
- $|a| = \operatorname{sgn} a \cdot a$.
- $\operatorname{sgn}(ab) = \operatorname{sgn} a \cdot \operatorname{sgn} b$.

Pre $n \in N$, $a \in R$ definujeme: [a^n čítame n-tá mocnina a (a na n-tú), $\sqrt[n]{a}$ čítame n-tá odmocnina a.]

- $a^n = a \cdot a \cdots a$.
- Špeciálne definujeme $a^0 = 1$, $\infty^n = \infty$.
- Nedefinujeme ∞^0.
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ pre $a \neq 0$.
- Špeciálne definujeme $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0$.
- $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} = a^{1/n}$ také, že $x \geq 0$, $x^n = a$.
- Špeciálne zapisujeme $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$.

Pre $a > 0$, $r \in R$, $s = \frac{m}{n} \in Q$ ($m \in Z$, $n \in N$) definujeme:

- $a^s = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla $a \in R$ sa nazýva číslo $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \operatorname{sgn} a \cdot |a|$.
- $|a| = \operatorname{sgn} a \cdot a$.
- $\operatorname{sgn}(ab) = \operatorname{sgn} a \cdot \operatorname{sgn} b$.

Pre $n \in N$, $a \in R$ definujeme: [a^n čítame n-tá mocnina a (a na n-tú), $\sqrt[n]{a}$ čítame n-tá odmocnina a.]

- $a^n = a \cdot a \cdots a$.
- Špeciálne definujeme $a^0 = 1$, $\infty^n = \infty$.
- Nedefinujeme ∞^0.
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ pre $a \neq 0$.
- Špeciálne definujeme $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0$.
- $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} = a^{1/n}$ také, že $x \geq 0$, $x^n = a$.
- Špeciálne zapisujeme $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$.

Pre $a > 0$, $r \in R$, $s = \frac{m}{n} \in Q$ $(m \in Z,\ n \in N)$ definujeme:

- $a^s = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$.
- Špeciálne $0^s = 0$ pre $s \neq 0$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla $a \in R$ sa nazýva číslo $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \operatorname{sgn} a \cdot |a|$.
- $|a| = \operatorname{sgn} a \cdot a$.
- $\operatorname{sgn}(ab) = \operatorname{sgn} a \cdot \operatorname{sgn} b$.

Pre $n \in N$, $a \in R$ definujeme: [a^n čítame n-tá mocnina a (a na n-tú), $\sqrt[n]{a}$ čítame n-tá odmocnina a.]

- $a^n = a \cdot a \cdots a$.
- Špeciálne definujeme $a^0 = 1$, $\infty^n = \infty$.
- Nedefinujeme ∞^0.
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ pre $a \neq 0$.
- Špeciálne definujeme $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0$.
- $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} = a^{1/n}$ také, že $x \geq 0$, $x^n = a$.
- Špeciálne zapisujeme $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$.

Pre $a > 0$, $r \in R$, $s = \frac{m}{n} \in Q$ ($m \in Z$, $n \in N$) definujeme:

- $a^s = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$.
- Špeciálne $0^s = 0$ pre $s \neq 0$.
- $a^r = \sup\{a^s;\ s \in Q, s \leq r\}$ pre $a > 1$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla $a \in R$ sa nazýva číslo $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \operatorname{sgn} a \cdot |a|$.
- $|a| = \operatorname{sgn} a \cdot a$.
- $\operatorname{sgn}(ab) = \operatorname{sgn} a \cdot \operatorname{sgn} b$.

Pre $n \in N$, $a \in R$ definujeme: [a^n čítame n-tá mocnina a (a na n-tú), $\sqrt[n]{a}$ čítame n-tá odmocnina a.]

- $a^n = a \cdot a \cdots a$.
- Špeciálne definujeme $a^0 = 1$, $\infty^n = \infty$.
- Nedefinujeme ∞^0.
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ pre $a \neq 0$.
- Špeciálne definujeme $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0$.
- $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} = a^{1/n}$ také, že $x \geq 0$, $x^n = a$.
- Špeciálne zapisujeme $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$.

Pre $a > 0$, $r \in R$, $s = \frac{m}{n} \in Q$ $(m \in Z,\ n \in N)$ definujeme:

- $a^s = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$.
- Špeciálne $0^s = 0$ pre $s \neq 0$.
- $a^r = \sup\{a^s;\ s \in Q, s \leq r\}$ pre $a > 1$.
- Špeciálne $1^r = 1$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla $a \in R$ sa nazýva číslo $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \operatorname{sgn} a \cdot |a|$.
- $|a| = \operatorname{sgn} a \cdot a$.
- $\operatorname{sgn}(ab) = \operatorname{sgn} a \cdot \operatorname{sgn} b$.

Pre $n \in N$, $a \in R$ definujeme: [a^n čítame n-tá mocnina a (a na n-tú), $\sqrt[n]{a}$ čítame n-tá odmocnina a.]

- $a^n = a \cdot a \cdots a$.
- Špeciálne definujeme $a^0 = 1$, $\infty^n = \infty$.
- Nedefinujeme ∞^0.
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ pre $a \neq 0$.
- Špeciálne definujeme $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0$.
- $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} = a^{1/n}$ také, že $x \geq 0$, $x^n = a$.
- Špeciálne zapisujeme $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$.

Pre $a > 0$, $r \in R$, $s = \frac{m}{n} \in Q$ ($m \in Z$, $n \in N$) definujeme:

- $a^s = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$.
- Špeciálne $0^s = 0$ pre $s \neq 0$.
- $a^r = \sup\{a^s;\ s \in Q, s \leq r\}$ pre $a > 1$.
- Špeciálne $1^r = 1$.
- $a^r = (a^{-1})^{-r} = (\frac{1}{a})^{-r}$ pre $0 < a < 1$, t. j. $1 < \frac{1}{a}$.

Číselné množiny a ich vlastnosti – Signum a mocniny

- Signum čísla $a \in R$ sa nazýva číslo $\operatorname{sgn} a = \begin{cases} -1 & \text{pre } a < 0, \\ 0 & \text{pre } a = 0, \\ 1 & \text{pre } a > 0. \end{cases}$

$a, b \in R$ (ľubovoľné čísla). Potom platí:

- $a = \operatorname{sgn} a \cdot |a|$.
- $|a| = \operatorname{sgn} a \cdot a$.
- $\operatorname{sgn}(ab) = \operatorname{sgn} a \cdot \operatorname{sgn} b$.

Pre $n \in N$, $a \in R$ definujeme: [a^n čítame n-tá mocnina a (a na n-tú), $\sqrt[n]{a}$ čítame n-tá odmocnina a.]

- $a^n = a \cdot a \cdots a$.
- Špeciálne definujeme $a^0 = 1$, $\infty^n = \infty$.
- Nedefinujeme ∞^0.
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ pre $a \neq 0$.
- Špeciálne definujeme $\infty^{-n} = \frac{1}{\infty^n} = 0$.
- $x = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}} = a^{1/n}$ také, že $x \geq 0$, $x^n = a$.
- Špeciálne zapisujeme $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$.

Pre $a > 0$, $r \in R$, $s = \frac{m}{n} \in Q$ ($m \in Z$, $n \in N$) definujeme:

- $a^s = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$.
- Špeciálne $0^s = 0$ pre $s \neq 0$.
- $a^r = \sup\{a^s;\ s \in Q, s \leq r\}$ pre $a > 1$.
- Špeciálne $1^r = 1$.
- $a^r = (a^{-1})^{-r} = (\frac{1}{a})^{-r}$ pre $0 < a < 1$, t. j. $1 < \frac{1}{a}$.
- Špeciálne $0^r = 0$ pre $r \neq 0$.

Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

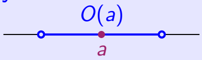
Okolie $O(a)$ predstavuje v množinách R, R^2, R^3 vnútro:

Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

Okolie $O(a)$ predstavuje v množinách R, R^2, R^3 vnútro:

- úsečky.



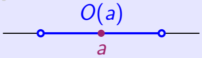
Stred $a \in R$.

Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

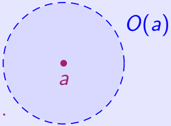
Okolie $O(a)$ predstavuje v množinách R, R^2, R^3 vnútro:

- úsečky.



Stred $a \in R$.

- kruhu.



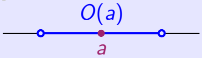
Stred $a \in R^2$.

Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

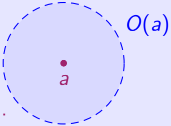
Okolie $O(a)$ predstavuje v množinách R, R^2, R^3 vnútro:

- úsečky.



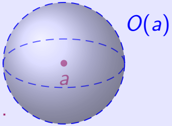
Stred $a \in R$.

- kruhu.



Stred $a \in R^2$.

- gule.



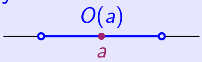
Stred $a \in R^3$.

Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

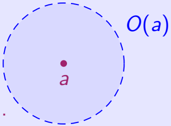
Okolie $O(a)$ predstavuje v množinách R, R^2, R^3 vnútro:

- úsečky.



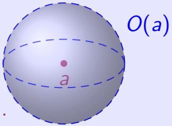
Stred $a \in R$.

- kruhu.



Stred $a \in R^2$.

- gule.



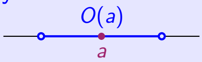
Stred $a \in R^3$.

Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

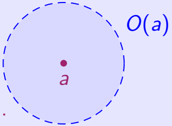
Okolie $O(a)$ predstavuje v množinách R, R^2, R^3 vnútro:

- úsečky.



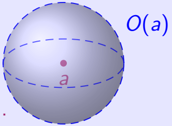
Stred $a \in R$.

- kruhu.



Stred $a \in R^2$.

- gule.



Stred $a \in R^3$.

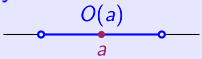
Množiny všetkých okolí bodov v R, resp. R^2, resp. R^3 spĺňajú tzv. Hausdorffove axiómy:

Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

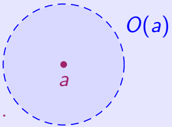
Okolie $O(a)$ predstavuje v množinách R, R^2, R^3 vnútro:

- úsečky.



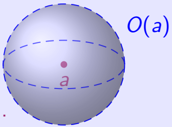
Stred $a \in R$.

- kruhu.



Stred $a \in R^2$.

- gule.



Stred $a \in R^3$.

Množiny všetkých okolí bodov v R, resp. R^2, resp. R^3 spĺňajú tzv. Hausdorffove axiómy:

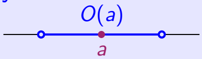
- Pre každý bod $a \in R$, resp. $a \in R^2$, resp. $a \in R^3$ existuje aspoň jedno okolie $O(a)$.

Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

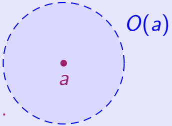
Okolie $O(a)$ predstavuje v množinách R, R^2, R^3 vnútro:

- úsečky.



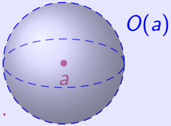
Stred $a \in R$.

- kruhu.



Stred $a \in R^2$.

- gule.



Stred $a \in R^3$.

Množiny všetkých okolí bodov v R, resp. R^2, resp. R^3 spĺňajú tzv. Hausdorffove axiómy:

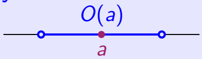
- Pre každý bod $a \in R$, resp. $a \in R^2$, resp. $a \in R^3$ existuje aspoň jedno okolie $O(a)$.
- Pre každé okolie $O(a)$ a každý bod $b \in O(a)$ existuje okolie $O(b)$ také, že $O(b) \subset O(a)$.

Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

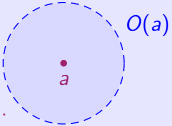
Okolie $O(a)$ predstavuje v množinách R, R^2, R^3 vnútro:

- úsečky.



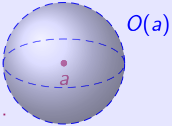
Stred $a \in R$.

- kruhu.



Stred $a \in R^2$.

- gule.



Stred $a \in R^3$.

Množiny všetkých okolí bodov v R, resp. R^2, resp. R^3 spĺňajú tzv. Hausdorffove axiómy:

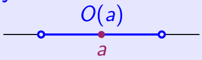
- Pre každý bod $a \in R$, resp. $a \in R^2$, resp. $a \in R^3$ existuje aspoň jedno okolie $O(a)$.
- Pre každé okolie $O(a)$ a každý bod $b \in O(a)$ existuje okolie $O(b)$ také, že $O(b) \subset O(a)$.
- Pre všetky okolia $O_1(a)$, $O_2(a)$ existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset O_1(a) \cap O_2(a)$.

Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

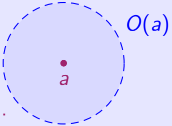
Okolie $O(a)$ predstavuje v množinách R, R^2, R^3 vnútro:

- úsečky.



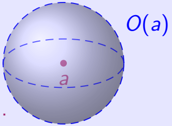
Stred $a \in R$.

- kruhu.



Stred $a \in R^2$.

- gule.



Stred $a \in R^3$.

Množiny všetkých okolí bodov v R, resp. R^2, resp. R^3 spĺňajú tzv. Hausdorffove axiómy:

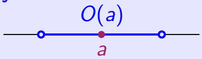
- Pre každý bod $a \in R$, resp. $a \in R^2$, resp. $a \in R^3$ existuje aspoň jedno okolie $O(a)$.
- Pre každé okolie $O(a)$ a každý bod $b \in O(a)$ existuje okolie $O(b)$ také, že $O(b) \subset O(a)$.
- Pre všetky okolia $O_1(a)$, $O_2(a)$ existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset O_1(a) \cap O_2(a)$.
- Pre všetky body $a, b \in A$, $a \neq b$ existujú okolia $O(a)$, $O(b)$ také, že $O(a) \cap O(b) = \emptyset$.

Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

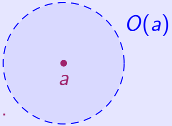
Okolie $O(a)$ predstavuje v množinách R, R^2, R^3 vnútro:

- úsečky.



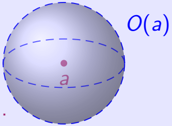
Stred $a \in R$.

- kruhu.



Stred $a \in R^2$.

- gule.



Stred $a \in R^3$.

Množiny všetkých okolí bodov v R, resp. R^2, resp. R^3 spĺňajú tzv. Hausdorffove axiómy:

- Pre každý bod $a \in R$, resp. $a \in R^2$, resp. $a \in R^3$ existuje aspoň jedno okolie $O(a)$.
- Pre každé okolie $O(a)$ a každý bod $b \in O(a)$ existuje okolie $O(b)$ také, že $O(b) \subset O(a)$.
- Pre všetky okolia $O_1(a)$, $O_2(a)$ existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset O_1(a) \cap O_2(a)$.
- Pre všetky body $a, b \in A$, $a \neq b$ existujú okolia $O(a)$, $O(b)$ také, že $O(a) \cap O(b) = \emptyset$.

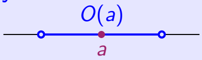
- Pre všetky body $a,b \in R$, resp. $a,b \in R^2$, resp. $a,b \in R^3$,
  pre všetky ich okolia $O(a),O(b)$ a každý bod $c \in O(a) \cap O(b)$

Topologické vlastnosti čísel – Okolia

- Okolie bodu (prvku množiny) je základný topologický pojem.

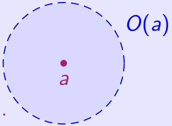
Okolie $O(a)$ predstavuje v množinách R, R^2, R^3 vnútro:

- úsečky.



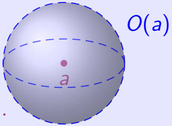
Stred $a \in R$.

- kruhu.



Stred $a \in R^2$.

- gule.



Stred $a \in R^3$.

Množiny všetkých okolí bodov v R, resp. R^2, resp. R^3 spĺňajú tzv. Hausdorffove axiómy:

- Pre každý bod $a \in R$, resp. $a \in R^2$, resp. $a \in R^3$ existuje aspoň jedno okolie $O(a)$.
- Pre každé okolie $O(a)$ a každý bod $b \in O(a)$ existuje okolie $O(b)$ také, že $O(b) \subset O(a)$.
- Pre všetky okolia $O_1(a)$, $O_2(a)$ existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset O_1(a) \cap O_2(a)$.
- Pre všetky body $a, b \in A$, $a \neq b$ existujú okolia $O(a)$, $O(b)$ také, že $O(a) \cap O(b) = \emptyset$.

- Pre všetky body $a, b \in R$, resp. $a, b \in R^2$, resp. $a, b \in R^3$, pre všetky ich okolia $O(a), O(b)$ a každý bod $c \in O(a) \cap O(b)$ existuje okolie $O(c)$ také, že $O(c) \subset O(a) \cap O(b)$.

Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z R^*

Okolím s polomerom δ (**δ-okolím, okolím**) bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$,

Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z R^*

Okolím s polomerom δ (**δ-okolím, okolím**) bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

$$O_\delta(a) = (a - \delta; a + \delta)$$

[Otvorený interval.]

Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z R^*

Okolím s polomerom δ (**δ-okolím, okolím**) bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

$$O_\delta(a) = (a - \delta; a + \delta)$$

[Otvorený interval.]

Prstencovým δ-okolím (prstencovým okolím) bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$,

Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z R^*

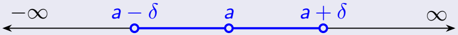
Okolím s polomerom δ (**δ-okolím, okolím**) bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

$$O_\delta(a) = (a - \delta; a + \delta)$$

[Otvorený interval.]

Prstencovým δ-okolím (prstencovým okolím) bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

$$P_\delta(a) = O_\delta(a) - \{a\} = (a - \delta; a) \cup (a; a + \delta)$$



[Zjednotenie otvorených intervalov.]

Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z R^*

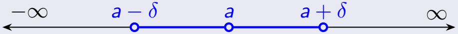
Okolím s polomerom δ (**δ-okolím, okolím**) bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

$$O_\delta(a) = (a - \delta; a + \delta)$$

[Otvorený interval.]

Prstencovým δ-okolím (prstencovým okolím) bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

$$P_\delta(a) = O_\delta(a) - \{a\} = (a - \delta; a) \cup (a; a + \delta)$$



[Zjednotenie otvorených intervalov.]

r-okolím (okolím) bodu ∞, kde $r \in R$,

Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z R^*

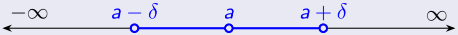
Okolím s polomerom δ **(δ-okolím, okolím)** bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

$$O_\delta(a) = (a - \delta; a + \delta)$$

[Otvorený interval.]

Prstencovým δ-okolím (prstencovým okolím) bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

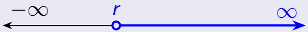
$$P_\delta(a) = O_\delta(a) - \{a\} = (a - \delta; a) \cup (a; a + \delta)$$



[Zjednotenie otvorených intervalov.]

r-okolím (okolím) bodu ∞, kde $r \in R$, nazývame

$$O_r(\infty) = (r; \infty)$$



[Otvorený interval.]

Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z R^*

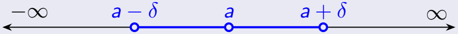
Okolím s polomerom δ (**δ-okolím, okolím**) bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

$$O_\delta(a) = (a - \delta; a + \delta)$$

[Otvorený interval.]

Prstencovým δ-okolím (prstencovým okolím) bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

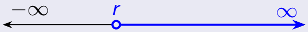
$$P_\delta(a) = O_\delta(a) - \{a\} = (a - \delta; a) \cup (a; a + \delta)$$



[Zjednotenie otvorených intervalov.]

r-okolím (okolím) bodu ∞, kde $r \in R$, nazývame

$$O_r(\infty) = (r; \infty)$$



[Otvorený interval.]

r-okolím (okolím) bodu $-\infty$, kde $r \in R$,

Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z R^*

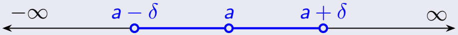
Okolím s polomerom δ (**δ-okolím, okolím**) bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

$$O_\delta(a) = (a-\delta; a+\delta)$$

[Otvorený interval.]

Prstencovým δ-okolím (prstencovým okolím) bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

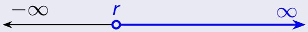
$$P_\delta(a) = O_\delta(a) - \{a\} = (a-\delta; a) \cup (a; a+\delta)$$



[Zjednotenie otvorených intervalov.]

r-okolím (okolím) bodu ∞, kde $r \in R$, nazývame

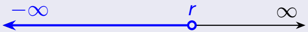
$$O_r(\infty) = (r; \infty)$$



[Otvorený interval.]

r-okolím (okolím) bodu $-\infty$, kde $r \in R$, nazývame

$$O_r(-\infty) = (-\infty; r)$$



[Otvorený interval.]

Topologické vlastnosti čísel – Okolia bodov z R^*

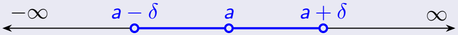
Okolím s polomerom δ (**δ-okolím, okolím**) bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

$$O_\delta(a) = (a-\delta; a+\delta) = \{x \in R;\ a-\delta < x < a+\delta\} = \{x \in R;\ |x-a| < \delta\}.$$

[Otvorený interval.]

Prstencovým δ-okolím (prstencovým okolím) bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

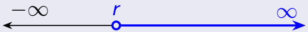
$$P_\delta(a) = O_\delta(a) - \{a\} = (a-\delta; a) \cup (a; a+\delta) = \{x \in R;\ 0 < |x-a| < \delta\}.$$



[Zjednotenie otvorených intervalov.]

r-okolím (okolím) bodu ∞, kde $r \in R$, nazývame

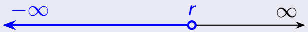
$$O_r(\infty) = (r; \infty) = \{x \in R;\ r < x\}.$$



[Otvorený interval.]

r-okolím (okolím) bodu $-\infty$, kde $r \in R$, nazývame

$$O_r(-\infty) = (-\infty; r) = \{x \in R;\ x < r\}.$$



[Otvorený interval.]

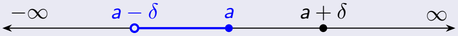
Topologické vlastnosti čísel – Jednostranné okolia

Ľavým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$,

Topologické vlastnosti čísel – Jednostranné okolia

Ľavým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

$$O_{\delta}^{-}(a) = (a - \delta; a\rangle$$

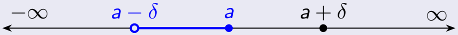


[Zľava otvorený, sprava uzavretý interval.]

Topologické vlastnosti čísel – Jednostranné okolia

Ľavým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

$$O_\delta^-(a) = (a - \delta; a\rangle$$



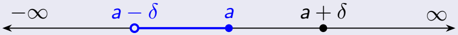
[Zľava otvorený, sprava uzavretý interval.]

Ľavým prstencovým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$,

Topologické vlastnosti čísel – Jednostranné okolia

Ľavým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

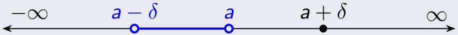
$$O_\delta^-(a) = (a - \delta; a\rangle$$



[Zľava otvorený, sprava uzavretý interval.]

Ľavým prstencovým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

$$P_\delta^-(a) = O_\delta^-(a) - \{a\} = (a - \delta; a)$$

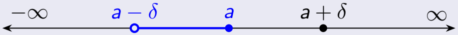


[Otvorený interval.]

Topologické vlastnosti čísel – Jednostranné okolia

Ľavým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

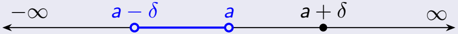
$$O_\delta^-(a) = (a - \delta; a\rangle$$



[Zľava otvorený, sprava uzavretý interval.]

Ľavým prstencovým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

$$P_\delta^-(a) = O_\delta^-(a) - \{a\} = (a - \delta; a)$$



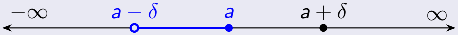
[Otvorený interval.]

Pravým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$,

Topologické vlastnosti čísel – Jednostranné okolia

Ľavým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

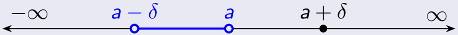
$$O_\delta^-(a) = (a - \delta; a\rangle$$



[Zľava otvorený, sprava uzavretý interval.]

Ľavým prstencovým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

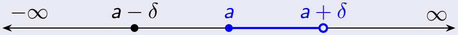
$$P_\delta^-(a) = O_\delta^-(a) - \{a\} = (a - \delta; a)$$



[Otvorený interval.]

Pravým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

$$O_\delta^+(a) = \langle a; a + \delta)$$

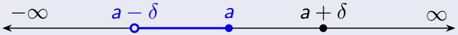


[Zľava uzavretý, sprava otvorený interval.]

Topologické vlastnosti čísel – Jednostranné okolia

Ľavým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

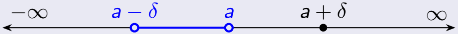
$$O_\delta^-(a) = (a - \delta; a\rangle$$



[Zľava otvorený, sprava uzavretý interval.]

Ľavým prstencovým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

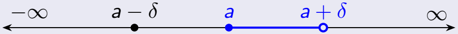
$$P_\delta^-(a) = O_\delta^-(a) - \{a\} = (a - \delta; a)$$



[Otvorený interval.]

Pravým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

$$O_\delta^+(a) = \langle a; a + \delta)$$



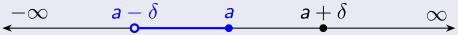
[Zľava uzavretý, sprava otvorený interval.]

Pravým prstencovým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$,

Topologické vlastnosti čísel – Jednostranné okolia

Ľavým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

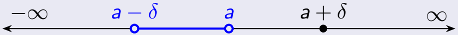
$$O_\delta^-(a) = (a-\delta; a\rangle$$



[Zľava otvorený, sprava uzavretý interval.]

Ľavým prstencovým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

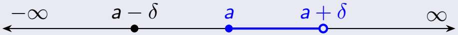
$$P_\delta^-(a) = O_\delta^-(a) - \{a\} = (a-\delta; a)$$



[Otvorený interval.]

Pravým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

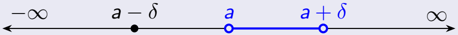
$$O_\delta^+(a) = \langle a; a+\delta)$$



[Zľava uzavretý, sprava otvorený interval.]

Pravým prstencovým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

$$P_\delta^+(a) = O_\delta^+(a) - \{a\} = (a; a+\delta)$$

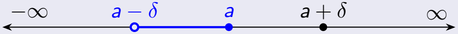


[Otvorený interval.]

Topologické vlastnosti čísel – Jednostranné okolia

Ľavým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

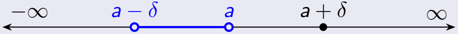
$$O_\delta^-(a) = (a-\delta; a\rangle = \{x \in R;\ a-\delta < x \leq a\} = \{x \in R;\ 0 \leq a - x < \delta\}.$$



[Zľava otvorený, sprava uzavretý interval.]

Ľavým prstencovým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

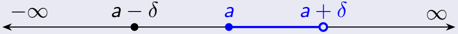
$$P_\delta^-(a) = O_\delta^-(a) - \{a\} = (a-\delta; a) = \{x \in R;\ 0 < a - x < \delta\}.$$



[Otvorený interval.]

Pravým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

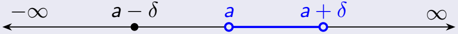
$$O_\delta^+(a) = \langle a; a+\delta) = \{x \in R;\ a \leq x < a+\delta\} = \{x \in R;\ 0 \leq x - a < \delta\}.$$



[Zľava uzavretý, sprava otvorený interval.]

Pravým prstencovým δ-okolím bodu $a \in R$, kde $\delta > 0$, nazývame

$$P_\delta^+(a) = O_\delta^+(a) - \{a\} = (a; a+\delta) = \{x \in R;\ 0 < x - a < \delta\}.$$



[Otvorený interval.]

Topologické vlastnosti čísel – Prehľad okolí

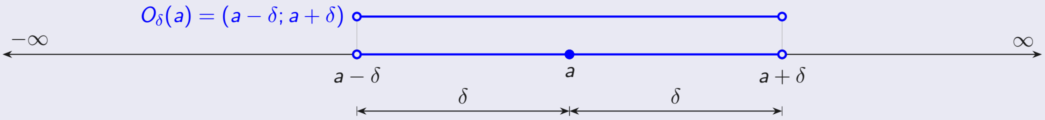
Grafický prehľad okolí,

Topologické vlastnosti čísel – Prehľad okolí

Grafický prehľad okolí, kde $a \in R$, $\delta > 0$,

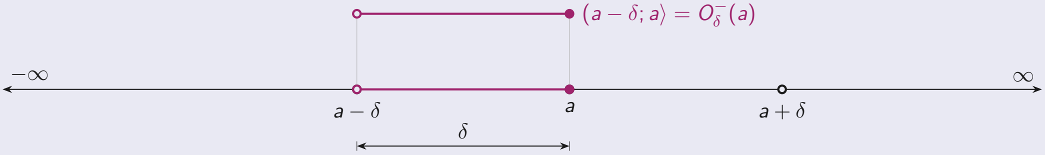
Topologické vlastnosti čísel – Prehľad okolí

Grafický prehľad okolí, kde $a \in R$, $\delta > 0$,



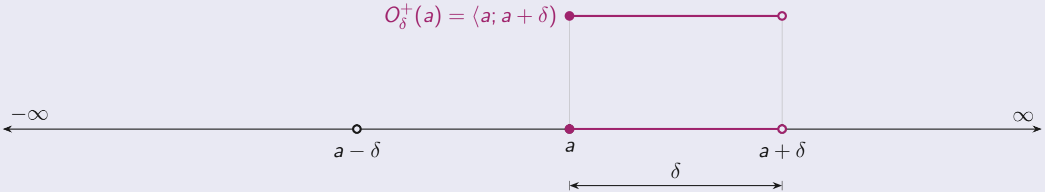
Topologické vlastnosti čísel – Prehľad okolí

Grafický prehľad okolí, kde $a \in R$, $\delta > 0$,



Topologické vlastnosti čísel – Prehľad okolí

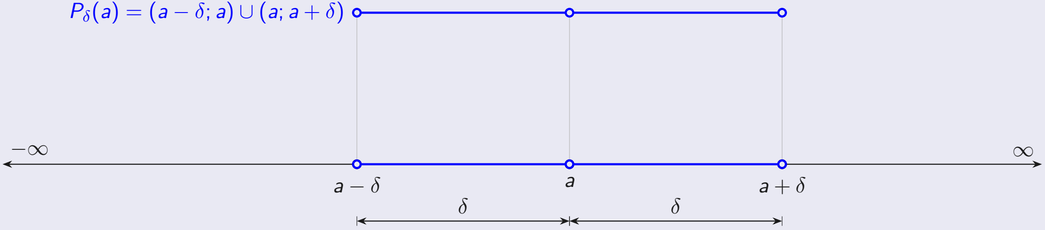
Grafický prehľad okolí, kde $a \in R$, $\delta > 0$,



Topologické vlastnosti čísel – Prehľad okolí

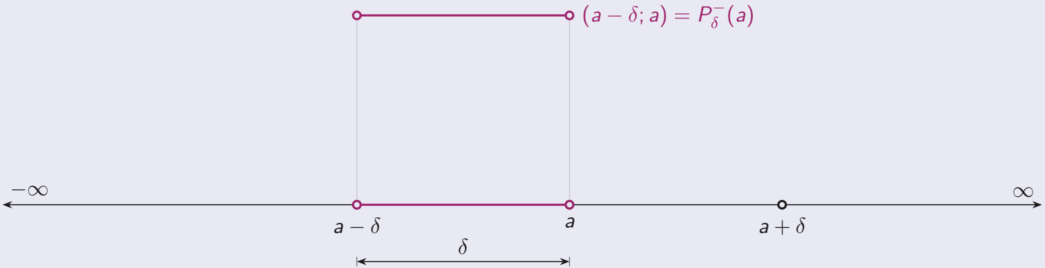
Grafický prehľad okolí, kde $a \in R$, $\delta > 0$,

$P_\delta(a) = (a - \delta; a) \cup (a; a + \delta)$



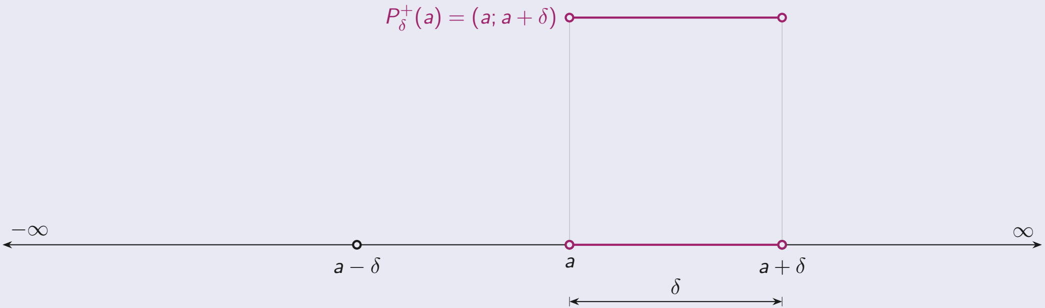
Topologické vlastnosti čísel – Prehľad okolí

Grafický prehľad okolí, kde $a \in R$, $\delta > 0$,



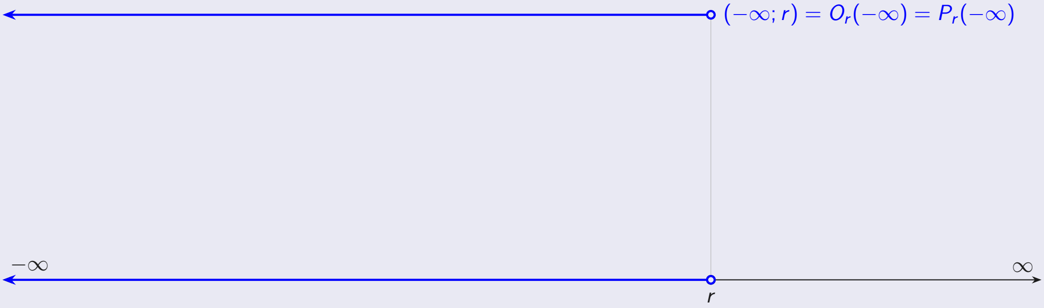
Topologické vlastnosti čísel – Prehľad okolí

Grafický prehľad okolí, kde $a \in R$, $\delta > 0$,



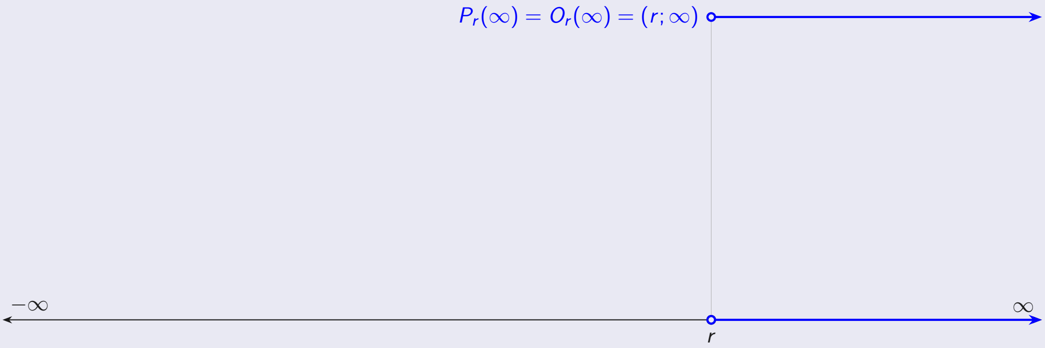
Topologické vlastnosti čísel – Prehľad okolí

Grafický prehľad okolí, kde $a \in R$, $\delta > 0$, $r \in R$.



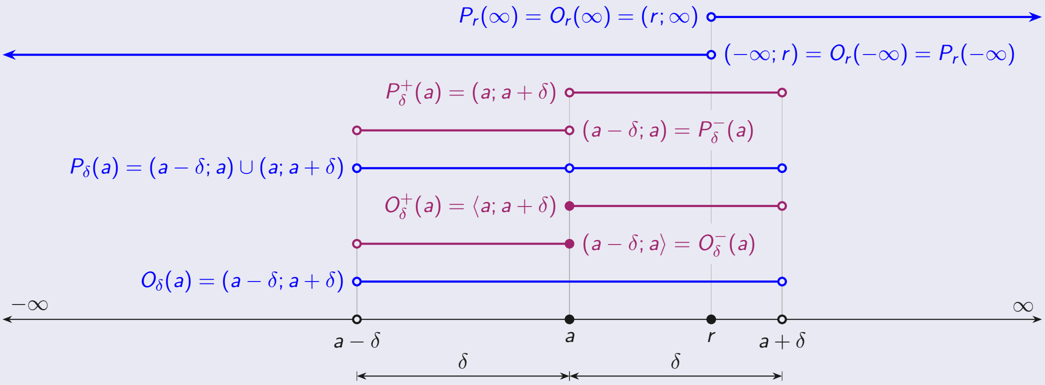
Topologické vlastnosti čísel – Prehľad okolí

Grafický prehľad okolí, kde $a \in R$, $\delta > 0$, $r \in R$.



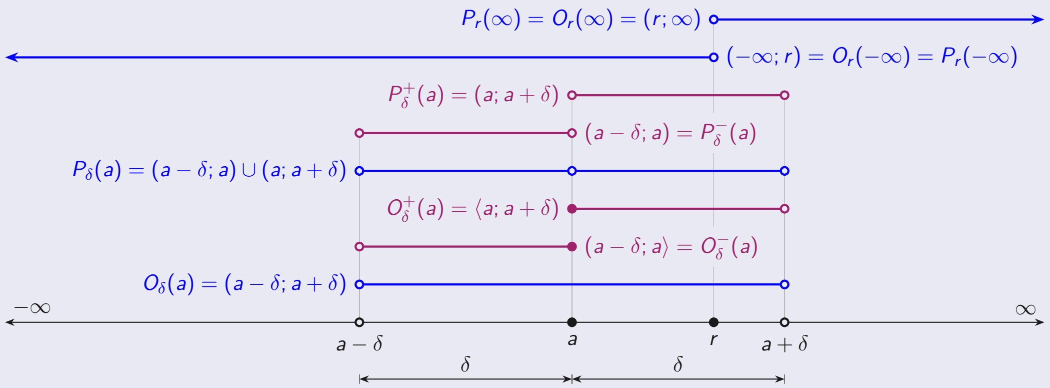
Topologické vlastnosti čísel – Prehľad okolí

Grafický prehľad okolí, kde $a \in R$, $\delta > 0$, $r \in R$.

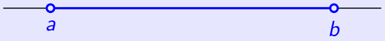


Topologické vlastnosti čísel – Prehľad okolí

Grafický prehľad okolí, kde $a \in R$, $\delta > 0$, $r \in R$.

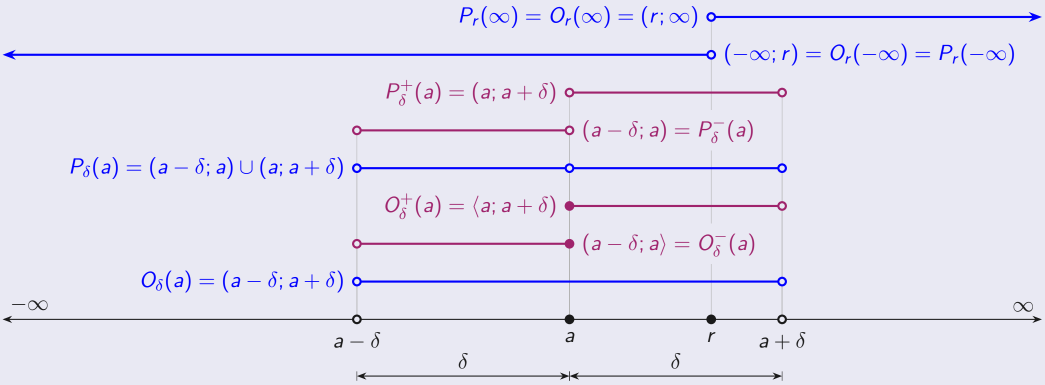


- Každý otvorený interval $(a; b)$, kde $a, b \in R$, $a < b$,

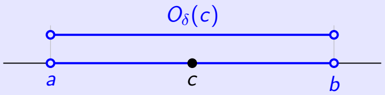


Topologické vlastnosti čísel – Prehľad okolí

Grafický prehľad okolí, kde $a \in R$, $\delta > 0$, $r \in R$.

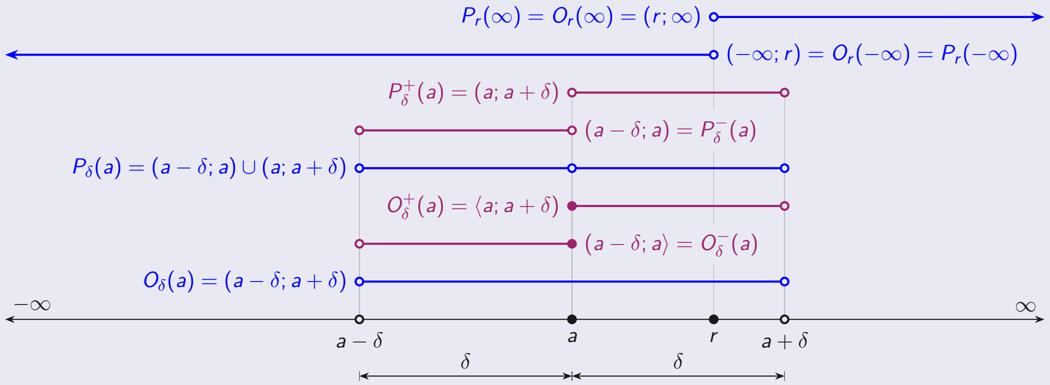


- Každý otvorený interval $(a; b)$, kde $a, b \in R$, $a < b$, je okolím $O_\delta(c)$ bodu $c = \frac{a+b}{2}$ t. j. $(a; b) = O_\delta(c)$

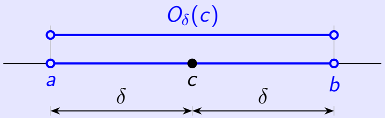


Topologické vlastnosti čísel – Prehľad okolí

Grafický prehľad okolí, kde $a \in R$, $\delta > 0$, $r \in R$.



- Každý otvorený interval $(a; b)$, kde $a, b \in R$, $a < b$, je okolím $O_\delta(c)$ bodu $c = \frac{a+b}{2}$ s polomerom $\delta = \frac{b-a}{2}$, t. j. $(a; b) = O_\delta(c) = (c-\delta; c+\delta)$.



Topologické vlastnosti čísel – Vnútorný, vonkajší a hraničný bod

Bod $a \in R$ nazývame:

Topologické vlastnosti čísel – Vnútorný, vonkajší a hraničný bod

Bod $a \in R$ nazývame:

- Vnútorný bod množiny $A \subset R$, ak $a \in A$ a existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset A$.

Topologické vlastnosti čísel – Vnútorný, vonkajší a hraničný bod

Bod $a \in R$ nazývame:

- Vnútorný bod množiny $A \subset R$, ak $a \in A$ a existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset A$.
- Vonkajší bod množiny $A \subset R$, ak je vnútorným bodom doplnku $A' = R - A$.

Topologické vlastnosti čísel – Vnútorný, vonkajší a hraničný bod

Bod $a \in R$ nazývame:

- Vnútorný bod množiny $A \subset R$, ak $a \in A$ a existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset A$.
- Vonkajší bod množiny $A \subset R$, ak je vnútorným bodom doplnku $A' = R - A$.
- Hraničný bod množiny $A \subset R$, ak nie je ani vnútorným bodom A a ani vonkajším bodom A.

Topologické vlastnosti čísel – Vnútorný, vonkajší a hraničný bod

Bod $a \in R$ nazývame:

- Vnútorný bod množiny $A \subset R$, ak $a \in A$ a existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset A$.
- Vonkajší bod množiny $A \subset R$, ak je vnútorným bodom doplnku $A' = R - A$.
- Hraničný bod množiny $A \subset R$, ak nie je ani vnútorným bodom A a ani vonkajším bodom A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina).

Topologické vlastnosti čísel – Vnútorný, vonkajší a hraničný bod

Bod $a \in R$ nazývame:

- Vnútorný bod množiny $A \subset R$, ak $a \in A$ a existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset A$.
- Vonkajší bod množiny $A \subset R$, ak je vnútorným bodom doplnku $A' = R - A$.
- Hraničný bod množiny $A \subset R$, ak nie je ani vnútorným bodom A a ani vonkajším bodom A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov A nazývame vnútro A,

Topologické vlastnosti čísel – Vnútorný, vonkajší a hraničný bod

Bod $a \in R$ nazývame:

- **Vnútorný bod** množiny $A \subset R$, ak $a \in A$ a existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset A$.
- **Vonkajší bod** množiny $A \subset R$, ak je vnútorným bodom doplnku $A' = R - A$.
- **Hraničný bod** množiny $A \subset R$, ak nie je ani vnútorným bodom A a ani vonkajším bodom A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov A nazývame **vnútro A**,
- Množinu všetkých vonkajších bodov A nazývame **vonkajšok A**,

Topologické vlastnosti čísel – Vnútorný, vonkajší a hraničný bod

Bod $a \in R$ nazývame:

- Vnútorný bod množiny $A \subset R$, ak $a \in A$ a existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset A$.
- Vonkajší bod množiny $A \subset R$, ak je vnútorným bodom doplnku $A' = R - A$.
- Hraničný bod množiny $A \subset R$, ak nie je ani vnútorným bodom A a ani vonkajším bodom A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov A nazývame vnútro A,
- Množinu všetkých vonkajších bodov A nazývame vonkajšok A,
- Množinu všetkých hraničných bodov A nazývame hranica A,

Topologické vlastnosti čísel – Vnútorný, vonkajší a hraničný bod

Bod $a \in R$ nazývame:

- Vnútorný bod množiny $A \subset R$, ak $a \in A$ a existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset A$.
- Vonkajší bod množiny $A \subset R$, ak je vnútorným bodom doplnku $A' = R - A$.
- Hraničný bod množiny $A \subset R$, ak nie je ani vnútorným bodom A a ani vonkajším bodom A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov A nazývame vnútro A, označenie $\operatorname{int} A$.
- Množinu všetkých vonkajších bodov A nazývame vonkajšok A, označenie $\operatorname{ext} A$.
- Množinu všetkých hraničných bodov A nazývame hranica A, označenie ∂A.

Topologické vlastnosti čísel – Vnútorný, vonkajší a hraničný bod

Bod $a \in R$ nazývame:

- **Vnútorný bod** množiny $A \subset R$, ak $a \in A$ a existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset A$.
- **Vonkajší bod** množiny $A \subset R$, ak je vnútorným bodom doplnku $A' = R - A$.
- **Hraničný bod** množiny $A \subset R$, ak nie je ani vnútorným bodom A a ani vonkajším bodom A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov A nazývame **vnútro** A, označenie $\operatorname{int} A$.
- Množinu všetkých vonkajších bodov A nazývame **vonkajšok** A, označenie $\operatorname{ext} A$.
- Množinu všetkých hraničných bodov A nazývame **hranica** A, označenie ∂A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina).

Topologické vlastnosti čísel – Vnútorný, vonkajší a hraničný bod

Bod $a \in R$ nazývame:

- **Vnútorný bod** množiny $A \subset R$, ak $a \in A$ a existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset A$.
- **Vonkajší bod** množiny $A \subset R$, ak je vnútorným bodom doplnku $A' = R - A$.
- **Hraničný bod** množiny $A \subset R$, ak nie je ani vnútorným bodom A a ani vonkajším bodom A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov A nazývame **vnútro A**, označenie $\operatorname{int} A$.
- Množinu všetkých vonkajších bodov A nazývame **vonkajšok A**, označenie $\operatorname{ext} A$.
- Množinu všetkých hraničných bodov A nazývame **hranica A**, označenie ∂A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina). Potom Platí:

- $\operatorname{int} A \cap \operatorname{ext} A = \operatorname{int} A \cap \partial A = \operatorname{ext} A \cap \partial A = \emptyset$.

Topologické vlastnosti čísel – Vnútorný, vonkajší a hraničný bod

Bod $a \in R$ nazývame:

- Vnútorný bod množiny $A \subset R$, ak $a \in A$ a existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset A$.
- Vonkajší bod množiny $A \subset R$, ak je vnútorným bodom doplnku $A' = R - A$.
- Hraničný bod množiny $A \subset R$, ak nie je ani vnútorným bodom A a ani vonkajším bodom A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov A nazývame vnútro A, označenie $\operatorname{int} A$.
- Množinu všetkých vonkajších bodov A nazývame vonkajšok A, označenie $\operatorname{ext} A$.
- Množinu všetkých hraničných bodov A nazývame hranica A, označenie ∂A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina). Potom Platí:

- $\operatorname{int} A \cap \operatorname{ext} A = \operatorname{int} A \cap \partial A = \operatorname{ext} A \cap \partial A = \emptyset$.
- $\operatorname{int} A \cup \partial A \cup \operatorname{ext} A = R$.

Topologické vlastnosti čísel – Vnútorný, vonkajší a hraničný bod

Bod $a \in R$ nazývame:

- Vnútorný bod množiny $A \subset R$, ak $a \in A$ a existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset A$.
- Vonkajší bod množiny $A \subset R$, ak je vnútorným bodom doplnku $A' = R - A$.
- Hraničný bod množiny $A \subset R$, ak nie je ani vnútorným bodom A a ani vonkajším bodom A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov A nazývame vnútro A, označenie $\operatorname{int} A$.
- Množinu všetkých vonkajších bodov A nazývame vonkajšok A, označenie $\operatorname{ext} A$.
- Množinu všetkých hraničných bodov A nazývame hranica A, označenie ∂A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina). Potom Platí:

- $\operatorname{int} A \cap \operatorname{ext} A = \operatorname{int} A \cap \partial A = \operatorname{ext} A \cap \partial A = \emptyset$.
- $\operatorname{int} A \cup \partial A \cup \operatorname{ext} A = R$.
- $\partial A = \partial A'$. • $\operatorname{int} A = \operatorname{ext} A'$. • $\operatorname{ext} A = \operatorname{int} A'$.

Topologické vlastnosti čísel – Vnútorný, vonkajší a hraničný bod

Bod $a \in R$ nazývame:

- **Vnútorný bod** množiny $A \subset R$, ak $a \in A$ a existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset A$.
- **Vonkajší bod** množiny $A \subset R$, ak je vnútorným bodom doplnku $A' = R - A$.
- **Hraničný bod** množiny $A \subset R$, ak nie je ani vnútorným bodom A a ani vonkajším bodom A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov A nazývame **vnútro A**, označenie $\operatorname{int} A$.
- Množinu všetkých vonkajších bodov A nazývame **vonkajšok A**, označenie $\operatorname{ext} A$.
- Množinu všetkých hraničných bodov A nazývame **hranica A**, označenie ∂A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina). Potom Platí:

- $\operatorname{int} A \cap \operatorname{ext} A = \operatorname{int} A \cap \partial A = \operatorname{ext} A \cap \partial A = \emptyset$. [Množiny $\operatorname{int} A$, ∂A, $\operatorname{ext} A$ sú disjunktné.]
- $\operatorname{int} A \cup \partial A \cup \operatorname{ext} A = R$. [Zjednotenie množín $\operatorname{int} A$, ∂A, $\operatorname{ext} A$ je celá reálna os.]
- $\partial A = \partial A'$. • $\operatorname{int} A = \operatorname{ext} A'$. • $\operatorname{ext} A = \operatorname{int} A'$.

Topologické vlastnosti čísel – Vnútorný, vonkajší a hraničný bod

Bod $a \in R$ nazývame:

- **Vnútorný bod** množiny $A \subset R$, ak $a \in A$ a existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset A$.
- **Vonkajší bod** množiny $A \subset R$, ak je vnútorným bodom doplnku $A' = R - A$.
- **Hraničný bod** množiny $A \subset R$, ak nie je ani vnútorným bodom A a ani vonkajším bodom A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov A nazývame **vnútro A**, označenie $\operatorname{int} A$.
- Množinu všetkých vonkajších bodov A nazývame **vonkajšok A**, označenie $\operatorname{ext} A$.
- Množinu všetkých hraničných bodov A nazývame **hranica A**, označenie ∂A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina). Potom Platí:

- $\operatorname{int} A \cap \operatorname{ext} A = \operatorname{int} A \cap \partial A = \operatorname{ext} A \cap \partial A = \emptyset$. [Množiny $\operatorname{int} A$, ∂A, $\operatorname{ext} A$ sú disjunktné.]
- $\operatorname{int} A \cup \partial A \cup \operatorname{ext} A = R$. [Zjednotenie množín $\operatorname{int} A$, ∂A, $\operatorname{ext} A$ je celá reálna os.]
- $\partial A = \partial A'$.
- $\operatorname{int} A = \operatorname{ext} A'$.
- $\operatorname{ext} A = \operatorname{int} A'$.

Špeciálne platí:

Topologické vlastnosti čísel – Vnútorný, vonkajší a hraničný bod

Bod $a \in R$ nazývame:

- Vnútorný bod množiny $A \subset R$, ak $a \in A$ a existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset A$.
- Vonkajší bod množiny $A \subset R$, ak je vnútorným bodom doplnku $A' = R - A$.
- Hraničný bod množiny $A \subset R$, ak nie je ani vnútorným bodom A a ani vonkajším bodom A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov A nazývame vnútro A, označenie $\operatorname{int} A$.
- Množinu všetkých vonkajších bodov A nazývame vonkajšok A, označenie $\operatorname{ext} A$.
- Množinu všetkých hraničných bodov A nazývame hranica A, označenie ∂A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina). Potom Platí:

- $\operatorname{int} A \cap \operatorname{ext} A = \operatorname{int} A \cap \partial A = \operatorname{ext} A \cap \partial A = \emptyset$. [Množiny $\operatorname{int} A$, ∂A, $\operatorname{ext} A$ sú disjunktné.]
- $\operatorname{int} A \cup \partial A \cup \operatorname{ext} A = R$. [Zjednotenie množín $\operatorname{int} A$, ∂A, $\operatorname{ext} A$ je celá reálna os.]
- $\partial A = \partial A'$. • $\operatorname{int} A = \operatorname{ext} A'$. • $\operatorname{ext} A = \operatorname{int} A'$.

Špeciálne platí: • $\operatorname{int} \emptyset = \operatorname{ext} R = \emptyset$.

Topologické vlastnosti čísel – Vnútorný, vonkajší a hraničný bod

Bod $a \in R$ nazývame:

- Vnútorný bod množiny $A \subset R$, ak $a \in A$ a existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset A$.
- Vonkajší bod množiny $A \subset R$, ak je vnútorným bodom doplnku $A' = R - A$.
- Hraničný bod množiny $A \subset R$, ak nie je ani vnútorným bodom A a ani vonkajším bodom A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov A nazývame vnútro A, označenie $\operatorname{int} A$.
- Množinu všetkých vonkajších bodov A nazývame vonkajšok A, označenie $\operatorname{ext} A$.
- Množinu všetkých hraničných bodov A nazývame hranica A, označenie ∂A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina). Potom Platí:

- $\operatorname{int} A \cap \operatorname{ext} A = \operatorname{int} A \cap \partial A = \operatorname{ext} A \cap \partial A = \emptyset$. [Množiny $\operatorname{int} A$, ∂A, $\operatorname{ext} A$ sú disjunktné.]
- $\operatorname{int} A \cup \partial A \cup \operatorname{ext} A = R$. [Zjednotenie množín $\operatorname{int} A$, ∂A, $\operatorname{ext} A$ je celá reálna os.]
- $\partial A = \partial A'$. • $\operatorname{int} A = \operatorname{ext} A'$. • $\operatorname{ext} A = \operatorname{int} A'$.

Špeciálne platí: • $\operatorname{int} \emptyset = \operatorname{ext} R = \emptyset$. • $\operatorname{ext} \emptyset = \operatorname{int} R = R$.

Topologické vlastnosti čísel – Vnútorný, vonkajší a hraničný bod

Bod $a \in R$ nazývame:

- **Vnútorný bod** množiny $A \subset R$, ak $a \in A$ a existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset A$.
- **Vonkajší bod** množiny $A \subset R$, ak je vnútorným bodom doplnku $A' = R - A$.
- **Hraničný bod** množiny $A \subset R$, ak nie je ani vnútorným bodom A a ani vonkajším bodom A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov A nazývame **vnútro A**, označenie $\operatorname{int} A$.
- Množinu všetkých vonkajších bodov A nazývame **vonkajšok A**, označenie $\operatorname{ext} A$.
- Množinu všetkých hraničných bodov A nazývame **hranica A**, označenie ∂A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina). Potom Platí:

- $\operatorname{int} A \cap \operatorname{ext} A = \operatorname{int} A \cap \partial A = \operatorname{ext} A \cap \partial A = \emptyset$. [Množiny $\operatorname{int} A$, ∂A, $\operatorname{ext} A$ sú disjunktné.]
- $\operatorname{int} A \cup \partial A \cup \operatorname{ext} A = R$. [Zjednotenie množín $\operatorname{int} A$, ∂A, $\operatorname{ext} A$ je celá reálna os.]
- $\partial A = \partial A'$. • $\operatorname{int} A = \operatorname{ext} A'$. • $\operatorname{ext} A = \operatorname{int} A'$.

Špeciálne platí: • $\operatorname{int} \emptyset = \operatorname{ext} R = \emptyset$. • $\operatorname{ext} \emptyset = \operatorname{int} R = R$. • $\partial \emptyset = \partial R = \emptyset$.

Topologické vlastnosti čísel – Vnútorný, vonkajší a hraničný bod

Bod $a \in R$ nazývame:

- **Vnútorný bod** množiny $A \subset R$, ak $a \in A$ a existuje okolie $O(a)$ také, že $O(a) \subset A$.
- **Vonkajší bod** množiny $A \subset R$, ak je vnútorným bodom doplnku $A' = R - A$.
- **Hraničný bod** množiny $A \subset R$, ak nie je ani vnútorným bodom A a ani vonkajším bodom A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina).

- Množinu všetkých vnútorných bodov A nazývame **vnútro A**, označenie $\operatorname{int} A$.
- Množinu všetkých vonkajších bodov A nazývame **vonkajšok A**, označenie $\operatorname{ext} A$.
- Množinu všetkých hraničných bodov A nazývame **hranica A**, označenie ∂A.

$A \subset R$ (ľubovoľná množina). Potom Platí:

- $\operatorname{int} A \cap \operatorname{ext} A = \operatorname{int} A \cap \partial A = \operatorname{ext} A \cap \partial A = \emptyset$. [Množiny $\operatorname{int} A$, ∂A, $\operatorname{ext} A$ sú disjunktné.]
- $\operatorname{int} A \cup \partial A \cup \operatorname{ext} A = R$. [Zjednotenie množín $\operatorname{int} A$, ∂A, $\operatorname{ext} A$ je celá reálna os.]
- $\partial A = \partial A'$.
- $\operatorname{int} A = \operatorname{ext} A'$.
- $\operatorname{ext} A = \operatorname{int} A'$.

Špeciálne platí:

- $\operatorname{int} \emptyset = \operatorname{ext} R = \emptyset$.
- $\operatorname{ext} \emptyset = \operatorname{int} R = R$.
- $\partial \emptyset = \partial R = \emptyset$.
- $\partial Q = R$.

Topologické vlastnosti čísel – Príklad

$a, b \in R$, $a < b$.

Topologické vlastnosti čísel – Príklad

$a, b \in R$, $a < b$. Pre intervaly $(a; b)$, $\langle a; b)$, $(a; \, b\rangle$, $\langle a; b\rangle$ platí:

Topologické vlastnosti čísel – Príklad

$a, b \in R$, $a < b$. Pre intervaly $(a; b)$, $\langle a; b)$, $(a; b\rangle$, $\langle a; b\rangle$ platí:

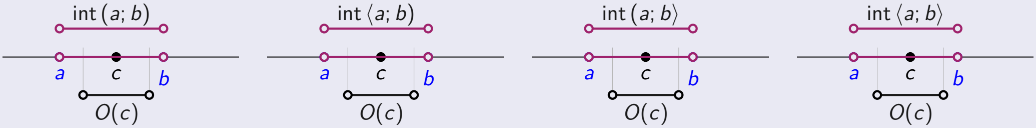
- $\operatorname{int}(a; b) = \operatorname{int}\langle a; b) = \operatorname{int}(a; b\rangle = \operatorname{int}\langle a; b\rangle$

- $\operatorname{int}(a; b)$
- $\operatorname{int}\langle a; b)$
- $\operatorname{int}(a; b\rangle$
- $\operatorname{int}\langle a; b\rangle$

Topologické vlastnosti čísel – Príklad

$a, b \in R,\ a < b$. Pre intervaly $(a;b)$, $\langle a;b)$, $(a;b\rangle$, $\langle a;b\rangle$ platí:

- $\operatorname{int}(a;b) = \operatorname{int}\langle a;b) = \operatorname{int}(a;b\rangle = \operatorname{int}\langle a;b\rangle$



- $\operatorname{int}(a;b)$
- $\operatorname{int}\langle a;b)$
- $\operatorname{int}(a;b\rangle$
- $\operatorname{int}\langle a;b\rangle$

Topologické vlastnosti čísel – Príklad

$a, b \in R$, $a < b$. Pre intervaly $(a; b)$, $\langle a; b)$, $(a; b\rangle$, $\langle a; b\rangle$ platí:

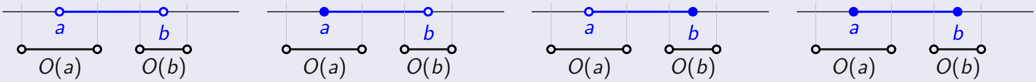
- $\operatorname{int}(a; b) = \operatorname{int}\langle a; b) = \operatorname{int}(a; b\rangle = \operatorname{int}\langle a; b\rangle = (a; b)$.

- $\operatorname{int}(a; b) = (a; b)$.
- $\operatorname{int}\langle a; b) = (a; b)$.
- $\operatorname{int}(a; b\rangle = (a; b)$.
- $\operatorname{int}\langle a; b\rangle = (a; b)$.

Topologické vlastnosti čísel – Príklad

$a, b \in R$, $a < b$. Pre intervaly $(a; b)$, $\langle a; b)$, $(a; b\rangle$, $\langle a; b\rangle$ platí:

- $\operatorname{int}(a; b) = \operatorname{int}\langle a; b) = \operatorname{int}(a; b\rangle = \operatorname{int}\langle a; b\rangle = (a; b)$.
- $\partial(a; b) = \partial\langle a; b) = \partial(a; b\rangle = \partial\langle a; b\rangle$

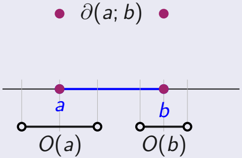


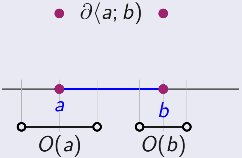
- $\partial(a; b)$
- $\partial\langle a; b)$
- $\partial(a; b\rangle$
- $\partial\langle a; b\rangle$

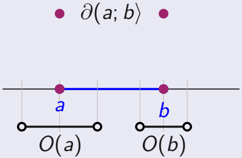
Topologické vlastnosti čísel – Príklad

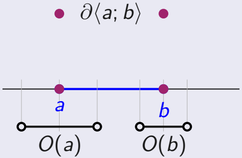
$a, b \in R,\ a < b$. Pre intervaly $(a; b),\ \langle a; b),\ (a; b\rangle,\ \langle a; b\rangle$ platí:

- $\operatorname{int}(a; b) = \operatorname{int}\langle a; b) = \operatorname{int}(a; b\rangle = \operatorname{int}\langle a; b\rangle = (a; b)$.
- $\partial(a; b) = \quad \partial\langle a; b) = \quad \partial(a; b\rangle = \quad \partial\langle a; b\rangle$









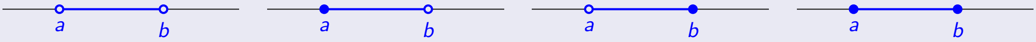
- $\partial(a; b)$
- $\partial\langle a; b)$
- $\partial(a; b\rangle$
- $\partial\langle a; b\rangle$

Topologické vlastnosti čísel – Príklad

$a,b \in R,\ a < b$. Pre intervaly $(a;b)$, $\langle a;b)$, $(a;b\rangle$, $\langle a;b\rangle$ platí:

- $\operatorname{int}(a;b) = \operatorname{int}\langle a;b) = \operatorname{int}(a;b\rangle = \operatorname{int}\langle a;b\rangle = (a;b)$.
- $\partial(a;b) = \partial\langle a;b) = \partial(a;b\rangle = \partial\langle a;b\rangle = \{a,b\}$.

- $\partial(a;b)$ • $\partial\langle a;b)$ • $\partial(a;b\rangle$ • $\partial\langle a;b\rangle$ •

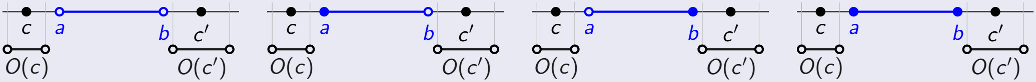


- $\partial(a;b) = \{a,b\}$.
- $\partial\langle a;b) = \{a,b\}$.
- $\partial(a;b\rangle = \{a,b\}$.
- $\partial\langle a;b\rangle = \{a,b\}$.

Topologické vlastnosti čísel – Príklad

$a, b \in R$, $a < b$. Pre intervaly $(a;b)$, $\langle a;b)$, $(a;b\rangle$, $\langle a;b\rangle$ platí:

- $\operatorname{int}(a;b) = \operatorname{int}\langle a;b) = \operatorname{int}(a;b\rangle = \operatorname{int}\langle a;b\rangle = (a;b)$.
- $\partial(a;b) = \partial\langle a;b) = \partial(a;b\rangle = \partial\langle a;b\rangle = \{a, b\}$.
- $\operatorname{ext}(a;b) = \operatorname{ext}\langle a;b) = \operatorname{ext}(a;b\rangle = \operatorname{ext}\langle a;b\rangle$

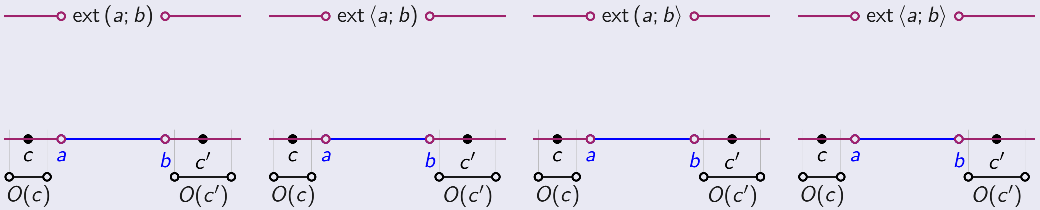


- $\operatorname{ext}(a;b)$
- $\operatorname{ext}\langle a;b)$
- $\operatorname{ext}(a;b\rangle$
- $\operatorname{ext}\langle a;b\rangle$

Topologické vlastnosti čísel – Príklad

$a,b \in R$, $a < b$. Pre intervaly $(a;b)$, $\langle a;b)$, $(a;b\rangle$, $\langle a;b\rangle$ platí:

- $\mathrm{int}\,(a;b) = \mathrm{int}\,\langle a;b) = \mathrm{int}\,(a;b\rangle = \mathrm{int}\,\langle a;b\rangle = (a;b)$.
- $\partial(a;b) = \partial\langle a;b) = \partial(a;b\rangle = \partial\langle a;b\rangle = \{a,b\}$.
- $\mathrm{ext}\,(a;b) = \mathrm{ext}\,\langle a;b) = \mathrm{ext}\,(a;b\rangle = \mathrm{ext}\,\langle a;b\rangle$

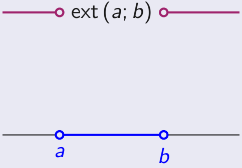


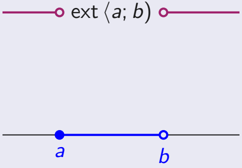
- $\mathrm{ext}\,(a;b)$
- $\mathrm{ext}\,\langle a;b)$
- $\mathrm{ext}\,(a;b\rangle$
- $\mathrm{ext}\,\langle a;b\rangle$

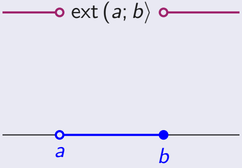
Topologické vlastnosti čísel – Príklad

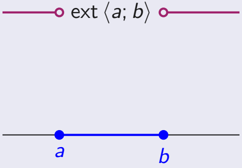
$a,b \in R$, $a < b$. Pre intervaly $(a;b)$, $\langle a;b)$, $(a;b\rangle$, $\langle a;b\rangle$ platí:

- $\operatorname{int}(a;b) = \operatorname{int}\langle a;b) = \operatorname{int}(a;b\rangle = \operatorname{int}\langle a;b\rangle = (a;b)$.
- $\partial(a;b) = \partial\langle a;b) = \partial(a;b\rangle = \partial\langle a;b\rangle = \{a,b\}$.
- $\operatorname{ext}(a;b) = \operatorname{ext}\langle a;b) = \operatorname{ext}(a;b\rangle = \operatorname{ext}\langle a;b\rangle = (-\infty;a) \cup (b;\infty) = R - \langle a;b\rangle$.







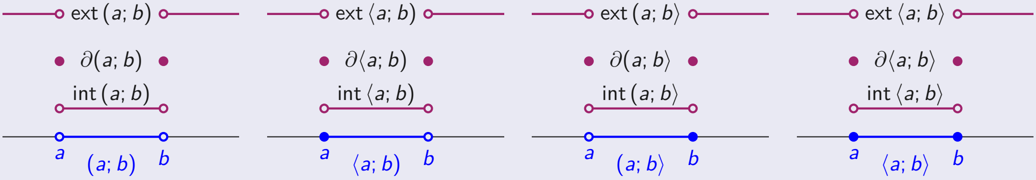


- $\operatorname{ext}(a;b) = R - \langle a;b\rangle$.
- $\operatorname{ext}\langle a;b) = R - \langle a;b\rangle$.
- $\operatorname{ext}(a;b\rangle = R - \langle a;b\rangle$.
- $\operatorname{ext}\langle a;b\rangle = R - \langle a;b\rangle$.

Topologické vlastnosti čísel – Príklad

$a,b \in R$, $a < b$. Pre intervaly $(a;b)$, $\langle a;b)$, $(a;b\rangle$, $\langle a;b\rangle$ platí:

- $\operatorname{int}(a;b) = \operatorname{int}\langle a;b) = \operatorname{int}(a;b\rangle = \operatorname{int}\langle a;b\rangle = (a;b)$.
- $\partial(a;b) = \partial\langle a;b) = \partial(a;b\rangle = \partial\langle a;b\rangle = \{a,b\}$.
- $\operatorname{ext}(a;b) = \operatorname{ext}\langle a;b) = \operatorname{ext}(a;b\rangle = \operatorname{ext}\langle a;b\rangle = (-\infty;a) \cup (b;\infty) = R - \langle a;b\rangle$.



- $\operatorname{ext}(a;b) = R-\langle a;b\rangle$.
- $\partial(a;b) = \{a,b\}$.
- $\operatorname{int}(a;b) = (a;b)$.

- $\operatorname{ext}\langle a;b) = R-\langle a;b\rangle$.
- $\partial\langle a;b) = \{a,b\}$.
- $\operatorname{int}\langle a;b) = (a;b)$.

- $\operatorname{ext}(a;b\rangle = R-\langle a;b\rangle$.
- $\partial(a;b\rangle = \{a,b\}$.
- $\operatorname{int}(a;b\rangle = (a;b)$.

- $\operatorname{ext}\langle a;b\rangle = R-\langle a;b\rangle$.
- $\partial\langle a;b\rangle = \{a,b\}$.
- $\operatorname{int}\langle a;b\rangle = (a;b)$.

Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod $a \in R^*$ sa nazýva:

Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod $a \in R^*$ sa nazýva:

- Hromadný bod množiny $A \subset R^*$,

  ak v každom jeho okolí $O(a)$ leží aspoň jeden bod z množiny A, ktorý je rôzny od a.

Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod $a \in R^*$ sa nazýva: [Hromadný bod – HB]

- **Hromadný bod** množiny $A \subset R^*$,

  ak v každom jeho okolí $O(a)$ leží aspoň jeden bod z množiny A, ktorý je rôzny od a.

  [Pre každé prstencové okolie $P(a)$ platí $P(a) \cap A \neq \emptyset$.]

Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod $a \in R^*$ sa nazýva: [Hromadný bod – HB]

- **Hromadný bod** množiny $A \subset R^*$, ak v každom jeho okolí $O(a)$ leží aspoň jeden bod z množiny A, ktorý je rôzny od a.

  [Pre každé prstencové okolie $P(a)$ platí $P(a) \cap A \neq \emptyset$.]

- **Izolovaný bod** množiny $A \subset R^*$, ak nie je hromadným bodom A a platí $a \in A$.

Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod $a \in R^*$ sa nazýva: [Hromadný bod – HB]

- Hromadný bod množiny $A \subset R^*$,
  ak v každom jeho okolí $O(a)$ leží aspoň jeden bod z množiny A, ktorý je rôzny od a.
  [Pre každé prstencové okolie $P(a)$ platí $P(a) \cap A \neq \emptyset$.]

- Izolovaný bod množiny $A \subset R^*$, ak nie je hromadným bodom A a platí $a \in A$.

- Uzáverom $\overline{A}$ množiny $A \subset R$ nazývame zjednotenie množiny A s množinou všetkých jej HB.

Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod $a \in R^*$ sa nazýva: [Hromadný bod – HB]

- Hromadný bod množiny $A \subset R^*$,
  ak v každom jeho okolí $O(a)$ leží aspoň jeden bod z množiny A, ktorý je rôzny od a.
  [Pre každé prstencové okolie $P(a)$ platí $P(a) \cap A \neq \emptyset$.]

- Izolovaný bod množiny $A \subset R^*$, ak nie je hromadným bodom A a platí $a \in A$.

- Uzáverom $\overline{A}$ množiny $A \subset R$ nazývame zjednotenie množiny A s množinou všetkých jej HB.

Množina $A \subset R$ sa nazýva:

Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod $a \in R^*$ sa nazýva: [Hromadný bod – HB]

- Hromadný bod množiny $A \subset R^*$,

  ak v každom jeho okolí $O(a)$ leží aspoň jeden bod z množiny A, ktorý je rôzny od a.

  [Pre každé prstencové okolie $P(a)$ platí $P(a) \cap A \neq \emptyset$.]

- Izolovaný bod množiny $A \subset R^*$, ak nie je hromadným bodom A a platí $a \in A$.

- Uzáverom $\overline{A}$ množiny $A \subset R$ nazývame zjednotenie množiny A s množinou všetkých jej HB.

Množina $A \subset R$ sa nazýva:

- Uzavretá, ak obsahuje všetky svoje HB, t. j. ak platí $A = \overline{A}$.

Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod $a \in R^*$ sa nazýva: [Hromadný bod – HB]

- **Hromadný bod** množiny $A \subset R^*$,

  ak v každom jeho okolí $O(a)$ leží aspoň jeden bod z množiny A, ktorý je rôzny od a.

  [Pre každé prstencové okolie $P(a)$ platí $P(a) \cap A \neq \emptyset$.]

- **Izolovaný bod** množiny $A \subset R^*$, ak nie je hromadným bodom A a platí $a \in A$.

- **Uzáverom** $\overline{A}$ množiny $A \subset R$ nazývame zjednotenie množiny A s množinou všetkých jej HB.

Množina $A \subset R$ sa nazýva:

- **Uzavretá**, ak obsahuje všetky svoje HB, t. j. ak platí $A = \overline{A}$.
- **Izolovaná**, ak obsahuje iba izolované body.

Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod $a \in R^*$ sa nazýva: [Hromadný bod – HB]

- Hromadný bod množiny $A \subset R^*$,
  ak v každom jeho okolí $O(a)$ leží aspoň jeden bod z množiny A, ktorý je rôzny od a.
  [Pre každé prstencové okolie $P(a)$ platí $P(a) \cap A \neq \emptyset$.]

- Izolovaný bod množiny $A \subset R^*$, ak nie je hromadným bodom A a platí $a \in A$.

- Uzáverom $\overline{A}$ množiny $A \subset R$ nazývame zjednotenie množiny A s množinou všetkých jej HB.

Množina $A \subset R$ sa nazýva:

- Uzavretá, ak obsahuje všetky svoje HB, t. j. ak platí $A = \overline{A}$.
- Izolovaná, ak obsahuje iba izolované body.
- Otvorená, ak každý jej bod je vnútorný, t. j. ak platí $A = \operatorname{int} A$.

Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod $a \in R^*$ sa nazýva: [Hromadný bod – HB]

- **Hromadný bod** množiny $A \subset R^*$, ak v každom jeho okolí $O(a)$ leží aspoň jeden bod z množiny A, ktorý je rôzny od a.

  [Pre každé prstencové okolie $P(a)$ platí $P(a) \cap A \neq \emptyset$.]

- **Izolovaný bod** množiny $A \subset R^*$, ak nie je hromadným bodom A a platí $a \in A$.

- **Uzáverom** $\overline{A}$ množiny $A \subset R$ nazývame zjednotenie množiny A s množinou všetkých jej HB.

Množina $A \subset R$ sa nazýva:

- **Uzavretá**, ak obsahuje všetky svoje HB, t. j. ak platí $A = \overline{A}$.
- **Izolovaná**, ak obsahuje iba izolované body.
- **Otvorená**, ak každý jej bod je vnútorný, t. j. ak platí $A = \operatorname{int} A$.

- Otvorený interval $(a; b)$, kde $a, b \in R$, $a < b$, je otvorená množina.

Topologické vlastnosti čísel – Hromadný bod – HB

Bod $a \in R^*$ sa nazýva: [Hromadný bod – HB]

- **Hromadný bod** množiny $A \subset R^*$,
  ak v každom jeho okolí $O(a)$ leží aspoň jeden bod z množiny A, ktorý je rôzny od a.
  [Pre každé prstencové okolie $P(a)$ platí $P(a) \cap A \neq \emptyset$.]

- **Izolovaný bod** množiny $A \subset R^*$, ak nie je hromadným bodom A a platí $a \in A$.

- **Uzáverom** $\overline{A}$ množiny $A \subset R$ nazývame zjednotenie množiny A s množinou všetkých jej HB.

Množina $A \subset R$ sa nazýva:

- **Uzavretá**, ak obsahuje všetky svoje HB, t. j. ak platí $A = \overline{A}$.
- **Izolovaná**, ak obsahuje iba izolované body.
- **Otvorená**, ak každý jej bod je vnútorný, t. j. ak platí $A = \operatorname{int} A$.

- Otvorený interval $(a; b)$, kde $a, b \in R$, $a < b$, je otvorená množina.
- Uzavretý interval $\langle a; b \rangle$, kde $a, b \in R$, $a < b$, je uzavretá množina.

Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté množiny

Množina $A \subset R$. Potom platí:

Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté množiny

Množina $A \subset R$. Potom platí:

- Množina A je otvorená. $\Leftrightarrow$
- Doplnok $A' = R - A$ je množina uzavretá.

Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté množiny

Množina $A \subset R$. Potom platí:

- Množina A je otvorená. $\Leftrightarrow$ • Doplnok $A' = R - A$ je množina uzavretá.

Množiny $A, B \subset R$. Potom platí:

Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté množiny

Množina $A \subset R$. Potom platí:

- Množina A je otvorená. $\Leftrightarrow$ • Doplnok $A' = R - A$ je množina uzavretá.

Množiny $A, B \subset R$. Potom platí:

- Množiny A, B sú otvorené. $\Rightarrow$ • Množiny $A \cap B$ a $A \cup B$ sú otvorené.

Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté množiny

Množina $A \subset R$. Potom platí:

- Množina A je otvorená. $\Leftrightarrow$ • Doplnok $A' = R - A$ je množina uzavretá.

Množiny $A, B \subset R$. Potom platí:

- Množiny A, B sú otvorené. $\Rightarrow$ • Množiny $A \cap B$ a $A \cup B$ sú otvorené.
- Množiny A, B sú uzavreté. $\Rightarrow$ • Množiny $A \cap B$ a $A \cup B$ sú uzavreté.

Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté množiny

Množina $A \subset R$. Potom platí:

- Množina A je otvorená. $\Leftrightarrow$ • Doplnok $A' = R - A$ je množina uzavretá.

Množiny $A, B \subset R$. Potom platí:

- Množiny A, B sú otvorené. $\Rightarrow$ • Množiny $A \cap B$ a $A \cup B$ sú otvorené.
- Množiny A, B sú uzavreté. $\Rightarrow$ • Množiny $A \cap B$ a $A \cup B$ sú uzavreté.

Množiny $A_k \subset R,\ k \in N$. Potom platí:

Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté množiny

Množina $A \subset R$. Potom platí:

- Množina A je otvorená. $\Leftrightarrow$ • Doplnok $A' = R - A$ je množina uzavretá.

Množiny $A, B \subset R$. Potom platí:

- Množiny A, B sú otvorené. $\Rightarrow$ • Množiny $A \cap B$ a $A \cup B$ sú otvorené.
- Množiny A, B sú uzavreté. $\Rightarrow$ • Množiny $A \cap B$ a $A \cup B$ sú uzavreté.

Množiny $A_k \subset R$, $k \in N$. Potom platí:

- Množiny A_k, $k \in N$ sú otvorené. $\Rightarrow$ • $A = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$ je otvorená množina.

Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté množiny

Množina $A \subset R$. Potom platí:

- Množina A je otvorená. $\Leftrightarrow$ • Doplnok $A' = R - A$ je množina uzavretá.

Množiny $A, B \subset R$. Potom platí:

- Množiny A, B sú otvorené. $\Rightarrow$ • Množiny $A \cap B$ a $A \cup B$ sú otvorené.
- Množiny A, B sú uzavreté. $\Rightarrow$ • Množiny $A \cap B$ a $A \cup B$ sú uzavreté.

Množiny $A_k \subset R$, $k \in N$. Potom platí:

- Množiny A_k, $k \in N$ sú otvorené. $\Rightarrow$ • $A = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$ je otvorená množina.

- Množiny A_k, $k \in N$ sú uzavreté. $\Rightarrow$ • $A = \bigcap_{k=1}^{\infty} A_k$ je uzavretá množina.

Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté množiny

Množina $A \subset R$. Potom platí:

- Množina A je otvorená. $\Leftrightarrow$ • Doplnok $A' = R - A$ je množina uzavretá.

Množiny $A, B \subset R$. Potom platí:

- Množiny A, B sú otvorené. $\Rightarrow$ • Množiny $A \cap B$ a $A \cup B$ sú otvorené.
- Množiny A, B sú uzavreté. $\Rightarrow$ • Množiny $A \cap B$ a $A \cup B$ sú uzavreté.

Množiny $A_k \subset R$, $k \in N$. Potom platí:

- Množiny A_k, $k \in N$ sú otvorené. $\Rightarrow$ • $A = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$ je otvorená množina.

[Prienik otvorených množín nemusí byť otvorená množina.]

- Množiny A_k, $k \in N$ sú uzavreté. $\Rightarrow$ • $A = \bigcap_{k=1}^{\infty} A_k$ je uzavretá množina.

- Množiny $(-\frac{1}{k}; \frac{1}{k})$, $k \in N$ sú otvorené,

Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté množiny

Množina $A \subset R$. Potom platí:

- Množina A je otvorená. $\Leftrightarrow$ • Doplnok $A' = R - A$ je množina uzavretá.

Množiny $A, B \subset R$. Potom platí:

- Množiny A, B sú otvorené. $\Rightarrow$ • Množiny $A \cap B$ a $A \cup B$ sú otvorené.
- Množiny A, B sú uzavreté. $\Rightarrow$ • Množiny $A \cap B$ a $A \cup B$ sú uzavreté.

Množiny $A_k \subset R,\ k \in N$. Potom platí:

- Množiny $A_k,\ k \in N$ sú otvorené. $\Rightarrow$ • $A = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$ je otvorená množina.

[Prienik otvorených množín nemusí byť otvorená množina.]

- Množiny $A_k,\ k \in N$ sú uzavreté. $\Rightarrow$ • $A = \bigcap_{k=1}^{\infty} A_k$ je uzavretá množina.

- Množiny $(-\frac{1}{k}; \frac{1}{k}),\ k \in N$ sú otvorené, ale množina $\bigcap_{k=1}^{\infty} (-\frac{1}{k}; \frac{1}{k}) = \{0\}$ je uzavretá.

Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté množiny

Množina $A \subset R$. Potom platí:

- Množina A je otvorená. $\Leftrightarrow$ • Doplnok $A' = R - A$ je množina uzavretá.

Množiny $A, B \subset R$. Potom platí:

- Množiny A, B sú otvorené. $\Rightarrow$ • Množiny $A \cap B$ a $A \cup B$ sú otvorené.
- Množiny A, B sú uzavreté. $\Rightarrow$ • Množiny $A \cap B$ a $A \cup B$ sú uzavreté.

Množiny $A_k \subset R$, $k \in N$. Potom platí:

- Množiny A_k, $k \in N$ sú otvorené. $\Rightarrow$ • $A = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$ je otvorená množina.

[Prienik otvorených množín nemusí byť otvorená množina.]

- Množiny A_k, $k \in N$ sú uzavreté. $\Rightarrow$ • $A = \bigcap_{k=1}^{\infty} A_k$ je uzavretá množina.

[Zjednotenie uzavretých množín nemusí byť uzavretá množina.]

- Množiny $(-\frac{1}{k}; \frac{1}{k})$, $k \in N$ sú otvorené, ale množina $\bigcap_{k=1}^{\infty} (-\frac{1}{k}; \frac{1}{k}) = \{0\}$ je uzavretá.
- Množiny $\{\frac{1}{k}\}$, $k \in N$ sú uzavreté,

Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté množiny

Množina $A \subset R$. Potom platí:

- Množina A je otvorená. $\Leftrightarrow$ • Doplnok $A' = R - A$ je množina uzavretá.

Množiny $A, B \subset R$. Potom platí:

- Množiny A, B sú otvorené. $\Rightarrow$ • Množiny $A \cap B$ a $A \cup B$ sú otvorené.
- Množiny A, B sú uzavreté. $\Rightarrow$ • Množiny $A \cap B$ a $A \cup B$ sú uzavreté.

Množiny $A_k \subset R$, $k \in N$. Potom platí:

- Množiny A_k, $k \in N$ sú otvorené. $\Rightarrow$ • $A = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$ je otvorená množina.

  [Prienik otvorených množín nemusí byť otvorená množina.]

- Množiny A_k, $k \in N$ sú uzavreté. $\Rightarrow$ • $A = \bigcap_{k=1}^{\infty} A_k$ je uzavretá množina.

  [Zjednotenie uzavretých množín nemusí byť uzavretá množina.]

- Množiny $(-\frac{1}{k}; \frac{1}{k})$, $k \in N$ sú otvorené, ale množina $\bigcap_{k=1}^{\infty} (-\frac{1}{k}; \frac{1}{k}) = \{0\}$ je uzavretá.
- Množiny $\{\frac{1}{k}\}$, $k \in N$ sú uzavreté, ale množina $\bigcup_{k=1}^{\infty} \{\frac{1}{k}\} = \{\frac{1}{k}; k \in N\}$ nie je uzavretá.

Topologické vlastnosti čísel – Otvorené a uzavreté množiny

Množina $A \subset R$. Potom platí:

- Množina A je otvorená. $\Leftrightarrow$ • Doplnok $A' = R - A$ je množina uzavretá.

Množiny $A, B \subset R$. Potom platí:

- Množiny A, B sú otvorené. $\Rightarrow$ • Množiny $A \cap B$ a $A \cup B$ sú otvorené.
- Množiny A, B sú uzavreté. $\Rightarrow$ • Množiny $A \cap B$ a $A \cup B$ sú uzavreté.

Množiny $A_k \subset R$, $k \in N$. Potom platí:

- Množiny A_k, $k \in N$ sú otvorené. $\Rightarrow$ • $A = \bigcup\limits_{k=1}^{\infty} A_k$ je otvorená množina.

  [Prienik otvorených množín nemusí byť otvorená množina.]

- Množiny A_k, $k \in N$ sú uzavreté. $\Rightarrow$ • $A = \bigcap\limits_{k=1}^{\infty} A_k$ je uzavretá množina.

  [Zjednotenie uzavretých množín nemusí byť uzavretá množina.]

- Množiny $(-\frac{1}{k}; \frac{1}{k})$, $k \in N$ sú otvorené, ale množina $\bigcap\limits_{k=1}^{\infty} (-\frac{1}{k}; \frac{1}{k}) = \{0\}$ je uzavretá.
- Množiny $\{\frac{1}{k}\}$, $k \in N$ sú uzavreté, ale množina $\bigcup\limits_{k=1}^{\infty} \{\frac{1}{k}\} = \{\frac{1}{k}; k \in N\}$ nie je uzavretá.

  [Neobsahuje svoj HB 0.]

Koniec 1. časti

Ďakujem za pozornosť.