Matematická analýza 1

2023/2024

3. Číselné rady

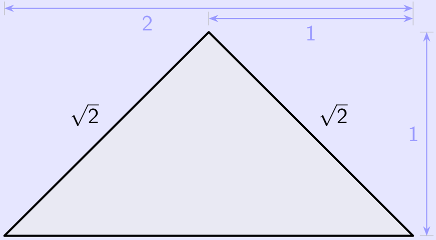
Pre správne zobrazenie, fungovanie tooltipov, 2D a 3D animácií je nevyhnutné súbor otvoriť pomocou programu Adobe Reader (zásuvný modul Adobe PDF Plug-In webového prehliadača nestačí).

Kliknutím na text pred ikonou získate nápomoc.
Kliknutím na skratku v modrej lište vpravo hore sa dostanete na príslušný slajd, druhým kliknutím sa dostanete na koniec tohto slajdu.

Obsah

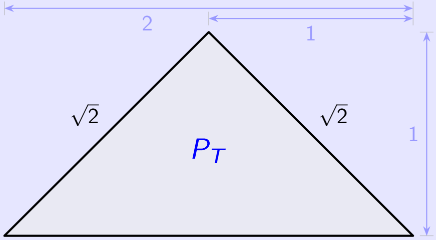
Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.



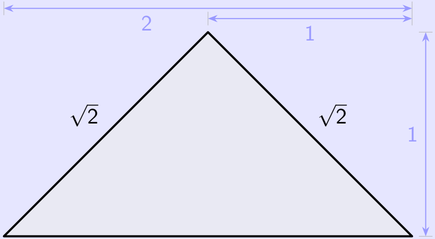
Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.
- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1.$



Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

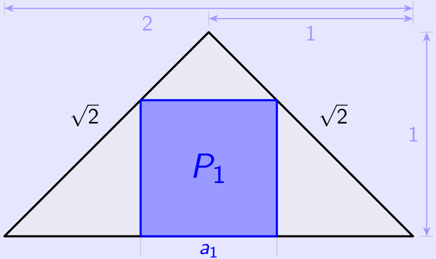
- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.
- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1.$



Do trojuholníka postupne vložíme:

Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.
- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1.$

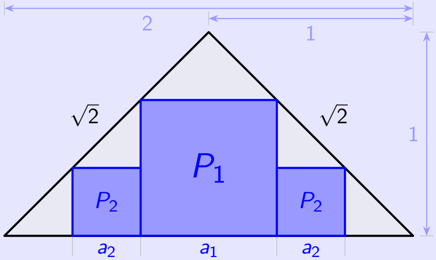


Do trojuholníka postupne vložíme:

- Jeden štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$.

Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

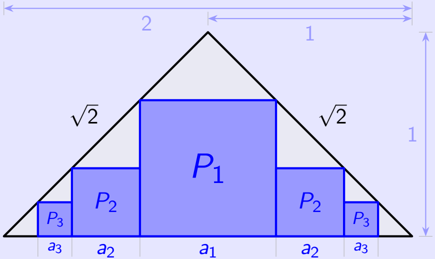
- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.
- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1$.



Do trojuholníka postupne vložíme:

- Jeden štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3\cdot 2}$, obsahom $P_2 = 2a_2^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4} = \frac{2}{9}$.

Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad



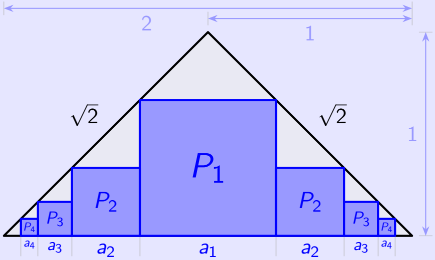
- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.
- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1$.

Do trojuholníka postupne vložíme:

- Jeden štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3\cdot 2}$, obsahom $P_2 = 2a_2^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4} = \frac{2}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{2}{3\cdot 2^2}$, obsahom $P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^2} = \frac{2}{9\cdot 4}$.

Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

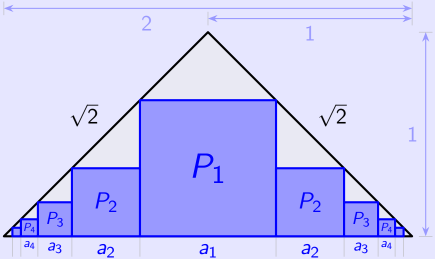
- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.
- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1.$



Do trojuholníka postupne vložíme:

- Jeden štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3\cdot 2}$, obsahom $P_2 = 2a_2^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4} = \frac{2}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{2}{3\cdot 2^2}$, obsahom $P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^2} = \frac{2}{9\cdot 4}$.
- Dva štvorce so stranami $a_4 = \frac{a_3}{2} = \frac{2}{3\cdot 2^3}$, obsahom $P_4 = 2a_4^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^3} = \frac{2}{9\cdot 4^2}$.

Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

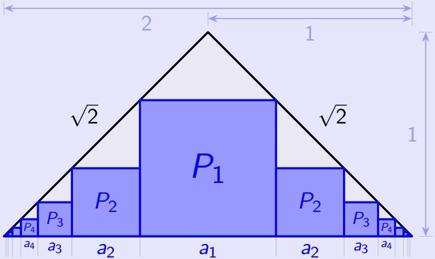


- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.
- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1$.

Do trojuholníka postupne vložíme:

- Jeden štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3\cdot 2}$, obsahom $P_2 = 2a_2^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4} = \frac{2}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{2}{3\cdot 2^2}$, obsahom $P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^2} = \frac{2}{9\cdot 4}$.
- Dva štvorce so stranami $a_5 = \frac{a_4}{2} = \frac{2}{3\cdot 2^4}$, obsahom $P_5 = 2a_5^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^4} = \frac{2}{9\cdot 4^3}$.

Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad



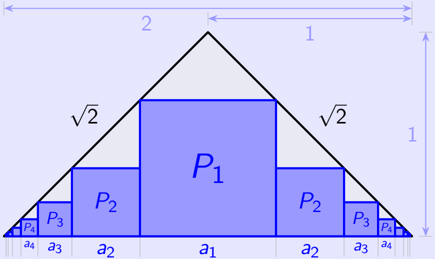
- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.
- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1$.

Do trojuholníka postupne vložíme:

- Jeden štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3\cdot 2}$, obsahom $P_2 = 2a_2^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4} = \frac{2}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{2}{3\cdot 2^2}$, obsahom $P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^2} = \frac{2}{9\cdot 4}$.
- Dva štvorce so stranami $a_n = \frac{a_{n-1}}{2} = \frac{2}{3\cdot 2^{n-2}}$, obsahom $P_n = 2a_n^2 = \frac{2}{9\cdot 4^{n-2}}$ pre $n \in N$.

Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.
- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1.$



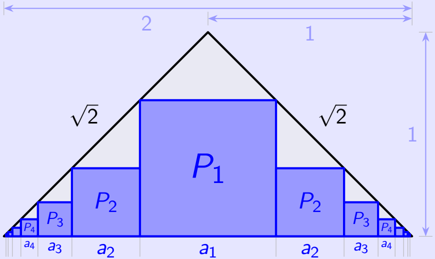
Do trojuholníka postupne vložíme:

- Jeden štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3\cdot 2}$, obsahom $P_2 = 2a_2^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4} = \frac{2}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{2}{3\cdot 2^2}$, obsahom $P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^2} = \frac{2}{9\cdot 4}$.
- Dva štvorce so stranami $a_n = \frac{a_{n-1}}{2} = \frac{2}{3\cdot 2^{n-2}}$, obsahom $P_n = 2a_n^2 = \frac{2}{9\cdot 4^{n-2}}$ pre $n \in N$.

Pre súčet obsahov $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \cdots$ týchto štvorcov platí:

Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.
- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1$.



Do trojuholníka postupne vložíme:

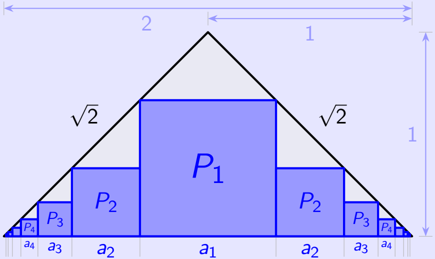
- Jeden štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3\cdot 2}$, obsahom $P_2 = 2a_2^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4} = \frac{2}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{2}{3\cdot 2^2}$, obsahom $P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^2} = \frac{2}{9\cdot 4}$.
- Dva štvorce so stranami $a_n = \frac{a_{n-1}}{2} = \frac{2}{3\cdot 2^{n-2}}$, obsahom $P_n = 2a_n^2 = \frac{2}{9\cdot 4^{n-2}}$ pre $n \in N$.

Pre súčet obsahov $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \cdots$ týchto štvorcov platí:

- $1 = P_T > P$

Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.
- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{2} = \frac{2\cdot 1}{2} = 1.$



Do trojuholníka postupne vložíme:

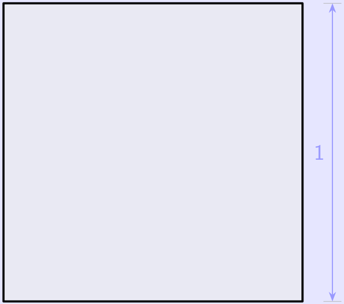
- Jeden štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3\cdot 2}$, obsahom $P_2 = 2a_2^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4} = \frac{2}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{2}{3\cdot 2^2}$, obsahom $P_3 = 2a_3^2 = \frac{2\cdot 4}{9\cdot 4^2} = \frac{2}{9\cdot 4}$.
- Dva štvorce so stranami $a_n = \frac{a_{n-1}}{2} = \frac{2}{3\cdot 2^{n-2}}$, obsahom $P_n = 2a_n^2 = \frac{2}{9\cdot 4^{n-2}}$ pre $n \in N$.

Pre súčet obsahov $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \cdots$ týchto štvorcov platí:

- $1 = P_T > P = \sum_{n=1}^{\infty} P_n = \frac{4}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9\cdot 4} + \cdots + \frac{2}{9\cdot 4^{n-2}} + \cdots.$

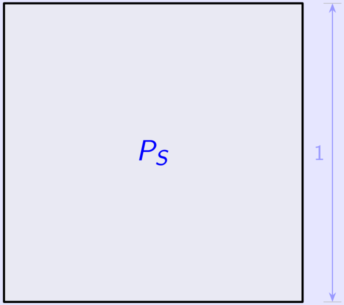
Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1,



Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

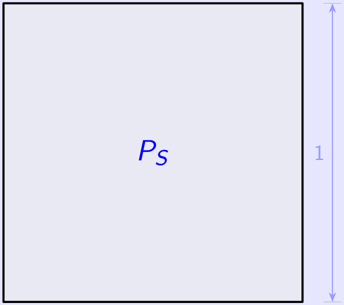
- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.



Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdeľme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

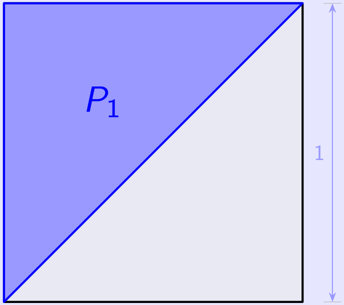


Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdeľme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.

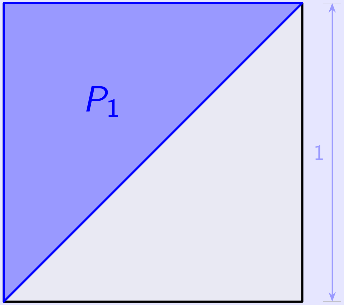


Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdeľme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n, $n \in N$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka)

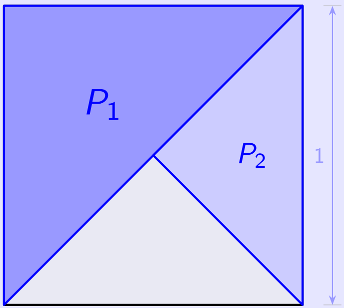


Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdeľme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n, $n \in N$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice),

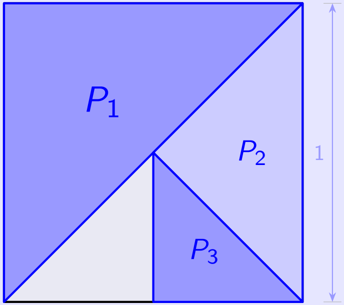


Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

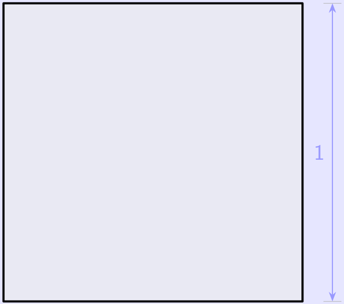
Štvorec S postupne rozdeľme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n, $n \in N$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).



Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.



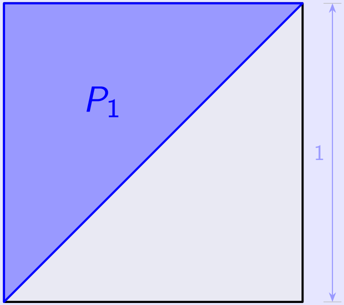
Štvorec S postupne rozdeľme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n, $n \in N$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).

Postupne platí:

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.



Štvorec S postupne rozdeľme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n, $n \in N$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).

Postupne platí:

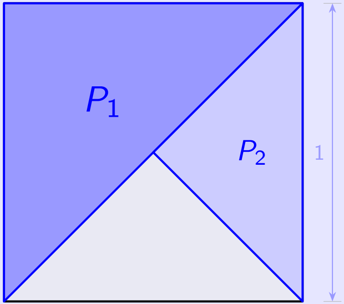
- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdeľme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n, $n \in N$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).

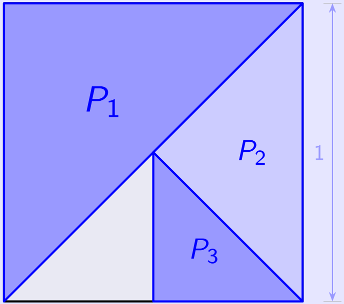


Postupne platí:

- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$.

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.



Štvorec S postupne rozdeľme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

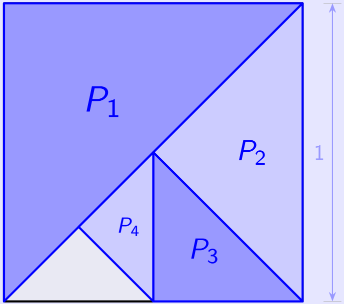
- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n, $n \in N$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).

Postupne platí:

- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$.
- $P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$.

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.



Štvorec S postupne rozdeľme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n, $n \in N$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).

Postupne platí:

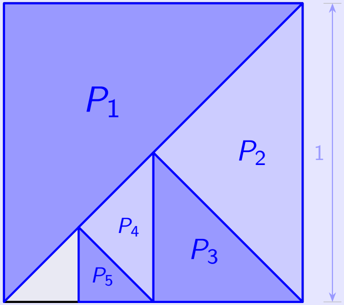
- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$.
- $P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$.
- $P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4}$.

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdeľme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n, $n \in N$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).

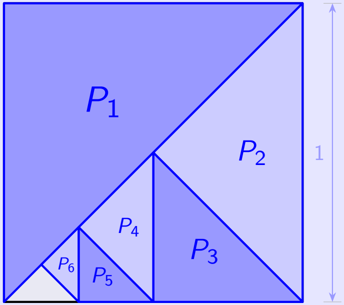


Postupne platí:

- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$.
- $P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$.
- $P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4}$.
- $P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5}$.

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.



Štvorec S postupne rozdeľme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n, $n \in N$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).

Postupne platí:

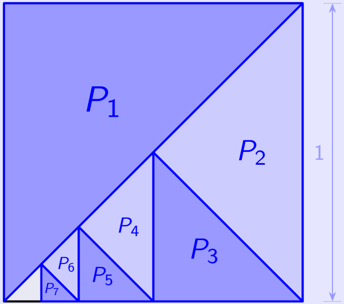
- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$.
- $P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$.
- $P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4}$.
- $P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5}$.
- $P_6 = \frac{P_5}{2} = \frac{P_S}{2^6} = \frac{1}{2^6}$.

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdeľme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n, $n \in N$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).

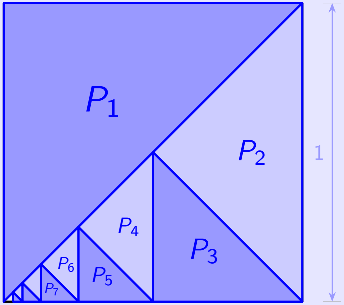


Postupne platí:

- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$.
- $P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$.
- $P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4}$.
- $P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5}$.
- $P_7 = \frac{P_6}{2} = \frac{P_S}{2^7} = \frac{1}{2^7}$.

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.



Štvorec S postupne rozdeľme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

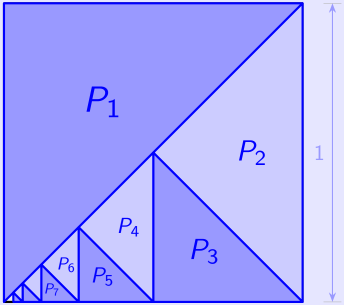
- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n, $n \in N$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).

Postupne platí:

- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$.
- $P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$.
- $P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4}$.
- $P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5}$.
- $P_n = \frac{P_{n-1}}{2} = \frac{P_S}{2^n} = \frac{1}{2^n}$, $n \in N$.

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.



Štvorec S postupne rozdeľme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n, $n \in N$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).

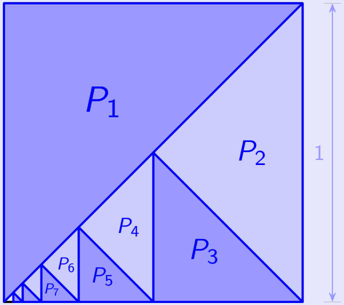
Postupne platí:

- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$.
- $P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$.
- $P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4}$.
- $P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5}$.
- $P_n = \frac{P_{n-1}}{2} = \frac{P_S}{2^n} = \frac{1}{2^n}$, $n \in N$.

Pre súčet obsahov $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \cdots$ týchto trojuholníkov platí:

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.



Štvorec S postupne rozdeľme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n, $n \in N$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).

Postupne platí:

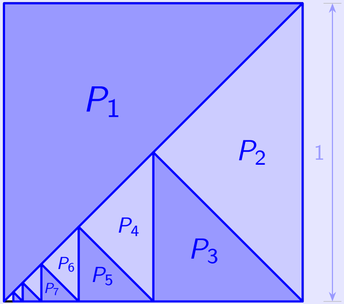
- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$.
- $P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$.
- $P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4}$.
- $P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5}$.
- $P_n = \frac{P_{n-1}}{2} = \frac{P_S}{2^n} = \frac{1}{2^n}, n \in N$.

Pre súčet obsahov $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \cdots$ týchto trojuholníkov platí:

- $1 = P_S$

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.



Štvorec S postupne rozdeľme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n, $n \in N$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).

Postupne platí:

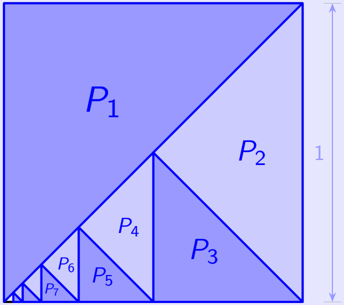
- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$.
- $P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$.
- $P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4}$.
- $P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5}$.
- $P_n = \frac{P_{n-1}}{2} = \frac{P_S}{2^n} = \frac{1}{2^n}$, $n \in N$.

Pre súčet obsahov $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \cdots$ týchto trojuholníkov platí:

- $1 = P_S = \sum_{n=1}^{\infty} P_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_S}{2^n}$

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.



Štvorec S postupne rozdeľme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n, $n \in N$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).

Postupne platí:

- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$.
- $P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$.
- $P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4}$.
- $P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5}$.
- $P_n = \frac{P_{n-1}}{2} = \frac{P_S}{2^n} = \frac{1}{2^n}, n \in N$.

Pre súčet obsahov $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \cdots$ týchto trojuholníkov platí:

- $$1 = P_S = \sum_{n=1}^{\infty} P_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_S}{2^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \cdots + \frac{1}{2^n} + \cdots.$$

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady úzko súvisia s číselnými postupnosťami.

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady úzko súvisia s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady zovšeobecňujú pojem sčítavania na nekonečný počet sčítancov.

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady úzko súvisia s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady zovšeobecňujú pojem sčítavania na nekonečný počet sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom (nekonečným) číselným radom (stručne radom) nazývame

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady úzko súvisia s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady zovšeobecňujú pojem sčítavania na nekonečný počet sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom (nekonečným) číselným radom (stručne radom) nazývame

nekonečný súčet $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots .$

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady úzko súvisia s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady zovšeobecňujú pojem sčítavania na nekonečný počet sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom (nekonečným) číselným radom (stručne radom) nazývame

nekonečný súčet $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots .$ [Rad je jednoznačne určený postupnosťou $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$.]

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady úzko súvisia s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady zovšeobecňujú pojem sčítavania na nekonečný počet sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom (nekonečným) číselným radom (stručne radom) nazývame

nekonečný súčet $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots.$$ [Rad je jednoznačne určený postupnosťou $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$.]

- Pre sčítavanie nekonečného počtu sčítancov neplatia všetky pravidlá platné pre konečné počty sčítancov.

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady úzko súvisia s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady zovšeobecňujú pojem sčítavania na nekonečný počet sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom (nekonečným) číselným radom (stručne radom) nazývame

nekonečný súčet $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots.$ [Rad je jednoznačne určený postupnosťou $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$.]

- Pre sčítavanie nekonečného počtu sčítancov neplatia všetky pravidlá platné pre konečné počty sčítancov.

Napríklad vo všeobecnosti neplatí asociatívny zákon.

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady úzko súvisia s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady zovšeobecňujú pojem sčítavania na nekonečný počet sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom (nekonečným) číselným radom (stručne radom) nazývame

nekonečný súčet $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots.$ [Rad je jednoznačne určený postupnosťou $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$.]

- Pre sčítavanie nekonečného počtu sčítancov neplatia všetky pravidlá platné pre konečné počty sčítancov.

Napríklad vo všeobecnosti neplatí asociatívny zákon.

- Uvažujme číselný rad $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots.$

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady úzko súvisia s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady zovšeobecňujú pojem sčítavania na nekonečný počet sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom (nekonečným) číselným radom (stručne radom) nazývame

nekonečný súčet $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots.$ [Rad je jednoznačne určený postupnosťou $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$.]

- Pre sčítavanie nekonečného počtu sčítancov neplatia všetky pravidlá platné pre konečné počty sčítancov.

Napríklad vo všeobecnosti neplatí asociatívny zákon.

- Uvažujme číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots.$

  Pridaním alebo výmenou zátvoriek sa môže zmeniť súčet radu:

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady úzko súvisia s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady zovšeobecňujú pojem sčítavania na nekonečný počet sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom (nekonečným) číselným radom (stručne radom) nazývame

nekonečný súčet $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots.$ [Rad je jednoznačne určený postupnosťou $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$.]

- Pre sčítavanie nekonečného počtu sčítancov neplatia všetky pravidlá platné pre konečné počty sčítancov.

Napríklad vo všeobecnosti neplatí asociatívny zákon.

- Uvažujme číselný rad $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots.$

  Pridaním alebo výmenou zátvoriek sa môže zmeniť súčet radu:

- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = \Bigg\{$

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady úzko súvisia s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady zovšeobecňujú pojem sčítavania na nekonečný počet sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom (nekonečným) číselným radom (stručne radom) nazývame

nekonečný súčet $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots.$$ [Rad je jednoznačne určený postupnosťou $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$.]

- Pre sčítavanie nekonečného počtu sčítancov neplatia všetky pravidlá platné pre konečné počty sčítancov.

Napríklad vo všeobecnosti neplatí asociatívny zákon.

- Uvažujme číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots.$

Pridaním alebo výmenou zátvoriek sa môže zmeniť súčet radu:

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = \begin{cases} \bullet\ (1-1) + (1-1) + (1-1) + \cdots = 0 + 0 + 0 + \cdots = 0, \\ \bullet \end{cases}$

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady úzko súvisia s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady zovšeobecňujú pojem sčítavania na nekonečný počet sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom (nekonečným) číselným radom (stručne radom) nazývame

nekonečný súčet $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots.$ [Rad je jednoznačne určený postupnosťou $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$.]

- Pre sčítavanie nekonečného počtu sčítancov neplatia všetky pravidlá platné pre konečné počty sčítancov.

Napríklad vo všeobecnosti neplatí asociatívny zákon.

- Uvažujme číselný rad $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots.$

  Pridaním alebo výmenou zátvoriek sa môže zmeniť súčet radu:

- $$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = \begin{cases} \bullet\ (1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots = 0+0+0+\cdots = 0, \\ \bullet\ 1+(-1+1)+(-1+1)+\cdots = 1+0+0+\cdots = 1. \end{cases}$$

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady úzko súvisia s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady zovšeobecňujú pojem sčítavania na nekonečný počet sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom (nekonečným) číselným radom (stručne radom) nazývame

nekonečný súčet $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots.$ [Rad je jednoznačne určený postupnosťou $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$.]

- Pre sčítavanie nekonečného počtu sčítancov neplatia všetky pravidlá platné pre konečné počty sčítancov.

Napríklad vo všeobecnosti neplatí asociatívny zákon.

- Uvažujme číselný rad $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots.$

  Pridaním alebo výmenou zátvoriek sa môže zmeniť súčet radu:

- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}$? $\begin{cases} \bullet\ (1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots = 0+0+0+\cdots = 0, \\ \bullet\ 1+(-1+1)+(-1+1)+\cdots = 1+0+0+\cdots = 1. \end{cases}$

Základné vlastnosti – Postupnosť čiastočných súčtov

Uvažujme rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots.$

Základné vlastnosti – Postupnosť čiastočných súčtov

Uvažujme rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots.$

Pre každé $n \in N$ nazývame:

Základné vlastnosti – Postupnosť čiastočných súčtov

Uvažujme rad $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n}_{\displaystyle s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k} + a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots.$

Pre každé $n \in N$ nazývame:

- $\displaystyle s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ (konečný súčet) n-tým čiastočným súčtom radu $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Základné vlastnosti – Postupnosť čiastočných súčtov

Uvažujme rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n + \underbrace{a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots}_{r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k}.$

Pre každé $n \in N$ nazývame:

- $r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \cdots$ (nekonečný súčet) n-tým zvyškom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Základné vlastnosti – Postupnosť čiastočných súčtov

Uvažujme rad $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n}_{s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k} + \underbrace{a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots}_{r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k}.$

Pre každé $n \in N$ nazývame:

- $s_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ (konečný súčet) n-tým čiastočným súčtom radu $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- $r_n = \displaystyle\sum_{k=n+1}^{\infty} a_k = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \cdots$ (nekonečný súčet) n-tým zvyškom radu $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Základné vlastnosti – Postupnosť čiastočných súčtov

Uvažujme rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n}_{s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k} + \underbrace{a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots}_{r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k}.$

Pre každé $n \in N$ nazývame:

- $s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ (konečný súčet) n-tým čiastočným súčtom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- $r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \cdots$ (nekonečný súčet) n-tým zvyškom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Postupnosťou čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame

Základné vlastnosti – Postupnosť čiastočných súčtov

Uvažujme rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n}_{s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k} + \underbrace{a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots}_{r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k}.$

Pre každé $n \in N$ nazývame:

- $s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ (konečný súčet) n-tým čiastočným súčtom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- $r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \cdots$ (nekonečný súčet) n-tým zvyškom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Postupnosťou čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame

postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ pre $n \in N$.

Základné vlastnosti – Postupnosť čiastočných súčtov

Uvažujme rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n}_{s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k} + \underbrace{a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots}_{r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k}.$

Pre každé $n \in N$ nazývame:

- $s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ (konečný súčet) n-tým čiastočným súčtom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- $r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \cdots$ (nekonečný súčet) n-tým zvyškom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Postupnosťou čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame

postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ pre $n \in N$.

- Z definície vyplýva, že pre všetky $n \in N$ platí

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_n + r_n$$

Základné vlastnosti – Postupnosť čiastočných súčtov

Uvažujme rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n}_{s_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k} + \underbrace{a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots}_{r_n = \sum\limits_{k=n+1}^{\infty} a_k}.$

Pre každé $n \in N$ nazývame:

- $s_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ (konečný súčet) n-tým čiastočným súčtom radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.
- $r_n = \sum\limits_{k=n+1}^{\infty} a_k = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \cdots$ (nekonečný súčet) n-tým zvyškom radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

Postupnosťou čiastočných súčtov radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame

postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ pre $n \in N$.

- Z definície vyplýva, že pre všetky $n \in N$ platí

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_n + r_n = \sum_{k=1}^{n} a_n + \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k$$

Základné vlastnosti – Postupnosť čiastočných súčtov

Uvažujme rad $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n}_{s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k} + \underbrace{a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots}_{r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k}.$

Pre každé $n \in N$ nazývame:

- $s_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ (konečný súčet) n-tým čiastočným súčtom radu $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- $r_n = \displaystyle\sum_{k=n+1}^{\infty} a_k = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \cdots$ (nekonečný súčet) n-tým zvyškom radu $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Postupnosťou čiastočných súčtov radu $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame

postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ pre $n \in N$.

- Z definície vyplýva, že pre všetky $n \in N$ platí

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_n + r_n = \sum_{k=1}^{n} a_n + \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k = \sum_{k=1}^{n} a_n + \sum_{k=1}^{\infty} a_{n+k}.$$

Základné vlastnosti – Konvergencia, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má **súčet** $s \in R^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

Základné vlastnosti – Konvergencia, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má **súčet** $s \in R^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n\to\infty} s_n = s$,

Základné vlastnosti – Konvergencia, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má **súčet** $s \in R^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n\to\infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = s$.

Základné vlastnosti – Konvergencia, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má **súčet $s \in R^*$**, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n\to\infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = s$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \begin{cases} s \in R \\ \pm\infty \\ \nexists \end{cases}$$

Základné vlastnosti – Konvergencia, divergencia, súčet radu

Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ má súčet $s \in R^*$, označenie $s = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim\limits_{n\to\infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = s$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \begin{cases} s \in R & \text{konečný súčet} \\ \pm\infty & \\ \nexists & \end{cases}$$

Základné vlastnosti – Konvergencia, divergencia, súčet radu

Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ má **súčet** $s \in R^*$, označenie $s = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim\limits_{n\to\infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = s.$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \begin{cases} s \in R & \text{konečný súčet} \\ \pm\infty & \text{nekonečný súčet} \\ \nexists & \end{cases}$$

Základné vlastnosti – Konvergencia, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má súčet $s \in R^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n\to\infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = s$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \begin{cases} s \in R \quad \text{konečný súčet} \\ \pm\infty \quad \text{nekonečný súčet} \\ \nexists \end{cases}$$

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje k súčtu s

Základné vlastnosti – Konvergencia, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má súčet $s \in R^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n\to\infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = s$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \begin{cases} s \in R \text{ konečný súčet} & \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ konverguje k súčtu } s \\ \pm\infty \text{ nekonečný súčet} & \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ diverguje do } \pm\infty \\ \nexists & \end{cases}$$

Základné vlastnosti – Konvergencia, divergencia, súčet radu

Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ má súčet $s \in R^*$, označenie $s = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim\limits_{n\to\infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = s$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \begin{cases} s \in R \text{ konečný súčet} & \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \text{ konverguje k súčtu } s \\ \pm\infty \text{ nekonečný súčet} & \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \text{ diverguje do } \pm\infty \\ \nexists & \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \text{ osciluje} \end{cases}$$

Základné vlastnosti – Konvergencia, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má **súčet $s \in R^*$**, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n\to\infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = s.$

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n =$

- $s \in R$ — konečný súčet: $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje k súčtu s, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, resp. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s$
- $\pm\infty$ — nekonečný súčet: $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje do $\pm\infty$, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \pm\infty$, resp. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \pm\infty$
- $\nexists$ — $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ osciluje

Základné vlastnosti – Konvergencia, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má súčet $s \in R^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n\to\infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = s$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n =$

$s \in R$ konečný súčet	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje k súčtu s; označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ resp. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s$	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje
$\pm\infty$ nekonečný súčet	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje do $\pm\infty$; označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \pm\infty$ resp. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \pm\infty$	
$\nexists$	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ osciluje	

Základné vlastnosti – Konvergencia, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má súčet $s \in R^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n\to\infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = s$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n =$$

- $s \in R$ konečný súčet: $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje k súčtu s, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ resp. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s$ — $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje
- $\pm\infty$ nekonečný súčet: $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje do $\pm\infty$, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \pm\infty$ resp. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \pm\infty$ — $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje
- $\nexists$: $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ osciluje — $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje

Základné vlastnosti – Konvergencia, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má súčet $s \in R^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n\to\infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = s$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \begin{cases} s \in R \text{ konečný súčet} & \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ konverguje k súčtu } s, \text{ označenie } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s \text{ resp. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s \\ \pm\infty \text{ nekonečný súčet} & \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ diverguje do } \pm\infty, \text{ označenie } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \pm\infty \text{ resp. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \pm\infty \\ \nexists & \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ osciluje} \end{cases}$$

Prvý prípad: $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$

Druhý a tretí prípad: $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \not\longrightarrow$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots.$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots.$
- $s_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N.$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$.
- $s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N$.

Označme $s_0 = 0$,

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$.
- $s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N$.

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

- $s_1 = a_1 = s_0 + a_1$.

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$.
- $s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N$.

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

- $s_1 = a_1 = s_0 + a_1$. $\Leftrightarrow$ • $a_1 = s_1 - s_0$.

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots.$
- $s_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N.$

Označme $s_0 = 0,$ potom platí:

- $s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$ $\Leftrightarrow$ • $a_1 = s_1 - s_0.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots.$
- $s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N.$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

- $s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$ $\Leftrightarrow$ • $a_1 = s_1 - s_0.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$ $\Leftrightarrow$ • $a_2 = s_2 - s_1.$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots.$
- $s_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N.$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

- $s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$ $\Leftrightarrow$ • $a_1 = s_1 - s_0.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$ $\Leftrightarrow$ • $a_2 = s_2 - s_1.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$.
- $s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N$.

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

- $s_1 = a_1 = s_0 + a_1$. $\Leftrightarrow$ • $a_1 = s_1 - s_0$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2$. $\Leftrightarrow$ • $a_2 = s_2 - s_1$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3$. $\Leftrightarrow$ • $a_3 = s_3 - s_2$.

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$.
- $s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N$.

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

- $s_1 = a_1 = s_0 + a_1$. $\Leftrightarrow$ • $a_1 = s_1 - s_0$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2$. $\Leftrightarrow$ • $a_2 = s_2 - s_1$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3$. $\Leftrightarrow$ • $a_3 = s_3 - s_2$.
- $s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4$.

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots .$
- $s_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N.$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

- $s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$ $\Leftrightarrow$ • $a_1 = s_1 - s_0.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$ $\Leftrightarrow$ • $a_2 = s_2 - s_1.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$ $\Leftrightarrow$ • $a_3 = s_3 - s_2.$
- $s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4.$ $\Leftrightarrow$ • $a_4 = s_4 - s_3.$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots.$
- $s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N.$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

- $s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$ $\Leftrightarrow$ $a_1 = s_1 - s_0.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$ $\Leftrightarrow$ $a_2 = s_2 - s_1.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$ $\Leftrightarrow$ $a_3 = s_3 - s_2.$
- $s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4.$ $\Leftrightarrow$ $a_4 = s_4 - s_3.$

...

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots.$
- $s_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N.$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

- $s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$ $\Leftrightarrow$ • $a_1 = s_1 - s_0.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$ $\Leftrightarrow$ • $a_2 = s_2 - s_1.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$ $\Leftrightarrow$ • $a_3 = s_3 - s_2.$
- $s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4.$ $\Leftrightarrow$ • $a_4 = s_4 - s_3.$

$\ldots$

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n = s_{n-1} + a_n.$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots.$
- $s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N.$

Označme $s_0 = 0,$ potom platí:

- $s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$ $\Leftrightarrow$ • $a_1 = s_1 - s_0.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$ $\Leftrightarrow$ • $a_2 = s_2 - s_1.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$ $\Leftrightarrow$ • $a_3 = s_3 - s_2.$
- $s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4.$ $\Leftrightarrow$ • $a_4 = s_4 - s_3.$

$\ldots$

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n = s_{n-1} + a_n.$ $\Leftrightarrow$ • $a_n = s_n - s_{n-1}$ pre $n \in N.$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots.$
- $s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N.$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

- $s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$ $\Leftrightarrow$ • $a_1 = s_1 - s_0.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$ $\Leftrightarrow$ • $a_2 = s_2 - s_1.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$ $\Leftrightarrow$ • $a_3 = s_3 - s_2.$
- $s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4.$ $\Leftrightarrow$ • $a_4 = s_4 - s_3.$

$\ldots$

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n = s_{n-1} + a_n.$ $\Leftrightarrow$ • $a_n = s_n - s_{n-1}$ pre $n \in N.$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots.$
- $s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N.$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

- $s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$ $\Leftrightarrow$ • $a_1 = s_1 - s_0.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$ $\Leftrightarrow$ • $a_2 = s_2 - s_1.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$ $\Leftrightarrow$ • $a_3 = s_3 - s_2.$
- $s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4.$ $\Leftrightarrow$ • $a_4 = s_4 - s_3.$

$\ldots$

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n = s_{n-1} + a_n.$ $\Leftrightarrow$ • $a_n = s_n - s_{n-1}$ pre $n \in N.$

Vzťah medzi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **vzájomne jednoznačný.**

$$s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k \qquad n \in N.$$

$$a_n = s_n - s_{n-1} \qquad n \in N, \qquad s_0 = 0.$$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots.$
- $s_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N.$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

- $s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$ $\Leftrightarrow$ • $a_1 = s_1 - s_0.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$ $\Leftrightarrow$ • $a_2 = s_2 - s_1.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$ $\Leftrightarrow$ • $a_3 = s_3 - s_2.$
- $s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4.$ $\Leftrightarrow$ • $a_4 = s_4 - s_3.$

$\ldots$

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n = s_{n-1} + a_n.$ $\Leftrightarrow$ • $a_n = s_n - s_{n-1}$ pre $n \in N.$

Vzťah medzi $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je vzájomne jednoznačný.

- Daný je rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n.$ $\Rightarrow$ • $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k$ pre $n \in N.$

$$a_n = s_n - s_{n-1} \qquad n \in N, \qquad s_0 = 0.$$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots.$
- $s_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n,\ n \in N.$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

- $s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$ $\Leftrightarrow$ • $a_1 = s_1 - s_0.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$ $\Leftrightarrow$ • $a_2 = s_2 - s_1.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$ $\Leftrightarrow$ • $a_3 = s_3 - s_2.$
- $s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4.$ $\Leftrightarrow$ • $a_4 = s_4 - s_3.$

$\ldots$

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n = s_{n-1} + a_n.$ $\Leftrightarrow$ • $a_n = s_n - s_{n-1}$ pre $n \in N.$

Vzťah medzi $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je vzájomne jednoznačný.

- Daný je rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n.$ $\Rightarrow$ • $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum\limits_{k=1}^{n} a_k$ pre $n \in N.$
- Daná je postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}.$ $\Rightarrow$ • $a_n = s_n - s_{n-1}$ pre $n \in N$, kde $s_0 = 0.$

Základné vlastnosti – Nutná podmienka konvergencie radu

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (číselný rad konverguje). [Nutná podmienka konvergencie radu – NP.]

Základné vlastnosti – Nutná podmienka konvergencie radu

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (číselný rad konverguje). [Nutná podmienka konvergencie radu – NP.]

$\Rightarrow$ • $\lim_{n\to\infty} a_n = 0.$ [$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.$]

Základné vlastnosti – Nutná podmienka konvergencie radu

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (číselný rad konverguje). [Nutná podmienka konvergencie radu – NP.]

$\Rightarrow$ • $\lim_{n\to\infty} a_n = 0.$ [$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.]

Dôkaz.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje),

Základné vlastnosti – Nutná podmienka konvergencie radu

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (číselný rad konverguje). [Nutná podmienka konvergencie radu – NP.]

$\Rightarrow$ • $\lim_{n\to\infty} a_n = 0.$ $[\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.]$

Dôkaz.

• $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje), t. j. existuje $s \in R$ také, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s.$

Základné vlastnosti – Nutná podmienka konvergencie radu

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (číselný rad konverguje). [Nutná podmienka konvergencie radu – NP.]

$\Rightarrow$ • $\lim_{n\to\infty} a_n = 0.$ [$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.$]

Dôkaz.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje), t. j. existuje $s \in R$ také, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s.$
- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = s_n - s_{n-1}.$

Základné vlastnosti – Nutná podmienka konvergencie radu

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (číselný rad konverguje). [Nutná podmienka konvergencie radu – NP.]

$\Rightarrow$ • $\lim_{n\to\infty} a_n = 0.$ [$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.$]

Dôkaz.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje), t. j. existuje $s \in R$ také, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s.$
- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = s_n - s_{n-1}.$

$\Rightarrow$ • $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} (s_n - s_{n-1})$

Základné vlastnosti – Nutná podmienka konvergencie radu

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (číselný rad konverguje). [Nutná podmienka konvergencie radu – NP.]

$\Rightarrow$ • $\lim_{n\to\infty} a_n = 0.$ [$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.$]

Dôkaz.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje), t. j. existuje $s \in R$ také, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s.$
- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = s_n - s_{n-1}.$

$\Rightarrow$ • $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n - \lim_{n\to\infty} s_{n-1}$

Základné vlastnosti – Nutná podmienka konvergencie radu

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (číselný rad konverguje). [Nutná podmienka konvergencie radu – NP.]

$\Rightarrow$ • $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0.$ [$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.$]

Dôkaz.

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje), t. j. existuje $s \in R$ také, že $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = s.$
- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = s_n - s_{n-1}.$

$\Rightarrow$ • $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim\limits_{n\to\infty} s_n - \lim\limits_{n\to\infty} s_{n-1} = s - s = 0.$

Základné vlastnosti – Nutná podmienka konvergencie radu

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (číselný rad konverguje). [Nutná podmienka konvergencie radu – NP.]

$\Rightarrow$ • $\lim_{n\to\infty} a_n = 0.$ [$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.$]

Dôkaz.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje), t. j. existuje $s \in R$ také, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s.$
- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = s_n - s_{n-1}.$

$\Rightarrow$ • $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n - \lim_{n\to\infty} s_{n-1} = s - s = 0.$

Tvrdenie sa nedá obrátiť.

Základné vlastnosti – Nutná podmienka konvergencie radu

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (číselný rad konverguje). [Nutná podmienka konvergencie radu – NP.]

$\Rightarrow$ • $\lim_{n\to\infty} a_n = 0.$ [$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.]

Dôkaz.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje), t. j. existuje $s \in R$ také, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s.$
- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = s_n - s_{n-1}.$

$\Rightarrow$ • $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n - \lim_{n\to\infty} s_{n-1} = s - s = 0.$

Tvrdenie sa nedá obrátiť. • Zo vzťahu $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ nevyplýva $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow.$

Základné vlastnosti – Nutná podmienka konvergencie radu

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (číselný rad konverguje). [Nutná podmienka konvergencie radu – NP.]

$\Rightarrow$ • $\lim_{n\to\infty} a_n = 0.$ [$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.$]

Dôkaz.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje), t. j. existuje $s \in R$ také, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s.$
- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = s_n - s_{n-1}.$

$\Rightarrow$ • $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n - \lim_{n\to\infty} s_{n-1} = s - s = 0.$

Tvrdenie sa nedá obrátiť. • Zo vzťahu $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ nevyplýva $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow.$

Existuje $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$ alebo nexistuje $\lim_{n\to\infty} a_n.$ [Neplatí $\lim_{n\to\infty} a_n = 0.$]

Základné vlastnosti – Nutná podmienka konvergencie radu

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (číselný rad konverguje). [Nutná podmienka konvergencie radu – NP.]

$\Rightarrow$ • $\lim_{n\to\infty} a_n = 0.$ [$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.$]

Dôkaz.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje), t. j. existuje $s \in R$ také, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s.$
- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = s_n - s_{n-1}.$

$\Rightarrow$ • $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n - \lim_{n\to\infty} s_{n-1} = s - s = 0.$

Tvrdenie sa nedá obrátiť. • Zo vzťahu $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ nevyplýva $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow.$

Existuje $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$ alebo nexistuje $\lim_{n\to\infty} a_n.$ [Neplatí $\lim_{n\to\infty} a_n = 0.$]

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \not\longrightarrow.$ [Rad diverguje, t. j. diverguje do $\pm\infty$ alebo osciluje.]

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

[Kritéria konvergencie radov v nasledujúcej časti.]

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

  [Kritéria konvergencie radov v nasledujúcej časti.]

- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie (postupnosti, resp. radu).

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

[Kritéria konvergencie radov v nasledujúcej časti.]

- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie (postupnosti, resp. radu).

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow$ (postupnosť konverguje). [Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie postupnosti.]

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje). [Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie radu.]

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

[Kritéria konvergencie radov v nasledujúcej časti.]

- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie (postupnosti, resp. radu).

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow$ (postupnosť konverguje). [Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie postupnosti.]

$\Leftrightarrow$ • Pre všetky $\varepsilon > 0$ existuje $n_0 \in N$ také,

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje). [Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie radu.]

$\Leftrightarrow$ • Pre všetky $\varepsilon > 0$ existuje $n_0 \in N$ také,

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

[Kritéria konvergencie radov v nasledujúcej časti.]

- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie (postupnosti, resp. radu).

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow$ (postupnosť konverguje). [Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie postupnosti.]

$\Leftrightarrow$ • Pre všetky $\varepsilon > 0$ existuje $n_0 \in N$ také, že pre všetky $m,n \in N$, $n \geq n_0$, $m \geq n_0$ platí $|s_m - s_n| < \varepsilon$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje). [Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie radu.]

$\Leftrightarrow$ • Pre všetky $\varepsilon > 0$ existuje $n_0 \in N$ také,

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

[Kritéria konvergencie radov v nasledujúcej časti.]

- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie (postupnosti, resp. radu).

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow$ (postupnosť konverguje). [Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie postupnosti.]

$\Leftrightarrow$ • Pre všetky $\varepsilon > 0$ existuje $n_0 \in N$ také, že pre všetky $m, n \in N$, $n \geq n_0$, $m \geq n_0$ platí $|s_m - s_n| < \varepsilon$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje). [Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie radu.]

$\Leftrightarrow$ • Pre všetky $\varepsilon > 0$ existuje $n_0 \in N$ také, že pre všetky $k, n \in N$, $n \geq n_0$ platí $|a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}| < \varepsilon$.

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

[Kritéria konvergencie radov v nasledujúcej časti.]

- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie (postupnosti, resp. radu).

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow$ (postupnosť konverguje). [Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie postupnosti.]

$\Leftrightarrow$ • Pre všetky $\varepsilon > 0$ existuje $n_0 \in N$ také, že pre všetky $m, n \in N$, $n \geq n_0$, $m \geq n_0$ platí $|s_m - s_n| < \varepsilon$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje). [Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie radu.]

$\Leftrightarrow$ • Pre všetky $\varepsilon > 0$ existuje $n_0 \in N$ také,

že pre všetky $k, n \in N$, $n \geq n_0$ platí $|a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}| < \varepsilon$.

- Ak položíme $m = n + k$, potom platí

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

[Kritéria konvergencie radov v nasledujúcej časti.]

- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie (postupnosti, resp. radu).

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow$ (postupnosť konverguje). [Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie postupnosti.]

$\Leftrightarrow$ • Pre všetky $\varepsilon > 0$ existuje $n_0 \in N$ také, že pre všetky $m, n \in N$, $n \geq n_0$, $m \geq n_0$ platí $|s_m - s_n| < \varepsilon$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje). [Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie radu.]

$\Leftrightarrow$ • Pre všetky $\varepsilon > 0$ existuje $n_0 \in N$ také,

že pre všetky $k, n \in N$, $n \geq n_0$ platí $|a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}| < \varepsilon$.

- Ak položíme $m = n + k$, potom platí

$$|s_m - s_n| = |s_{n+k} - s_n|$$

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

[Kritéria konvergencie radov v nasledujúcej časti.]

- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie (postupnosti, resp. radu).

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow$ (postupnosť konverguje). [Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie postupnosti.]

$\Leftrightarrow$ • Pre všetky $\varepsilon > 0$ existuje $n_0 \in N$ také, že pre všetky $m, n \in N$, $n \geq n_0$, $m \geq n_0$ platí $|s_m - s_n| < \varepsilon$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje). [Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie radu.]

$\Leftrightarrow$ • Pre všetky $\varepsilon > 0$ existuje $n_0 \in N$ také,
že pre všetky $k, n \in N$, $n \geq n_0$ platí $|a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}| < \varepsilon$.

- Ak položíme $m = n + k$, potom platí

$$|s_m - s_n| = |s_{n+k} - s_n|$$
$$= |(a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}) - (a_1 + a_2 + \cdots + a_n)|$$

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

[Kritéria konvergencie radov v nasledujúcej časti.]

- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie (postupnosti, resp. radu).

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow$ (postupnosť konverguje). [Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie postupnosti.]

$\Leftrightarrow$ • Pre všetky $\varepsilon > 0$ existuje $n_0 \in N$ také, že pre všetky $m,n \in N$, $n \geq n_0$, $m \geq n_0$ platí $|s_m - s_n| < \varepsilon$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje). [Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie radu.]

$\Leftrightarrow$ • Pre všetky $\varepsilon > 0$ existuje $n_0 \in N$ také,
že pre všetky $k,n \in N$, $n \geq n_0$ platí $|a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}| < \varepsilon$.

- Ak položíme $m = n + k$, potom platí

$$|s_m - s_n| = |s_{n+k} - s_n|$$
$$= |(a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}) - (a_1 + a_2 + \cdots + a_n)|$$

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

[Kritéria konvergencie radov v nasledujúcej časti.]

- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie (postupnosti, resp. radu).

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow$ (postupnosť konverguje). [Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie postupnosti.]

$\Leftrightarrow$ • Pre všetky $\varepsilon > 0$ existuje $n_0 \in N$ také, že pre všetky $m, n \in N$, $n \geq n_0$, $m \geq n_0$ platí $|s_m - s_n| < \varepsilon$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje). [Cauchy–Bolzanov princíp konvergencie radu.]

$\Leftrightarrow$ • Pre všetky $\varepsilon > 0$ existuje $n_0 \in N$ také, že pre všetky $k, n \in N$, $n \geq n_0$ platí $|a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}| < \varepsilon$.

- Ak položíme $m = n + k$, potom platí

$$|s_m - s_n| = |s_{n+k} - s_n|$$
$$= |(a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}) - (a_1 + a_2 + \cdots + a_n)|$$
$$= |a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}| < \varepsilon.$$

Základné vlastnosti – Operácie s radmi

- Súčtom a rozdielom radov $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$, nazývame rady $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$.

Základné vlastnosti – Operácie s radmi

- Súčtom a rozdielom radov $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, nazývame rady $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$.
- Násobkom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ číslom $c \in R$ nazývame rad $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n$.

Základné vlastnosti – Operácie s radmi

- Súčtom a rozdielom radov $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, nazývame rady $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$.
- Násobkom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ číslom $c \in R$ nazývame rad $\sum_{n=1}^{\infty} c a_n$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = t$ sú číselné postupnosti, $s, t \in R^*$, $c \in R$ (reálne číslo).

Základné vlastnosti – Operácie s radmi

- Súčtom a rozdielom radov $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, nazývame rady $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$.
- Násobkom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ číslom $c \in R$ nazývame rad $\sum_{n=1}^{\infty} c a_n$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = t$ sú číselné postupnosti, $s, t \in R^*$, $c \in R$ (reálne číslo).

$\Longrightarrow$ (Pokiaľ majú dané výrazy zmysel.)

Základné vlastnosti – Operácie s radmi

- **Súčtom** a **rozdielom** radov $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, nazývame rady $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$.
- **Násobkom** radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ číslom $c \in R$ nazývame rad $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = t$ sú číselné postupnosti, $s, t \in R^*$, $c \in R$ (reálne číslo).

$\Longrightarrow$ (Pokiaľ majú dané výrazy zmysel.)

- $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \pm \sum_{n=1}^{\infty} b_n = s \pm t$.

Základné vlastnosti – Operácie s radmi

- **Súčtom** a **rozdielom** radov $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, nazývame rady $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$.
- **Násobkom** radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ číslom $c \in R$ nazývame rad $\sum_{n=1}^{\infty} c a_n$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = t$ sú číselné postupnosti, $s, t \in R^*$, $c \in R$ (reálne číslo).

$\Longrightarrow$ (Pokiaľ majú dané výrazy zmysel.)

- $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \pm \sum_{n=1}^{\infty} b_n = s \pm t$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} c a_n = c \sum_{n=1}^{\infty} a_n = cs$.

Základné vlastnosti – Operácie s radmi

- Súčtom a rozdielom radov $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$, nazývame rady $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$.
- Násobkom radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ číslom $c \in R$ nazývame rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} ca_n$.

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = s$, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = t$ sú číselné postupnosti, $s, t \in R^*$, $c \in R$ (reálne číslo).

$\Longrightarrow$ (Pokiaľ majú dané výrazy zmysel.)

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \pm \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = s \pm t.$
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} ca_n = c \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = cs.$

Opačné tvrdenie neplatí.

Základné vlastnosti – Operácie s radmi

- **Súčtom** a **rozdielom** radov $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, nazývame rady $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$.
- **Násobkom** radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ číslom $c \in R$ nazývame rad $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = t$ sú číselné postupnosti, $s, t \in R^*$, $c \in R$ (reálne číslo).

$\Longrightarrow$ (Pokiaľ majú dané výrazy zmysel.)

- $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \pm \sum_{n=1}^{\infty} b_n = s \pm t.$
- $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n = c \sum_{n=1}^{\infty} a_n = cs.$

Opačné tvrdenie neplatí.

- Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} \left[(-1)^n + (-1)^{n+1}\right] = \sum_{n=1}^{\infty} 0 \longrightarrow 0$ (konverguje).
- Rozdiel $\sum_{n=1}^{\infty} [(n+1) - n] = \sum_{n=1}^{\infty} 1 \longrightarrow 1$ (konverguje).
- Súčin skalárom $\sum_{n=1}^{\infty} [0 \cdot n] = \sum_{n=1}^{\infty} 0 \longrightarrow 0$ (konverguje).

Základné vlastnosti – Operácie s radmi

- **Súčtom** a **rozdielom** radov $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, nazývame rady $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$.
- **Násobkom** radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ číslom $c \in R$ nazývame rad $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = t$ sú číselné postupnosti, $s, t \in R^*$, $c \in R$ (reálne číslo).

$\Longrightarrow$ (Pokiaľ majú dané výrazy zmysel.)

- $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \pm \sum_{n=1}^{\infty} b_n = s \pm t$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n = c \sum_{n=1}^{\infty} a_n = cs$.

Opačné tvrdenie neplatí.

- Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} [(-1)^n + (-1)^{n+1}] = \sum_{n=1}^{\infty} 0 \longrightarrow 0$ (konverguje).
- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$, $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}$ oscilujú.
- Rozdiel $\sum_{n=1}^{\infty} [(n+1) - n] = \sum_{n=1}^{\infty} 1 \longrightarrow 1$ (konverguje).
- $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1) \longrightarrow \infty$, $\sum_{n=1}^{\infty} n \longrightarrow \infty$.
- Súčin skalárom $\sum_{n=1}^{\infty} [0 \cdot n] = \sum_{n=1}^{\infty} 0 \longrightarrow 0$ (konverguje).
- $0 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n = 0 \cdot \infty$ neexistuje.

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet,

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots = s \in R^*$ (číselný rad má súčet).

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots = s \in R^*$$ (číselný rad má súčet).

Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty} \subset N$ je rastúca.

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots = s \in R^*$ (číselný rad má súčet).

Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty} \subset N$ je rastúca. $\Rightarrow$

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + \cdots + a_{k_1}}_{c_1} + \underbrace{a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2}}_{c_2} + \cdots + \underbrace{a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n}}_{c_n} + \cdots$

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots = s \in R^*$$ (číselný rad má súčet).

Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty} \subset N$ je rastúca. $\Rightarrow$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + \cdots + a_{k_1}}_{c_1} + \underbrace{a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2}}_{c_2} + \cdots + \underbrace{a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n}}_{c_n} + \cdots$$
  $$= \underbrace{(a_1 + \cdots + a_{k_1})}_{c_1} + \underbrace{(a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2})}_{c_2} + \cdots + \underbrace{(a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n})}_{c_n} + \cdots$$

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots = s \in R^*$$ (číselný rad má súčet).

Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty} \subset N$ je rastúca. $\Rightarrow$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + \cdots + a_{k_1}}_{c_1} + \underbrace{a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2}}_{c_2} + \cdots + \underbrace{a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n}}_{c_n} + \cdots$$
  $$= \underbrace{(a_1 + \cdots + a_{k_1})}_{c_1} + \underbrace{(a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2})}_{c_2} + \cdots + \underbrace{(a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n})}_{c_n} + \cdots$$
  $$= c_1 + c_2 + \cdots + c_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} c_n$$

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots = s \in R^*$$ (číselný rad má súčet).

Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty} \subset N$ je rastúca. $\Rightarrow$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + \cdots + a_{k_1}}_{c_1} + \underbrace{a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2}}_{c_2} + \cdots + \underbrace{a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n}}_{c_n} + \cdots$$
$$= (\underbrace{a_1 + \cdots + a_{k_1}}_{c_1}) + (\underbrace{a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2}}_{c_2}) + \cdots + (\underbrace{a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n}}_{c_n}) + \cdots$$
$$= c_1 + c_2 + \cdots + c_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} c_n = s.$$

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots = s \in R^*$$ (číselný rad má súčet).

Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty} \subset N$ je rastúca. $\Rightarrow$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + \cdots + a_{k_1}}_{c_1} + \underbrace{a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2}}_{c_2} + \cdots + \underbrace{a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n}}_{c_n} + \cdots$$
$$= \underbrace{(a_1 + \cdots + a_{k_1})}_{c_1} + \underbrace{(a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2})}_{c_2} + \cdots + \underbrace{(a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n})}_{c_n} + \cdots$$
$$= c_1 + c_2 + \cdots + c_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} c_n = s.$$

- Z radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ vynecháme všetky nulové členy.

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots = s \in R^*$$ (číselný rad má súčet).

Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty} \subset N$ je rastúca. $\Rightarrow$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + \cdots + a_{k_1}}_{c_1} + \underbrace{a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2}}_{c_2} + \cdots + \underbrace{a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n}}_{c_n} + \cdots$$
$$= \underbrace{(a_1 + \cdots + a_{k_1})}_{c_1} + \underbrace{(a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2})}_{c_2} + \cdots + \underbrace{(a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n})}_{c_n} + \cdots$$
$$= c_1 + c_2 + \cdots + c_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} c_n = s.$$

- Z radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ vynecháme všetky nulové členy.
- Do radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ vložíme ľubovoľný (aj spočítateľný) počet nulových členov.

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots = s \in R^*$ (číselný rad má súčet).

Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty} \subset N$ je rastúca. $\Rightarrow$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + \cdots + a_{k_1}}_{c_1} + \underbrace{a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2}}_{c_2} + \cdots + \underbrace{a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n}}_{c_n} + \cdots$$
$$= \underbrace{(a_1 + \cdots + a_{k_1})}_{c_1} + \underbrace{(a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2})}_{c_2} + \cdots + \underbrace{(a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n})}_{c_n} + \cdots$$
$$= c_1 + c_2 + \cdots + c_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} c_n = s.$$

- Z radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ vynecháme všetky nulové členy. $\Rightarrow$ • Súčet radu sa nezmení.
- Do radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ vložíme ľubovoľný (aj spočítateľný) počet nulových členov. $\Rightarrow$ • Súčet radu sa nezmení.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 1$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0$

Pre všetky $n \in N$ platí:

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 1$

Pre všetky $n \in N$ platí:

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = 0$.

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 1$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1$.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = 0$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = 0 + 0 = 0$.

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 1$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = 0$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = 0 + 0 = 0$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 0 + 0 + 0 = 0$.

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 1$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 1 + 1 = 3$.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = 0$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = 0 + 0 = 0$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 0 + 0 + 0 = 0$.

...

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 1$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 1 + 1 = 3$.

...

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = 0.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = 0 + 0 = 0.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 0 + 0 + 0 = 0.$
- $\ldots$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0.$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 1$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 1 + 1 = 3.$
- $\ldots$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 1 + 1 + \cdots + 1 = n.$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = 0$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = 0 + 0 = 0$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 0 + 0 + 0 = 0$.

...

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} 0$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 1$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 1 + 1 = 3$.

...

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 1 + 1 + \cdots + 1 = n$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} 1$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = 0$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = 0 + 0 = 0$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 0 + 0 + 0 = 0$.

...

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0$.

$\Rightarrow$
- $\sum_{n=1}^{\infty} 0 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 1$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 1 + 1 = 3$.

...

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 1 + 1 + \cdots + 1 = n$.

$\Rightarrow$
- $\sum_{n=1}^{\infty} 1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} 0 = 0.$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = 0.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = 0 + 0 = 0.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 0 + 0 + 0 = 0.$

...

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0.$

$\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 0 = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} 0 = 0.$

Vypočítajte súčet radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} 1 = \infty.$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 1 + 1 = 3.$

...

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 1 + 1 + \cdots + 1 = n.$

$\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} 1 = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} n = \infty.$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)$

Pre všetky $n \in N$ platí:

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1$.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2$.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2$.

$\ldots$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2.$ $\ldots$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -1 - 1 - \cdots - 1 = -n.$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2$.

...

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -1 - 1 - \cdots - 1 = -n$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2.$

$\ldots$

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -1 - 1 - \cdots - 1 = -n.$

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty$.

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2$.

...

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -1 - 1 - \cdots - 1 = -n$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (-n) = -\infty$.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty.$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2.$ ...
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -1 - 1 - \cdots - 1 = -n.$

$\Rightarrow$
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} (-n) = -\infty.$

Vypočítajte súčet radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty.$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1.$ • $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2.$ ...
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -1 - 1 - \cdots - 1 = -n.$

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (-n) = -\infty.$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in N$ platí

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty.$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2.$ ...
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -1 - 1 - \cdots - 1 = -n.$

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (-n) = -\infty.$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in N$ platí $s_1 = -1$ $= -1$

- $s_1 = -1.$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty$.

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2$.
- ...
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -1 - 1 - \cdots - 1 = -n$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (-n) = -\infty$.

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in N$ platí

$s_2 = -1 + 1 \quad = \quad 0$

- $s_1 = -1$.
- $s_2 = s_1 + 1 = 0$.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty.$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2.$ ...
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -1 - 1 - \cdots - 1 = -n.$

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (-n) = -\infty.$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in N$ platí $s_3 = -1 + 1 - 1$ $= -1$

- $s_1 = -1.$
- $s_2 = s_1 + 1 = 0.$
- $s_3 = s_2 - 1 = -1.$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty.$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2.$ $\quad \ldots$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -1 - 1 - \cdots - 1 = -n.$

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (-n) = -\infty.$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in N$ platí $\quad s_4 = -1 + 1 - 1 + 1 \quad = \quad 0$

- $s_1 = -1.$
- $s_2 = s_1 + 1 = 0.$
- $s_3 = s_2 - 1 = -1.$
- $s_4 = s_3 + 1 = 0.$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty.$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2.$

...

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -1 - 1 - \cdots - 1 = -n.$

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (-n) = -\infty.$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = -1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$

- $s_1 = -1.$
- $s_2 = s_1 + 1 = 0.$
- $s_3 = s_2 - 1 = -1.$
- $s_4 = s_3 + 1 = 0.$

...

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty.$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2.$ ...
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -1 - 1 - \cdots - 1 = -n.$

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (-n) = -\infty.$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = -1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \cdots \quad = \quad 0$

- $s_1 = -1.$
- $s_2 = s_1 + 1 = 0.$
- $s_3 = s_2 - 1 = -1.$
- $s_4 = s_3 + 1 = 0.$ ...
- $s_n = s_{n-1} + 1 = 0$ pre n párne.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty.$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2.$ ...
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -1 - 1 - \cdots - 1 = -n.$

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (-n) = -\infty.$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = -1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots \quad = -1$

- $s_1 = -1.$
- $s_2 = s_1 + 1 = 0.$
- $s_3 = s_2 - 1 = -1.$
- $s_4 = s_3 + 1 = 0.$ ...
- $s_n = s_{n-1} + 1 = 0$ pre n párne.
- $s_n = s_{n-1} - 1 = -1$ pre n nepárne.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty.$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2.$ ...
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -1 - 1 - \cdots - 1 = -n.$

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (-n) = -\infty.$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in N$ platí

- $s_1 = -1.$
- $s_2 = s_1 + 1 = 0.$
- $s_3 = s_2 - 1 = -1.$
- $s_4 = s_3 + 1 = 0.$ ...
- $s_n = s_{n-1} + 1 = 0$ pre n párne.
- $s_n = s_{n-1} - 1 = -1$ pre n nepárne.

$\Rightarrow \{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{-1, 0, -1, 0, -1, 0, \ldots\}$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty.$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2.$ $\ldots$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -1 - 1 - \cdots - 1 = -n.$

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (-n) = -\infty.$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in N$ platí

- $s_1 = -1.$
- $s_2 = s_1 + 1 = 0.$
- $s_3 = s_2 - 1 = -1.$
- $s_4 = s_3 + 1 = 0.$ $\ldots$
- $s_n = s_{n-1} + 1 = 0$ pre n párne.
- $s_n = s_{n-1} - 1 = -1$ pre n nepárne.

$\Rightarrow \{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{-1, 0, -1, 0, -1, 0, \ldots\}$ má dva hromadné body 0 a -1.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty.$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2.$ ...
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = -1 - 1 - \cdots - 1 = -n.$

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (-n) = -\infty.$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n.$ Súčet neexistuje (rad osciluje).

Pre všetky $n \in N$ platí

- $s_1 = -1.$
- $s_2 = s_1 + 1 = 0.$
- $s_3 = s_2 - 1 = -1.$
- $s_4 = s_3 + 1 = 0.$ ...
- $s_n = s_{n-1} + 1 = 0$ pre n párne.
- $s_n = s_{n-1} - 1 = -1$ pre n nepárne.

$\Rightarrow \{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{-1,0,-1,0,-1,0,\ldots\}$ má dva hromadné body 0 a -1. $\Rightarrow$ • $\lim_{n\to\infty} s_n$ neexistuje.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$

Pre všetky $n \in N$ platí:

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)}$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}. \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right).$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}.$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}.$ $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right).$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3}.$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) = 1 - \frac{1}{3}$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) = 1 - \frac{1}{4}$.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}. \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right).$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) = 1 - \frac{1}{3}.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) = 1 - \frac{1}{4}.$

$\ldots$

- $s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) = 1 - \frac{1}{3}$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) = 1 - \frac{1}{4}$.

  $\ldots$
- $s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n$

  $= (1-\frac{1}{2}) + (\frac{1}{2}-\frac{1}{3}) + (\frac{1}{3}-\frac{1}{4}) + \cdots + (\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1})$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}. \Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right).$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3}.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{4}.$

$\ldots$

- $s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n$

$$= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}. \Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right).$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3}.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{4}.$

$\ldots$

- $s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n$

$$= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3}$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{4}$.

  $\ldots$
- $s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n$

  $= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) = 1 - \frac{1}{3}$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) = 1 - \frac{1}{4}$.

  $\ldots$
- $s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n$

  $= (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1})$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}. \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right).$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) = 1 - \frac{1}{3}.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) = 1 - \frac{1}{4}.$

  $\ldots$
- $s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n$

  $= (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}) = 1 - \frac{1}{n}$ pre $n \in N.$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}. \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right).$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3}.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{4}.$

  $\ldots$
- $s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n$

  $= \left(1-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{n}$ pre $n \in N.$

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n\to\infty} s_n$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) = 1 - \frac{1}{3}$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) = 1 - \frac{1}{4}$.

$\ldots$

- $s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n$
$= (1-\frac{1}{2}) + (\frac{1}{2}-\frac{1}{3}) + (\frac{1}{3}-\frac{1}{4}) + \cdots + (\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}) = 1 - \frac{1}{n}$ pre $n \in N$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \cdots = 1.$

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}. \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right).$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3}.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{4}.$

  ...
- $s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n$

  $= \left(1-\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{n}$ pre $n \in N.$

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{\infty} = 1 - 0 = 1.$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$.

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$,

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2}$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}$.

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}$.
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2}$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}$.
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2}$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}$.
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \geq \underbrace{1 + \frac{0}{2}}_{s_1 \geq 1 + \frac{0}{2}} + \frac{1}{2}$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}$.
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \geq \underbrace{1 + \frac{0}{2}}_{s_1 \geq 1 + \frac{0}{2}} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$.

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \quad \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} \quad = 1 + \frac{0}{2}$.
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \quad \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \quad \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} \quad = 1 + \frac{1}{2}$.
- $s_{2^2} = s_4 = s_2 + \underbrace{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}_{\geq \frac{1}{4} + \frac{1}{4}}$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}.$
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}.$
- $s_{2^2} = s_4 = s_2 + \underbrace{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}_{\geq \frac{1}{4} + \frac{1}{4}} \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4}$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}$.
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$.
- $s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} \geq \underbrace{1 + \frac{1}{2}}_{s_2 \geq 1 + \frac{1}{2}} + \frac{1}{2}$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}.$
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}.$
- $s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} \geq \underbrace{1 + \frac{1}{2}}_{s_2 \geq 1 + \frac{1}{2}} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}.$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}$.
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$.
- $s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}$.
- $s_{2^3} = s_8 = s_4 + \underbrace{\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}}_{\geq \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}}$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}$.
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$.
- $s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}$.
- $s_{2^3} = s_8 = s_4 + \underbrace{\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}}_{\geq \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}} \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8}$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}$.
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$.
- $s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}$.
- $s_{2^3} = s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} \geq \underbrace{1 + \frac{2}{2}}_{s_4 \geq 1 + \frac{2}{2}} + \frac{1}{2}$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}.$
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}.$
- $s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}.$
- $s_{2^3} = s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} \geq \underbrace{1 + \frac{2}{2}}_{s_4 \geq 1 + \frac{2}{2}} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2}.$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}$.
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$.
- $s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}$.
- $s_{2^3} = s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2}$.

$\ldots$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}$.
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$.
- $s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}$.
- $s_{2^3} = s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2}$.

$\ldots$

- $s_{2^n} = s_{2^{n-1}} + \underbrace{\frac{1}{2^{n-1}+1} + \cdots + \frac{1}{2^n}}_{\geq \frac{1}{2^n} + \cdots + \frac{1}{2^n}}$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}$.
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$.
- $s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}$.
- $s_{2^3} = s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2}$.

$\ldots$

- $s_{2^n} = s_{2^{n-1}} + \underbrace{\frac{1}{2^{n-1}+1} + \cdots + \frac{1}{2^n}}_{\geq \frac{1}{2^n} + \cdots + \frac{1}{2^n}} \geq s_{2^{n-1}} + \frac{2^{n-1}}{2^n}$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}$.
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$.
- $s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}$.
- $s_{2^3} = s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2}$.

$\ldots$

- $s_{2^n} = s_{2^{n-1}} + \frac{1}{2^{n-1}+1} + \cdots + \frac{1}{2^n} \geq s_{2^{n-1}} + \frac{2^{n-1}}{2^n} \geq \underbrace{1 + \frac{n-1}{2}}_{s_{2^{n-1}} \geq 1 + \frac{n-1}{2}} + \frac{1}{2}$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}$.
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$.
- $s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}$.
- $s_{2^3} = s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2}$.

$\cdots$

- $s_{2^n} = s_{2^{n-1}} + \frac{1}{2^{n-1}+1} + \cdots + \frac{1}{2^n} \geq s_{2^{n-1}} + \frac{2^{n-1}}{2^n} \geq \underbrace{1 + \frac{n-1}{2}}_{s_{2^{n-1}} \geq 1 + \frac{n-1}{2}} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2}$.

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}$.
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$.
- $s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}$.
- $s_{2^3} = s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2}$.

$\ldots$

- $s_{2^n} = s_{2^{n-1}} + \frac{1}{2^{n-1}+1} + \cdots + \frac{1}{2^n} \geq s_{2^{n-1}} + \frac{2^{n-1}}{2^n} \geq 1 + \frac{n-1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2}$.

Pre podpostupnosť $\{s_{2^n}\}_{n=1}^{\infty}$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}$.
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$.
- $s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}$.
- $s_{2^3} = s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2}$.

$\ldots$

- $s_{2^n} = s_{2^{n-1}} + \frac{1}{2^{n-1}+1} + \cdots + \frac{1}{2^n} \geq s_{2^{n-1}} + \frac{2^{n-1}}{2^n} \geq 1 + \frac{n-1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2}$.

Pre podpostupnosť $\{s_{2^n}\}_{n=1}^{\infty}$ platí $\lim_{n\to\infty} s_{2^n} \geq \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{n}{2}\right) = \infty$.

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}$.
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$.
- $s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}$.
- $s_{2^3} = s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2}$.

$\ldots$

- $s_{2^n} = s_{2^{n-1}} + \frac{1}{2^{n-1}+1} + \cdots + \frac{1}{2^n} \geq s_{2^{n-1}} + \frac{2^{n-1}}{2^n} \geq 1 + \frac{n-1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2}$.

Pre podpostupnosť $\{s_{2^n}\}_{n=1}^{\infty}$ platí $\lim_{n\to\infty} s_{2^n} \geq \lim_{n\to\infty} (1 + \frac{n}{2}) = \infty$.

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_{2^n} = \infty$.

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}$.
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}$.
- $s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}$.
- $s_{2^3} = s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2}$.

$\ldots$

- $s_{2^n} = s_{2^{n-1}} + \frac{1}{2^{n-1}+1} + \cdots + \frac{1}{2^n} \geq s_{2^{n-1}} + \frac{2^{n-1}}{2^n} \geq 1 + \frac{n-1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2}$.

Pre podpostupnosť $\{s_{2^n}\}_{n=1}^{\infty}$ platí $\lim_{n\to\infty} s_{2^n} \geq \lim_{n\to\infty} (1 + \frac{n}{2}) = \infty$.

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_{2^n} = \infty$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_n = \infty$.

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots = \infty.$ [Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in N$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in N$ platí:

- $s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{0}{2}.$
- $s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}.$
- $s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}.$
- $s_{2^3} = s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2}.$

$\ldots$

- $s_{2^n} = s_{2^{n-1}} + \frac{1}{2^{n-1}+1} + \cdots + \frac{1}{2^n} \geq s_{2^{n-1}} + \frac{2^{n-1}}{2^n} \geq 1 + \frac{n-1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2}.$

Pre podpostupnosť $\{s_{2^n}\}_{n=1}^{\infty}$ platí $\lim_{n\to\infty} s_{2^n} \geq \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{n}{2}\right) = \infty.$

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_{2^n} = \infty. \Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_n = \infty. \Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \lim_{n\to\infty} s_n = \infty.$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n$ pre $n \in N$, $q \in R$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n$ pre $n \in N,\ q \in R$

- $q > 1.$
- $q = 1.$
- $q \in (-1; 1).$
- $q = -1.$
- $q < -1.$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n$ pre $n \in N,\ q \in R$

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^n = \infty$.
- $q = 1$.
- $q \in (-1; 1)$.
- $q = -1$.
- $q < -1$.

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n$ pre $n \in N,\ q \in R$

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$
- $q = 1$.
- $q \in (-1; 1)$.
- $q = -1$.
- $q < -1$.

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n$ pre $n \in N,\ q \in R$

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + q + \cdots + q^n)$
- $q = 1$.
- $q \in (-1; 1)$.
- $q = -1$.
- $q < -1$.

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n$ pre $n \in N,\ q \in R$

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + q + \cdots + q^n) = \infty.$
- $q = 1$.
- $q \in (-1; 1)$.
- $q = -1$.
- $q < -1$.

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $q > 1$.

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n$ pre $n \in N,\ q \in R$

- $q > 1.$ $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + q + \cdots + q^n) = \infty.$
- $q = 1.$ $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1$
- $q \in (-1; 1).$
- $q = -1.$
- $q < -1.$

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $q > 1.$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum\limits_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n$ pre $n \in N$, $q \in R$

- $q > 1.$ $\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} q^n = \infty.$ $\Rightarrow \sum\limits_{n=0}^{\infty} q^n = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} (1 + q + \cdots + q^n) = \infty.$
- $q = 1.$ $\Rightarrow \sum\limits_{n=0}^{\infty} q^n = \sum\limits_{n=0}^{\infty} 1 = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} (1 + \cdots + 1) = \lim\limits_{n\to\infty} n$
- $q \in (-1; 1).$
- $q = -1.$
- $q < -1.$

- $\sum\limits_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $q > 1.$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n$ pre $n \in N,\ q \in R$

- $q > 1.$ $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + q + \cdots + q^n) = \infty.$
- $q = 1.$ $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + \cdots + 1) = \lim_{n\to\infty} n = \infty.$
- $q \in (-1; 1).$
- $q = -1.$
- $q < -1.$

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $q \geq 1.$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n$ pre $n \in N,\ q \in R$

- $q > 1.$ $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + q + \cdots + q^n) = \infty.$
- $q = 1.$ $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + \cdots + 1) = \lim_{n\to\infty} n = \infty.$
- $q \in (-1; 1).$ $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^{n+1} = 0.$
- $q = -1.$
- $q < -1.$

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $q \geq 1.$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n$ pre $n \in N$, $q \in R$

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + q + \cdots + q^n) = \infty.$
- $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + \cdots + 1) = \lim_{n\to\infty} n = \infty.$
- $q \in (-1; 1)$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^{n+1} = 0. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$
- $q = -1$.
- $q < -1$.

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $q \geq 1$.

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ pre $n \in N,\ q \in R,\ q \neq 1.$

- $q > 1.$ $\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} (1 + q + \cdots + q^n) = \infty.$
- $q = 1.$ $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} (1 + \cdots + 1) = \lim\limits_{n\to\infty} n = \infty.$
- $q \in (-1; 1).$ $\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} q^{n+1} = 0. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{1-0}{1-q}$
- $q = -1.$
- $q < -1.$

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $q \geq 1.$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ pre $n \in N$, $q \in R$, $q \neq 1$.

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + q + \cdots + q^n) = \infty.$
- $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + \cdots + 1) = \lim_{n\to\infty} n = \infty.$
- $q \in (-1; 1)$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^{n+1} = 0. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{1-0}{1-q} = \frac{1}{1-q}.$
- $q = -1$.
- $q < -1$.

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $q \geq 1$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $q \in (-1; 1)$.

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ pre $n \in N,\ q \in R,\ q \neq 1.$

- $q > 1.$ $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + q + \cdots + q^n) = \infty.$
- $q = 1.$ $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + \cdots + 1) = \lim_{n\to\infty} n = \infty.$
- $q \in (-1; 1).$ $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^{n+1} = 0. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{1-0}{1-q} = \frac{1}{1-q}.$
- $q = -1.$ $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje,
- $q < -1.$

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $q \geq 1.$
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $q \in (-1; 1).$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ pre $n \in N$, $q \in R$, $q \neq 1$.

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + q + \cdots + q^n) = \infty.$
- $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + \cdots + 1) = \lim_{n\to\infty} n = \infty.$
- $q \in (-1; 1)$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^{n+1} = 0. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{1-0}{1-q} = \frac{1}{1-q}.$
- $q = -1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$
- $q < -1$.

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $q \geq 1$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $q \in (-1; 1)$.

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ pre $n \in N,\ q \in R,\ q \neq 1.$

- $q > 1.$ $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + q + \cdots + q^n) = \infty.$
- $q = 1.$ $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + \cdots + 1) = \lim_{n\to\infty} n = \infty.$
- $q \in (-1; 1).$ $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^{n+1} = 0. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{1-0}{1-q} = \frac{1}{1-q}.$
- $q = -1.$ $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \begin{cases} \frac{1+1}{1+1} = 1 \text{ pre } n \text{ nepárne,} \\ \end{cases}$
- $q < -1.$

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $q \geq 1.$
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $q \in (-1; 1).$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ pre $n \in N$, $q \in R$, $q \neq 1$.

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + q + \cdots + q^n) = \infty.$
- $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + \cdots + 1) = \lim_{n\to\infty} n = \infty.$
- $q \in (-1; 1)$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^{n+1} = 0. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{1-0}{1-q} = \frac{1}{1-q}.$
- $q = -1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \begin{cases} \frac{1+1}{1+1} = 1 & \text{pre } n \text{ nepárne,} \\ \frac{1-1}{1+1} = 0 & \text{pre } n \text{ párne.} \end{cases}$
- $q < -1$.

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $q \geq 1$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $q \in (-1; 1)$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q = -1$.

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ pre $n \in N,\ q \in R,\ q \neq 1.$

- $q > 1.$ $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + q + \cdots + q^n) = \infty.$
- $q = 1.$ $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + \cdots + 1) = \lim_{n\to\infty} n = \infty.$
- $q \in (-1; 1).$ $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^{n+1} = 0. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{1-0}{1-q} = \frac{1}{1-q}.$
- $q = -1.$ $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \begin{cases} \frac{1+1}{1+1} = 1 & \text{pre } n \text{ nepárne,} \\ \frac{1-1}{1+1} = 0 & \text{pre } n \text{ párne.} \end{cases}$
- $q < -1.$ $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje,

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $q \geq 1.$
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $q \in (-1; 1).$
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q = -1.$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{q(\frac{1}{q}-q^n)}{1-q}$ pre $n \in N$, $q \in R$, $q \neq 1$.

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + q + \cdots + q^n) = \infty.$
- $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + \cdots + 1) = \lim_{n\to\infty} n = \infty.$
- $q \in (-1; 1)$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^{n+1} = 0. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{1-0}{1-q} = \frac{1}{1-q}.$
- $q = -1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \begin{cases} \frac{1+1}{1+1} = 1 & \text{pre } n \text{ nepárne,} \\ \frac{1-1}{1+1} = 0 & \text{pre } n \text{ párne.} \end{cases}$
- $q < -1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{q(\frac{1}{q}-q^n)}{1-q}$

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $q \geq 1$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $q \in (-1; 1)$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q = -1$.

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{q(\frac{1}{q}-q^n)}{1-q}$ pre $n \in N$, $q \in R$, $q \neq 1$.

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + q + \cdots + q^n) = \infty.$
- $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + \cdots + 1) = \lim_{n\to\infty} n = \infty.$
- $q \in (-1; 1)$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^{n+1} = 0. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{1-0}{1-q} = \frac{1}{1-q}.$
- $q = -1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \begin{cases} \frac{1+1}{1+1} = 1 & \text{pre } n \text{ nepárne}, \\ \frac{1-1}{1+1} = 0 & \text{pre } n \text{ párne}. \end{cases}$
- $q < -1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{q(\frac{1}{q}-q^n)}{1-q} = \begin{cases} \frac{q(\frac{1}{q}+\infty)}{1-q} = \infty & \text{pre } n \text{ nepárne}, \\ & \end{cases}$

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $q \geq 1$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $q \in (-1; 1)$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q = -1$.

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \cdots$ pre $q \in R$. [Geometrický rad.]

$s_n = 1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{q(\frac{1}{q}-q^n)}{1-q}$ pre $n \in N,\ q \in R,\ q \neq 1.$

- $q > 1.$ $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + q + \cdots + q^n) = \infty.$
- $q = 1.$ $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (1 + \cdots + 1) = \lim_{n\to\infty} n = \infty.$
- $q \in (-1; 1).$ $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} q^{n+1} = 0. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{1-0}{1-q} = \frac{1}{1-q}.$
- $q = -1.$ $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \begin{cases} \frac{1+1}{1+1} = 1 & \text{pre } n \text{ nepárne,} \\ \frac{1-1}{1+1} = 0 & \text{pre } n \text{ párne.} \end{cases}$
- $q < -1.$ $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{q(\frac{1}{q}-q^n)}{1-q} = \begin{cases} \frac{q(\frac{1}{q}+\infty)}{1-q} = \infty & \text{pre } n \text{ nepárne,} \\ \frac{q(\frac{1}{q}-\infty)}{1-q} = -\infty & \text{pre } n \text{ párne.} \end{cases}$

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $q \geq 1.$
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $q \in (-1; 1).$
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1.$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n}$ pre $a,b,p,q \in R,\ p > 1,\ q > 1.$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n}$ pre $a,b,p,q \in R,\ p>1,\ q>1.$

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^nq^n} + \frac{bq^n}{p^nq^n} \right)$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n}$ pre $a,b,p,q \in R,\ p>1,\ q>1.$

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^nq^n} + \frac{bq^n}{p^nq^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right)$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^n q^n}$ pre $a,b,p,q \in R,\ p > 1,\ q > 1.$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^n q^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^n q^n} + \frac{bq^n}{p^n q^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right)$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n}$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n}$ pre $a,b,p,q \in R,\ p>1,\ q>1.$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^nq^n} + \frac{bq^n}{p^nq^n}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n}\right)$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n + b\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n}$ pre $a,b,p,q \in R,\ p>1,\ q>1.$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^nq^n} + \frac{bq^n}{p^nq^n}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n}\right)$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n + b\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n$$

$p>1,\ q>1.$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n}$ pre $a,b,p,q\in R,\ p>1,\ q>1.$

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^nq^n} + \frac{bq^n}{p^nq^n}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n}\right)$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n$$

$p>1,\ q>1. \Rightarrow \frac{1}{p}\in(0;1),\ \frac{1}{q}\in(0;1).$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n}$ pre $a,b,p,q \in R,\ p>1,\ q>1.$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^nq^n} + \frac{bq^n}{p^nq^n}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n}\right)$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n$$

$p>1,\ q>1. \Rightarrow \frac{1}{p} \in (0;1),\ \frac{1}{q} \in (0;1). \Rightarrow$ Geometrické rady $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{q}\right)^n,\ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{p}\right)^n$ konvergujú

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n}$ pre $a,b,p,q \in R,\ p>1,\ q>1.$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^nq^n} + \frac{bq^n}{p^nq^n}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n}\right)$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n$$

$p>1,\ q>1. \Rightarrow \frac{1}{p} \in (0;1),\ \frac{1}{q} \in (0;1). \Rightarrow$ Geometrické rady $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n,\ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n$ konvergujú a platí:

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n = \frac{1}{q} + \left(\tfrac{1}{q}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{q}\right)^3 + \cdots$$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n = \frac{1}{p} + \left(\tfrac{1}{p}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{p}\right)^3 + \cdots$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^n q^n}$ pre $a,b,p,q \in R,\ p>1,\ q>1.$

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^n q^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^n q^n} + \frac{bq^n}{p^n q^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right)$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n$$

$p>1,\ q>1. \Rightarrow \frac{1}{p} \in (0;1),\ \frac{1}{q} \in (0;1). \Rightarrow$ Geometrické rady $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n,\ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n$ konvergujú a platí:

- $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n = \frac{1}{q} + \left(\tfrac{1}{q}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{q}\right)^3 + \cdots = \frac{1}{q} \cdot \left[1 + \frac{1}{q} + \left(\tfrac{1}{q}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{q}\right)^3 + \cdots\right]$

- $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n = \frac{1}{p} + \left(\tfrac{1}{p}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{p}\right)^3 + \cdots = -1 + 1 + \frac{1}{p} + \left(\tfrac{1}{p}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{p}\right)^3 + \cdots$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n}$ pre $a,b,p,q\in R,\ p>1,\ q>1.$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n} = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{ap^n}{p^nq^n}+\frac{bq^n}{p^nq^n}\right) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a}{q^n}+\frac{b}{p^n}\right)$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty}\frac{a}{q^n}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{b}{p^n} = a\sum_{n=1}^{\infty}\left(\tfrac{1}{q}\right)^n + b\sum_{n=1}^{\infty}\left(\tfrac{1}{p}\right)^n$$

$p>1,\ q>1. \Rightarrow \frac{1}{p}\in(0;1),\ \frac{1}{q}\in(0;1). \Rightarrow$ Geometrické rady $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\tfrac{1}{q}\right)^n,\ \sum_{n=0}^{\infty}\left(\tfrac{1}{p}\right)^n$ konvergujú a platí:

- $$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\tfrac{1}{q}\right)^n = \tfrac{1}{q}+\left(\tfrac{1}{q}\right)^2+\left(\tfrac{1}{q}\right)^3+\cdots = \tfrac{1}{q}\cdot\left[1+\tfrac{1}{q}+\left(\tfrac{1}{q}\right)^2+\left(\tfrac{1}{q}\right)^3+\cdots\right]$$
$$= \tfrac{1}{q}\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\left(\tfrac{1}{q}\right)^n$$

- $$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\tfrac{1}{p}\right)^n = \tfrac{1}{p}+\left(\tfrac{1}{p}\right)^2+\left(\tfrac{1}{p}\right)^3+\cdots = -1+1+\tfrac{1}{p}+\left(\tfrac{1}{p}\right)^2+\left(\tfrac{1}{p}\right)^3+\cdots$$
$$= -1+\sum_{n=0}^{\infty}\left(\tfrac{1}{p}\right)^n$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n}$ pre $a,b,p,q \in R,\ p>1,\ q>1.$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^nq^n} + \frac{bq^n}{p^nq^n}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n}\right)$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n + b\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n$$

$p>1,\ q>1. \Rightarrow \frac{1}{p} \in (0;1),\ \frac{1}{q} \in (0;1). \Rightarrow$ Geometrické rady $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n,\ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n$ konvergujú a platí:

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n = \tfrac{1}{q} + \left(\tfrac{1}{q}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{q}\right)^3 + \cdots = \tfrac{1}{q} \cdot \left[1 + \tfrac{1}{q} + \left(\tfrac{1}{q}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{q}\right)^3 + \cdots\right]$$
$$= \tfrac{1}{q} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n = \frac{\frac{1}{q}}{1-\frac{1}{q}}$$
- $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n = \tfrac{1}{p} + \left(\tfrac{1}{p}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{p}\right)^3 + \cdots = -1 + 1 + \tfrac{1}{p} + \left(\tfrac{1}{p}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{p}\right)^3 + \cdots$$
$$= -1 + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n = \frac{1}{1-\frac{1}{p}} - 1$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^n q^n}$ pre $a,b,p,q \in R,\ p>1,\ q>1.$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^n q^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^n q^n} + \frac{bq^n}{p^n q^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right)$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n$$

$p>1,\ q>1. \Rightarrow \frac{1}{p} \in (0;1),\ \frac{1}{q} \in (0;1). \Rightarrow$ Geometrické rady $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{q}\right)^n,\ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{p}\right)^n$ konvergujú a platí:

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n = \tfrac{1}{q} + \left(\tfrac{1}{q}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{q}\right)^3 + \cdots = \tfrac{1}{q} \cdot \left[1 + \tfrac{1}{q} + \left(\tfrac{1}{q}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{q}\right)^3 + \cdots\right]$$
$$= \frac{1}{q} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n = \frac{\frac{1}{q}}{1-\frac{1}{q}} = \frac{\frac{1}{q}}{\frac{q-1}{q}}$$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n = \tfrac{1}{p} + \left(\tfrac{1}{p}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{p}\right)^3 + \cdots = -1 + 1 + \tfrac{1}{p} + \left(\tfrac{1}{p}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{p}\right)^3 + \cdots$$
$$= -1 + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n = \frac{1}{1-\frac{1}{p}} - 1 = \frac{1}{\frac{p-1}{p}} - 1 = \frac{p}{p-1} - 1$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n}$ pre $a,b,p,q \in R,\ p>1,\ q>1.$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^nq^n} + \frac{bq^n}{p^nq^n}\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n}\right)$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n$$

$p>1,\ q>1. \Rightarrow \frac{1}{p} \in (0;1),\ \frac{1}{q} \in (0;1). \Rightarrow$ Geometrické rady $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{q}\right)^n,\ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{p}\right)^n$ konvergujú a platí:

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n = \tfrac{1}{q} + \left(\tfrac{1}{q}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{q}\right)^3 + \cdots = \tfrac{1}{q} \cdot \left[1 + \tfrac{1}{q} + \left(\tfrac{1}{q}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{q}\right)^3 + \cdots\right]$$
$$= \frac{1}{q} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n = \frac{\frac{1}{q}}{1-\frac{1}{q}} = \frac{\frac{1}{q}}{\frac{q-1}{q}}$$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n = \tfrac{1}{p} + \left(\tfrac{1}{p}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{p}\right)^3 + \cdots = -1 + 1 + \tfrac{1}{p} + \left(\tfrac{1}{p}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{p}\right)^3 + \cdots$$
$$= -1 + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n = \frac{1}{1-\frac{1}{p}} - 1 = \frac{1}{\frac{p-1}{p}} - 1 = \frac{p}{p-1} - 1 = \frac{p-(p-1)}{p-1}$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^n q^n}$ pre $a,b,p,q \in R,\ p>1,\ q>1.$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^n q^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^n q^n} + \frac{bq^n}{p^n q^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right)$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n$$

$p>1,\ q>1. \Rightarrow \frac{1}{p} \in (0;1),\ \frac{1}{q} \in (0;1). \Rightarrow$ Geometrické rady $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{q}\right)^n,\ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{p}\right)^n$ konvergujú a platí:

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n = \frac{1}{q} + \left(\tfrac{1}{q}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{q}\right)^3 + \cdots = \frac{1}{q} \cdot \left[1 + \frac{1}{q} + \left(\tfrac{1}{q}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{q}\right)^3 + \cdots\right]$$
$$= \frac{1}{q} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n = \frac{\frac{1}{q}}{1-\frac{1}{q}} = \frac{\frac{1}{q}}{\frac{q-1}{q}} = \frac{1}{q-1}.$$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n = \frac{1}{p} + \left(\tfrac{1}{p}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{p}\right)^3 + \cdots = -1 + 1 + \frac{1}{p} + \left(\tfrac{1}{p}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{p}\right)^3 + \cdots$$
$$= -1 + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n = \frac{1}{1-\frac{1}{p}} - 1 = \frac{1}{\frac{p-1}{p}} - 1 = \frac{p}{p-1} - 1 = \frac{p-(p-1)}{p-1} = \frac{1}{p-1}.$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n}$ pre $a,b,p,q \in R,\ p>1,\ q>1.$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n+bq^n}{p^nq^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^nq^n} + \frac{bq^n}{p^nq^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right)$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n = \frac{a}{q-1} + \frac{b}{p-1}.$$

$p>1,\ q>1. \Rightarrow \frac{1}{p} \in (0;1),\ \frac{1}{q} \in (0;1). \Rightarrow$ Geometrické rady $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n,\ \sum_{n=0}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n$ konvergujú a platí:

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n = \tfrac{1}{q} + \left(\tfrac{1}{q}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{q}\right)^3 + \cdots = \tfrac{1}{q} \cdot \left[1 + \tfrac{1}{q} + \left(\tfrac{1}{q}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{q}\right)^3 + \cdots\right]$$
$$= \frac{1}{q} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\tfrac{1}{q}\right)^n = \frac{\frac{1}{q}}{1-\frac{1}{q}} = \frac{\frac{1}{q}}{\frac{q-1}{q}} = \frac{1}{q-1}.$$
- $$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n = \tfrac{1}{p} + \left(\tfrac{1}{p}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{p}\right)^3 + \cdots = -1 + 1 + \tfrac{1}{p} + \left(\tfrac{1}{p}\right)^2 + \left(\tfrac{1}{p}\right)^3 + \cdots$$
$$= -1 + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\tfrac{1}{p}\right)^n = \frac{1}{1-\frac{1}{p}} - 1 = \frac{1}{\frac{p-1}{p}} - 1 = \frac{p}{p-1} - 1 = \frac{p-(p-1)}{p-1} = \frac{1}{p-1}.$$

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má súčet (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$.]

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má súčet (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neklesajúca a má limitu (konverguje alebo diverguje do ∞).

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má súčet (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neklesajúca a má limitu (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora.

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora.

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má súčet (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neklesajúca a má limitu (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s \in R_0^+$,
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \infty$,

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má súčet (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neklesajúca a má limitu (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = s \in R_0^+$, t. j. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ ($s \geq 0$).
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má súčet (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neklesajúca a má limitu (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = s \in R_0^+$, t. j. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ $(s \geq 0)$.
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má súčet (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neklesajúca a má limitu (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s \in R_0^+$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ $(s \geq 0)$.
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

- Pre všetky $n \in N$ platí $0 \leq a_n \leq b_n$.

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má súčet (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neklesajúca a má limitu (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s \in R_0^+$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ ($s \geq 0$).
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

- Pre všetky $n \in N$ platí $0 \leq a_n \leq b_n$. $\Rightarrow 0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} a_n \leq \sum_{n=1}^{\infty} b_n \leq \infty$. [Nekonečné súčty existujú.]

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má súčet (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neklesajúca a má limitu (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s \in R_0^+$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ ($s \geq 0$).
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

- Pre všetky $n \in N$ platí $0 \leq a_n \leq b_n$. $\Rightarrow 0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} a_n \leq \sum_{n=1}^{\infty} b_n \leq \infty$. [Nekonečné súčty existujú.]

Ak z radu s nezápornými členmi:

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má súčet (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neklesajúca a má limitu (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s \in R_0^+$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ ($s \geq 0$).
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

- Pre všetky $n \in N$ platí $0 \leq a_n \leq b_n$. $\Rightarrow 0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} a_n \leq \sum_{n=1}^{\infty} b_n \leq \infty$. [Nekonečné súčty existujú.]

Ak z radu s nezápornými členmi:

- Vylúčime všetky nulové členy.

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má súčet (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neklesajúca a má limitu (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = s \in R_0^+$, t. j. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ ($s \geq 0$).
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

- Pre všetky $n \in N$ platí $0 \leq a_n \leq b_n$. $\Rightarrow$ $0 \leq \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \leq \sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \leq \infty$. [Nekonečné súčty existujú.]

Ak z radu s nezápornými členmi:

- Vylúčime všetky nulové členy. $\Rightarrow$ • Súčet nového radu sa nezmení.

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má súčet (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neklesajúca a má limitu (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s \in R_0^+$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ ($s \geq 0$).
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

- Pre všetky $n \in N$ platí $0 \leq a_n \leq b_n$. $\Rightarrow 0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} a_n \leq \sum_{n=1}^{\infty} b_n \leq \infty$. [Nekonečné súčty existujú.]

Ak z radu s nezápornými členmi:

- Vylúčime všetky nulové členy. $\Rightarrow$ • Súčet nového radu sa nezmení.
- Zameníme konečný počet členov (pridáme, vylúčime, zmeníme ap.).

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má súčet (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neklesajúca a má limitu (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s \in R_0^+$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ ($s \geq 0$).
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

- Pre všetky $n \in N$ platí $0 \leq a_n \leq b_n$. $\Rightarrow$ $0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} a_n \leq \sum_{n=1}^{\infty} b_n \leq \infty$. [Nekonečné súčty existujú.]

Ak z radu s nezápornými členmi:

- Vylúčime všetky nulové členy. $\Rightarrow$ • Súčet nového radu sa nezmení.
- Zameníme konečný počet členov (pridáme, vylúčime, zmeníme ap.). $\Rightarrow$ • Kritéria konvergencie platia aj pre nový rad.

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má súčet (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neklesajúca a má limitu (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s \in R_0^+$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ ($s \geq 0$).
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

- Pre všetky $n \in N$ platí $0 \leq a_n \leq b_n$. $\Rightarrow$ $0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} a_n \leq \sum_{n=1}^{\infty} b_n \leq \infty$. [Nekonečné súčty existujú.]

Ak z radu s nezápornými členmi:

- Vylúčime všetky nulové členy. $\Rightarrow$ • Súčet nového radu sa nezmení.
- Zameníme konečný počet členov (pridáme, vylúčime, zmeníme ap.). $\Rightarrow$ • Kritéria konvergencie platia aj pre nový rad.
  - Súčet nového radu sa môže zmeniť.

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má súčet (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neklesajúca a má limitu (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = s \in R_0^+$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ $(s \geq 0)$.
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

- Pre všetky $n \in N$ platí $0 \leq a_n \leq b_n$. $\Rightarrow 0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} a_n \leq \sum_{n=1}^{\infty} b_n \leq \infty$. [Nekonečné súčty existujú.]

Ak z radu s nezápornými členmi:

- Vylúčime všetky nulové členy. $\Rightarrow$ • Súčet nového radu sa nezmení.
- Zameníme konečný počet členov (pridáme, vylúčime, zmeníme ap.). $\Rightarrow$ • Kritéria konvergencie platia aj pre nový rad.
  - Súčet nového radu sa môže zmeniť. Konvergencia, resp. divergencia nového radu sa nemení.

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$. [Porovnávacie kritérium.]

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$. [Porovnávacie kritérium.]

Potom platí: • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow .$ $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow .$

[Rad s väčším súčtom konverguje. $\Rightarrow$ Rad s menším súčtom konverguje.]

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$. [Porovnávacie kritérium.]

Potom platí: • $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow .$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow .$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty .$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \infty .$

[Rad s väčším súčtom konverguje. $\Rightarrow$ Rad s menším súčtom konverguje.]

[Rad s menším súčtom diverguje (do nekonečna). $\Rightarrow$ Rad s väčším súčtom diverguje (do nekonečna).]

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$. [Porovnávacie kritérium.]

Potom platí: • $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow .$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow .$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty.$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \infty.$

[Rad s väčším súčtom konverguje. $\Rightarrow$ Rad s menším súčtom konverguje.]

[Rad s menším súčtom diverguje (do nekonečna). $\Rightarrow$ Rad s väčším súčtom diverguje (do nekonečna).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 < a_n \leq b_n$,

[Porovnávacie kritérium – limitný tvar.]

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$. [Porovnávacie kritérium.]

Potom platí: • $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow .$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow .$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty .$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \infty .$

[Rad s väčším súčtom konverguje. $\Rightarrow$ Rad s menším súčtom konverguje.]

[Rad s menším súčtom diverguje (do nekonečna). $\Rightarrow$ Rad s väčším súčtom diverguje (do nekonečna).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 < a_n \leq b_n$, existuje $\lim_{n \to \infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, pričom $c \in (0; \infty)$, t. j. $c \neq 0$, $c \neq \infty$.

[Porovnávacie kritérium – limitný tvar.]

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$. [Porovnávacie kritérium.]

Potom platí: • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow .$ $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow .$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty.$ $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \infty.$

[Rad s väčším súčtom konverguje. $\Rightarrow$ Rad s menším súčtom konverguje.]

[Rad s menším súčtom diverguje (do nekonečna). $\Rightarrow$ Rad s väčším súčtom diverguje (do nekonečna).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 < a_n \leq b_n$, existuje $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, pričom $c \in (0; \infty)$, t. j. $c \neq 0$, $c \neq \infty$.

[Porovnávacie kritérium – limitný tvar.]

$\Rightarrow$ • Rady $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n$ súčasne konvergujú alebo divergujú.

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$. [Porovnávacie kritérium.]

Potom platí: • $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow .$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow .$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty.$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \infty.$

[Rad s väčším súčtom konverguje. $\Rightarrow$ Rad s menším súčtom konverguje.]

[Rad s menším súčtom diverguje (do nekonečna). $\Rightarrow$ Rad s väčším súčtom diverguje (do nekonečna).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 < a_n \leq b_n$, existuje $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, pričom $c \in (0; \infty)$, t. j. $c \neq 0$, $c \neq \infty$.

[Porovnávacie kritérium – limitný tvar.]

$\Rightarrow$ • Rady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ súčasne konvergujú alebo divergujú.

- Existuje $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, $c \in (0; \infty)$.

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$. [Porovnávacie kritérium.]

Potom platí: • $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow .$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow .$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty.$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \infty.$

[Rad s väčším súčtom konverguje. $\Rightarrow$ Rad s menším súčtom konverguje.]

[Rad s menším súčtom diverguje (do nekonečna). $\Rightarrow$ Rad s väčším súčtom diverguje (do nekonečna).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 < a_n \leq b_n$, existuje $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, pričom $c \in (0; \infty)$, t. j. $c \neq 0$, $c \neq \infty$.

[Porovnávacie kritérium – limitný tvar.]

$\Rightarrow$ • Rady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ súčasne konvergujú alebo divergujú.

- Existuje $\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, $c \in (0; \infty)$. $\Rightarrow$ • Existuje $\lim_{n\to\infty} \frac{b_n}{a_n} = \frac{1}{c}$, kde $\frac{1}{c} \in (0; \infty)$.

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$. [Porovnávacie kritérium.]

Potom platí: • $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow .$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow .$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty.$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \infty.$

[Rad s väčším súčtom konverguje. $\Rightarrow$ Rad s menším súčtom konverguje.]

[Rad s menším súčtom diverguje (do nekonečna). $\Rightarrow$ Rad s väčším súčtom diverguje (do nekonečna).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 < a_n \leq b_n$, existuje $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, pričom $c \in (0;\infty)$, t. j. $c \neq 0$, $c \neq \infty$. [Porovnávacie kritérium – limitný tvar.]

$\Rightarrow$ • Rady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ súčasne konvergujú alebo divergujú.

- Existuje $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, $c \in (0;\infty)$. $\Rightarrow$ • Existuje $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{b_n}{a_n} = \frac{1}{c}$, kde $\frac{1}{c} \in (0;\infty)$.

$\Rightarrow$ • Nezáleží na tom, či vyšetrujeme $0 < \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} < \infty$ alebo vyšetrujeme $0 < \lim\limits_{n\to\infty} \frac{b_n}{a_n} < \infty$.

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$. [Porovnávacie kritérium.]

Potom platí:
- $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow .$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow .$
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty.$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \infty.$

[Rad s väčším súčtom konverguje. $\Rightarrow$ Rad s menším súčtom konverguje.]

[Rad s menším súčtom diverguje (do nekonečna). $\Rightarrow$ Rad s väčším súčtom diverguje (do nekonečna).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 < a_n \leq b_n$, existuje $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, pričom $c \in (0; \infty)$, t. j. $c \neq 0$, $c \neq \infty$.

[Porovnávacie kritérium – limitný tvar.]

$\Rightarrow$ • Rady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ súčasne konvergujú alebo divergujú.

- Existuje $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, $c \in (0; \infty)$. $\Rightarrow$ • Existuje $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{b_n}{a_n} = \frac{1}{c}$, kde $\frac{1}{c} \in (0; \infty)$.

$\Rightarrow$ • Nezáleží na tom, či vyšetrujeme $0 < \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} < \infty$ alebo vyšetrujeme $0 < \lim\limits_{n\to\infty} \frac{b_n}{a_n} < \infty$.

[Podmienka $0 < a_n \leq b_n$ pre všetky $n \in N$ (okpč) musí byť splnená vždy.]

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N,\ n \neq 1$ platí:

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n,$$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N,\ n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longrightarrow \infty.$$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longrightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť,

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longrightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}}$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}}$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N,\ n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longrightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

- $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n}}{n}$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n}{\sqrt{n}}$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longrightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0.$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n} = \infty.$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longrightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

- $\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0.$
- $\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{n} = \infty.$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longrightarrow 1$.

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longrightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0.$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n} = \infty.$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longrightarrow 1$.

Pre všetky $n \in N$ platí:

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty.$

Pre všetky $n \in N,\ n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longrightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

- $\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0.$
- $\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{n} = \infty.$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longrightarrow 1.$

Pre všetky $n \in N$ platí: $0 < n^2 < n^2 + n = n(n+1),$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longrightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0.$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n} = \infty.$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longrightarrow 1$.

Pre všetky $n \in N$ platí: $0 < n^2 < n^2 + n = n(n+1)$, t. j. $0 < \frac{1}{n(n+1)} < \frac{1}{n^2}$.

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N,\ n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longrightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

- $\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0.$
- $\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{n} = \infty.$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longrightarrow 1$.

Pre všetky $n \in N$ platí: $0 < n^2 < n^2 + n = n(n+1)$, t. j. $0 < \frac{1}{n(n+1)} < \frac{1}{n^2}$.

[Konvergentný rad má menší súčet.)

Musíme použiť limitný tvar porovnávacieho kritéria.

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longrightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0.$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n} = \infty.$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longrightarrow 1.$

Pre všetky $n \in N$ platí: $0 < n^2 < n^2 + n = n(n+1)$, t. j. $0 < \frac{1}{n(n+1)} < \frac{1}{n^2}$.

[Konvergentný rad má menší súčet.]

Musíme použiť limitný tvar porovnávacieho kritéria.

Platí: • $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n^2}}{\frac{1}{n(n+1)}}$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longrightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

- $\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0.$
- $\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{n} = \infty.$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longrightarrow 1$.

Pre všetky $n \in N$ platí: $0 < n^2 < n^2 + n = n(n+1)$, t. j. $0 < \frac{1}{n(n+1)} < \frac{1}{n^2}$.

[Konvergentný rad má menší súčet.]

Musíme použiť limitný tvar porovnávacieho kritéria.

Platí: • $\lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n^2}}{\frac{1}{n(n+1)}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} = \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longrightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0.$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n} = \infty.$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longrightarrow 1$.

Pre všetky $n \in N$ platí: $0 < n^2 < n^2 + n = n(n+1)$, t. j. $0 < \frac{1}{n(n+1)} < \frac{1}{n^2}$.

[Konvergentný rad má menší súčet.]

Musíme použiť limitný tvar porovnávacieho kritéria.

Platí: • $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n^2}}{\frac{1}{n(n+1)}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 1$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longrightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0.$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n} = \infty.$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longrightarrow 1$.

Pre všetky $n \in N$ platí: $0 < n^2 < n^2 + n = n(n+1)$, t. j. $0 < \frac{1}{n(n+1)} < \frac{1}{n^2}$.

[Konvergentný rad má menší súčet.]

Musíme použiť limitný tvar porovnávacieho kritéria.

Platí: $\bullet \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n^2}}{\frac{1}{n(n+1)}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} = \lim\limits_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 1$ $(1 \neq 0,\ 1 \neq \infty)$.

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \longrightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

$$\bullet \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0. \qquad \bullet \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim_{n\to\infty} \sqrt{n} = \infty.$$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \longrightarrow 1$.

Pre všetky $n \in N$ platí: $0 < n^2 < n^2 + n = n(n+1)$, t. j. $0 < \frac{1}{n(n+1)} < \frac{1}{n^2}$.

[Konvergentný rad má menší súčet.]

Musíme použiť limitný tvar porovnávacieho kritéria.

Platí: $\bullet \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n^2}}{\frac{1}{n(n+1)}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} = \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 1$ $(1 \neq 0,\ 1 \neq \infty)$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow .$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2}$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2}$

- Pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí $0 < \sin x < x$.

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2}$

- Pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí $0 < \sin x < x$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2}$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \text{Pre všetky } x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \text{ platí } 0 < \sin x < x. \\ \bullet\ \text{Pre všetky } n \in N \text{ platí } 0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}. \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Pre všetky } n \in N \text{ platí } 0 < \sin\frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}.$$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2}$

- Pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí $0 < \sin x < x$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow$ Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}$.

Porovnávacie kritérium.

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2}$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet \text{ Pre všetky } x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \text{ platí } 0 < \sin x < x. \\ \bullet \text{ Pre všetky } n \in N \text{ platí } 0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}. \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Pre všetky } n \in N \text{ platí } 0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}.$$

Porovnávacie kritérium.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow .$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow .$

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow$ Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}$.

Porovnávacie kritérium.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow .$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow .$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

- Pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí $0 < \sin x < x$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow$ Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}$.

Porovnávacie kritérium.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow .$

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow$ Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}$.

Porovnávacie kritérium.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow .$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow .$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}$

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow$ Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}$.

Porovnávacie kritérium.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}$

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \frac{1}{n} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

- Pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí $0 < \sin x < x$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow$ Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}$.

Porovnávacie kritérium.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}$

- Pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí $0 < \sin x < x$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \frac{1}{n} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow$ Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \sin \frac{1}{n} < \frac{1}{n}$.

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow$ Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}$.

Porovnávacie kritérium.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}$

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \frac{1}{n} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow$ Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \sin \frac{1}{n} < \frac{1}{n}$.

Porovnávacie kritérium (limitný tvar).

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow.$

- Pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí $0 < \sin x < x.$
- Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}.$

$\Rightarrow$ Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}.$

Porovnávacie kritérium.

- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow.$ $\Rightarrow$ • $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow.$

Vyšetrite konvergenciu radu $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}$

- Pre všetky $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ platí $0 < \sin x < x.$
- Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \frac{1}{n} \leq 1 < \frac{\pi}{2}.$

$\Rightarrow$ Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \sin \frac{1}{n} < \frac{1}{n}.$

Porovnávacie kritérium (limitný tvar).

- $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = 1$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow$ Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}$.

Porovnávacie kritérium.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}$

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \frac{1}{n} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow$ Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \sin \frac{1}{n} < \frac{1}{n}$.

Porovnávacie kritérium (limitný tvar).

- $\lim_{n\to\infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = 1$ $(1 \neq 0,\ 1 \neq \infty)$,

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow$ Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}$.

Porovnávacie kritérium.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}$

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \frac{1}{n} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow$ Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \sin \frac{1}{n} < \frac{1}{n}$.

Porovnávacie kritérium (limitný tvar).

- $\lim_{n \to \infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = 1$ $(1 \neq 0,\ 1 \neq \infty)$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow$ Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}$.

Porovnávacie kritérium.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n} \longrightarrow \infty$.

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \frac{1}{n} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow$ Pre všetky $n \in N$ platí $0 < \sin \frac{1}{n} < \frac{1}{n}$.

Porovnávacie kritérium (limitný tvar).

- $\lim_{n\to\infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = 1$ $(1 \neq 0,\ 1 \neq \infty)$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n} \longrightarrow \infty$.

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$.

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0;1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$.

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$,

[D'Alembertovo (podielové) kritérium – limitný tvar.]

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium – limitný tvar.]

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium – limitný tvar.]

Potom platí: • $p < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium – limitný tvar.]

Potom platí: • $p < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$. • $p > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0;1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium – limitný tvar.]

Potom platí:
- $p < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- $p > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.
- $p = 1$. $\Rightarrow$ • Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium – limitný tvar.]

Potom platí: • $p < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$. • $p > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

- $p = 1$. $\Rightarrow$ • Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]

- $p = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{(n+1)^2}}{\frac{1}{n^2}} = 1$,
- $p = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n+1}}{\frac{1}{n}} = 1$,

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0;1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium – limitný tvar.]

Potom platí:
- $p < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- $p > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.
- $p = 1$. $\Rightarrow$ • Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]

- $p = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{(n+1)^2}}{\frac{1}{n^2}} = 1$, ale $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow$.
- $p = \lim_{n\to\infty} \frac{\frac{1}{n+1}}{\frac{1}{n}} = 1$, ale $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$. [Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$. [Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$.

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$. [Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0;1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$. [Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$.

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$. [Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$. [Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$,

[Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.]

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$. [Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0;1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow .$
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty.$

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$, existuje $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.]

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$. [Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$, existuje $\lim_{n \to \infty} \sqrt[n]{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.
[Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.]

Potom platí: • $p < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$. [Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$, existuje $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.]

Potom platí: • $p < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$. • $p > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$. [Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$, existuje $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.]

Potom platí:
- $p < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- $p > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.
- $p = 1$. $\Rightarrow$ • Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$. [Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$, existuje $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.]

Potom platí:

- $p < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- $p > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.
- $p = 1$. $\Rightarrow$ • Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]

- $p = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n^2}} = 1,$
- $p = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n}} = 1,$

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$. [Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$, existuje $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.]

Potom platí:
- $p < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- $p > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.
- $p = 1$. $\Rightarrow$ • Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]

- $p = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n^2}} = 1$, ale $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow$.
- $p = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n}} = 1$, ale $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in N$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in N$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2{\cdot}6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \frac{1}{2{\cdot}6^k} + \frac{1}{6^{k+1}} + \cdots$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2\cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{\frac{1}{2\cdot 6^0}}_{a_{2\cdot 1-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^1}}_{a_{2\cdot 1}} + \underbrace{\frac{1}{2\cdot 6^1}}_{a_{2\cdot 2-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^2}}_{a_{2\cdot 2}} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2\cdot 6^{k-1}}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2\cdot 6^k}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{6^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots$$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^0}}_{a_{2\cdot1-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^1}}_{a_{2\cdot1}} + \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^1}}_{a_{2\cdot2-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^2}}_{a_{2\cdot2}} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^k}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{6^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots$$

[Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2\cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in N$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2\cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2\cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2\cdot 6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \frac{1}{2\cdot 6^k} + \frac{1}{6^{k+1}} + \cdots$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k$.
- $n = 2k + 1$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2{\cdot}6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^k}}_{a_{2k+1}} + \frac{1}{6^{k+1}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k$. $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}}$
- $n = 2k + 1$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2{\cdot}6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^k}}_{a_{2k+1}} + \frac{1}{6^{k+1}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k$. $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2{\cdot}6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2{\cdot}6^k} = \frac{1}{2}$
- $n = 2k + 1$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2\cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2\cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2\cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2\cdot 6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \underbrace{\frac{1}{2\cdot 6^k}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{6^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k$. $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2\cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2\cdot 6^k} = \frac{1}{2}$
- $n = 2k + 1$. $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}}$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2{\cdot}6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^k}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{6^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k$. $\Rightarrow \dfrac{a_{n+1}}{a_n} = \dfrac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \dfrac{\frac{1}{2{\cdot}6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \dfrac{6^k}{2{\cdot}6^k} = \dfrac{1}{2}$
- $n = 2k+1$. $\Rightarrow \dfrac{a_{n+1}}{a_n} = \dfrac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \dfrac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2{\cdot}6^k}} = \dfrac{2{\cdot}6^k}{6{\cdot}6^k} = \dfrac{1}{3}$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2\cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2\cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2\cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2\cdot 6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \frac{1}{2\cdot 6^k} + \frac{1}{6^{k+1}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k. \Rightarrow \dfrac{a_{n+1}}{a_n} = \dfrac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \dfrac{\frac{1}{2\cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \dfrac{6^k}{2\cdot 6^k} = \dfrac{1}{2} \leq \dfrac{1}{2}.$
- $n = 2k+1. \Rightarrow \dfrac{a_{n+1}}{a_n} = \dfrac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \dfrac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2\cdot 6^k}} = \dfrac{2\cdot 6^k}{6\cdot 6^k} = \dfrac{1}{3} \leq \dfrac{1}{2}.$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in N$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2{\cdot}6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \frac{1}{2{\cdot}6^k} + \frac{1}{6^{k+1}} + \cdots$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k.$ $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2{\cdot}6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2{\cdot}6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}.$
- $n = 2k+1.$ $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2{\cdot}6^k}} = \frac{2{\cdot}6^k}{6{\cdot}6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}.$

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow .$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2\cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in N$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2\cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2\cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2\cdot 6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \frac{1}{2\cdot 6^k} + \frac{1}{6^{k+1}} + \cdots$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k$. $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2\cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2\cdot 6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}$.
- $n = 2k+1$. $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2\cdot 6^k}} = \frac{2\cdot 6^k}{6\cdot 6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

- $n = 2k$.
- $n = 2k+1$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2\cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in N$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2\cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2\cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2\cdot 6^{k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \frac{1}{2\cdot 6^k} + \frac{1}{6^{k+1}} + \cdots.$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2\cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2\cdot 6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}.$
- $n = 2k+1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2\cdot 6^k}} = \frac{2\cdot 6^k}{6\cdot 6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}.$

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow.$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

- $n = 2k. \Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}}$
- $n = 2k+1.$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2\cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in N$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2\cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2\cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2\cdot 6^{k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \frac{1}{2\cdot 6^k} + \frac{1}{6^{k+1}} + \cdots$.

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k$. $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2\cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2\cdot 6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}$.
- $n = 2k+1$. $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2\cdot 6^k}} = \frac{2\cdot 6^k}{6\cdot 6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

- $n = 2k$. $\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{6^k}} = \frac{1}{6^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{6^{\frac{1}{2}}}$
- $n = 2k+1$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2\cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2\cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2\cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2\cdot 6^{k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \frac{1}{2\cdot 6^k} + \frac{1}{6^{k+1}} + \cdots .$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k$. $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2\cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2\cdot 6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}$.
- $n = 2k+1$. $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2\cdot 6^k}} = \frac{2\cdot 6^k}{6\cdot 6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}$.

$\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

- $n = 2k$. $\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{6^k}} = \frac{1}{6^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{6^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$.
- $n = 2k+1$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2\cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2\cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2\cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2\cdot 6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \underbrace{\frac{1}{2\cdot 6^k}}_{a_{2k+1}} + \frac{1}{6^{k+1}} + \cdots .$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2\cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2\cdot 6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}.$
- $n = 2k+1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2\cdot 6^k}} = \frac{2\cdot 6^k}{6\cdot 6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}.$

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow .$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

- $n = 2k. \Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{6^k}} = \frac{1}{6^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{6^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}}.$
- $n = 2k+1. \Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k+1]{a_{2k+1}}$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1}=\frac{1}{2\cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k}=\frac{1}{6^k}$ pre $k\in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2\cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2\cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2\cdot 6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \underbrace{\frac{1}{2\cdot 6^k}}_{a_{2k+1}} + \frac{1}{6^{k+1}} + \cdots .$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k\in N$ platí $a_{2k-1}>0$, $a_{2k}>0$, t. j. pre všetky $n\in N$ platí $a_n>0$.]

- $$n=2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2\cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2\cdot 6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}.$$
- $$n=2k+1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2\cdot 6^k}} = \frac{2\cdot 6^k}{6\cdot 6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow .$$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

- $$n=2k. \Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{6^k}} = \frac{1}{6^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{6^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}}.$$
- $$n=2k+1. \Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k+1]{a_{2k+1}} = \frac{1}{\sqrt[2k+1]{2\cdot 6^k}} = \frac{1}{\sqrt[2k+1]{2}\cdot \sqrt[2k+1]{6^k}}$$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2{\cdot}6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \underbrace{\frac{1}{2{\cdot}6^k}}_{a_{2k+1}} + \frac{1}{6^{k+1}} + \cdots.$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2{\cdot}6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2{\cdot}6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}.$
- $n = 2k+1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2{\cdot}6^k}} = \frac{2{\cdot}6^k}{6{\cdot}6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}.$

$\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow.$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

- $n = 2k. \Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{6^k}} = \frac{1}{6^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{6^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}}.$
- $n = 2k+1. \Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k+1]{a_{2k+1}} = \frac{1}{\sqrt[2k+1]{2{\cdot}6^k}} = \frac{1}{\sqrt[2k+1]{2}.\sqrt[2k+1]{6^k}}$

$$= \frac{1}{\sqrt[2k+1]{2}{\cdot}6^{\frac{k}{2k+1}}} = \left[\begin{array}{l} \sqrt[2k+1]{2} \to 1 \\ 6^{\frac{k}{2k+1}} \to 6^{\frac{1}{2}} \end{array}\right] \longrightarrow \frac{1}{1{\cdot}6^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \text{ pre } k \to \infty.$$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in N$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2{\cdot}6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2{\cdot}6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2{\cdot}6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \frac{1}{2{\cdot}6^k} + \frac{1}{6^{k+1}} + \cdots$.

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k.$ $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2\cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2{\cdot}6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}$.
- $n = 2k+1.$ $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2\cdot 6^k}} = \frac{2{\cdot}6^k}{6{\cdot}6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

- $n = 2k.$ $\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{6^k}} = \frac{1}{6^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{6^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$.
- $n = 2k+1.$ $\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k+1]{a_{2k+1}} = \frac{1}{\sqrt[2k+1]{2{\cdot}6^k}} = \frac{1}{\sqrt[2k+1]{2}{\cdot}\sqrt[2k+1]{6^k}}$

$$= \frac{1}{\sqrt[2k+1]{2}{\cdot}6^{\frac{k}{2k+1}}} = \begin{bmatrix} \sqrt[2k+1]{2} \to 1 \\ 6^{\frac{k}{2k+1}} \to 6^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \longrightarrow \frac{1}{1{\cdot}6^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \text{ pre } k \to \infty.$$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{\sqrt{6}} < 1.$$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2\cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{\frac{1}{2\cdot 6^0}}_{a_{2\cdot 1-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^1}}_{a_{2\cdot 1}} + \underbrace{\frac{1}{2\cdot 6^1}}_{a_{2\cdot 2-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^2}}_{a_{2\cdot 2}} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2\cdot 6^{k-1}}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2\cdot 6^k}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{6^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots.$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k$. $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2\cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2\cdot 6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}$.
- $n = 2k+1$. $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2\cdot 6^k}} = \frac{2\cdot 6^k}{6\cdot 6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}$.

$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

- $n = 2k$. $\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{6^k}} = \frac{1}{6^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{6^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}}$.
- $n = 2k+1$. $\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k+1]{a_{2k+1}} = \frac{1}{\sqrt[2k+1]{2\cdot 6^k}} = \frac{1}{\sqrt[2k+1]{2}\cdot\sqrt[2k+1]{6^k}}$

$$= \frac{1}{\sqrt[2k+1]{2}\cdot 6^{\frac{k}{2k+1}}} = \left[\begin{matrix} \sqrt[2k+1]{2} \to 1 \\ 6^{\frac{k}{2k+1}} \to 6^{\frac{1}{2}} \end{matrix}\right] \longrightarrow \frac{1}{1\cdot 6^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \text{ pre } k \to \infty.$$

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{\sqrt{6}} < 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{\frac{1}{2^1}}_{a_{2\cdot 1-1}} + \underbrace{\frac{1}{3^1}}_{a_{2\cdot 1}} + \underbrace{\frac{1}{2^2}}_{a_{2\cdot 2-1}} + \underbrace{\frac{1}{3^2}}_{a_{2\cdot 2}} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2^k}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2^{k+1}}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{3^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots$$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{\frac{1}{2^1}}_{a_{2\cdot 1-1}} + \underbrace{\frac{1}{3^1}}_{a_{2\cdot 1}} + \underbrace{\frac{1}{2^2}}_{a_{2\cdot 2-1}} + \underbrace{\frac{1}{3^2}}_{a_{2\cdot 2}} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2^k}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2^{k+1}}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{3^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots$$

[Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k - 1$.
- $n = 2k$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2^k}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k - 1.$ $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}}$
- $n = 2k.$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2^k}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k - 1.$ $\Rightarrow \dfrac{a_{n+1}}{a_n} = \dfrac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \dfrac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \dfrac{2^k}{3^k}$
- $n = 2k.$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{2^k} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2^{k+1}}}_{a_{2k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k - 1.$ $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k}$
- $n = 2k.$ $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}}$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{2^k} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2^{k+1}}}_{a_{2k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k-1$. $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k}$
- $n = 2k$. $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}}$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k-1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1.$
- $n = 2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2 \cdot 2^k} > 1$ pre $k > 1$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k - 1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1.$
- $n = 2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2\cdot 2^k} > 1$ pre $k > 1$.

Kritérium nemožno použiť.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k - 1$. $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1$.
- $n = 2k$. $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2 \cdot 2^k} > 1$ pre $k > 1$.

Kritérium nemožno použiť.

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

- $n = 2k - 1$.
- $n = 2k$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2^k}}_{a_{2k-1}} + \frac{1}{3^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots.$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k-1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1.$
- $n = 2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2 \cdot 2^k} > 1$ pre $k > 1$.

Kritérium nemožno použiť.

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

- $n = 2k-1. \Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k-1]{a_{2k-1}}$
- $n = 2k.$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2^k}}_{a_{2k-1}} + \frac{1}{3^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots .$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k-1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1.$
- $n = 2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2 \cdot 2^k} > 1$ pre $k > 1$.

Kritérium nemožno použiť.

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

- $n = 2k-1. \Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k-1]{a_{2k-1}} = \frac{1}{\sqrt[2k-1]{2^k}} = \frac{1}{2^{\frac{k}{2k-1}}} \leq \frac{1}{2^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}$
- $n = 2k.$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2^k}}_{a_{2k-1}} + \frac{1}{3^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots.$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k-1$. $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1.$
- $n = 2k$. $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2 \cdot 2^k} > 1$ pre $k > 1$.

Kritérium nemožno použiť.

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

- $n = 2k-1$. $\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k-1]{a_{2k-1}} = \frac{1}{\sqrt[2k-1]{2^k}} = \frac{1}{2^{\frac{k}{2k-1}}} \le \frac{1}{2^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$
- $n = 2k$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{2^k} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots.$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k-1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1.$
- $n = 2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2 \cdot 2^k} > 1$ pre $k > 1$.

Kritérium nemožno použiť.

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

- $n = 2k-1. \Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k-1]{a_{2k-1}} = \frac{1}{\sqrt[2k-1]{2^k}} = \frac{1}{2^{\frac{k}{2k-1}}} \leq \frac{1}{2^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$
- $n = 2k. \Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}}$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{2^k} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots.$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k - 1.$ $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1.$
- $n = 2k.$ $\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2 \cdot 2^k} > 1$ pre $k > 1$.

Kritérium nemožno použiť.

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

- $n = 2k - 1.$ $\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k-1]{a_{2k-1}} = \frac{1}{\sqrt[2k-1]{2^k}} = \frac{1}{2^{\frac{k}{2k-1}}} \leq \frac{1}{2^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$
- $n = 2k.$ $\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{3^k}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{2^k} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots.$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k-1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1.$
- $n = 2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2 \cdot 2^k} > 1$ pre $k > 1$.

Kritérium nemožno použiť.

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

- $n = 2k-1. \Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k-1]{a_{2k-1}} = \frac{1}{\sqrt[2k-1]{2^k}} = \frac{1}{2^{\frac{k}{2k-1}}} \leq \frac{1}{2^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$
- $n = 2k. \Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{3^k}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \leq \frac{1}{\sqrt{2}}.$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots.$

D'Alembertovo (podielové) kritérium. [Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k-1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1.$
- $n = 2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2\cdot 2^k} > 1$ pre $k > 1$.

Kritérium nemožno použiť.

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

- $n = 2k-1. \Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k-1]{a_{2k-1}} = \frac{1}{\sqrt[2k-1]{2^k}} = \frac{1}{2^{\frac{k}{2k-1}}} \leq \frac{1}{2^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$
- $n = 2k. \Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{3^k}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \leq \frac{1}{\sqrt{2}}.$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1.$$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in N$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{\frac{1}{2^1}}_{a_{2\cdot 1-1}} + \underbrace{\frac{1}{3^1}}_{a_{2\cdot 1}} + \underbrace{\frac{1}{2^2}}_{a_{2\cdot 2-1}} + \underbrace{\frac{1}{3^2}}_{a_{2\cdot 2}} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2^k}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2^{k+1}}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{3^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots.$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in N$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in N$ platí $a_n > 0$.]

- $n = 2k - 1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1.$
- $n = 2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2\cdot 2^k} > 1$ pre $k > 1$.

Kritérium nemožno použiť.

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

- $n = 2k - 1. \Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k-1]{a_{2k-1}} = \frac{1}{\sqrt[2k-1]{2^k}} = \frac{1}{2^{\frac{k}{2k-1}}} \leq \frac{1}{2^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$
- $n = 2k. \Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{3^k}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \leq \frac{1}{\sqrt{2}}.$

$\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1. \Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow.$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n}$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0.$

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n}$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0.$

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = (1 + \frac{1}{n})^n.$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0.$

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = (1 + \frac{1}{n})^n.$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} (1 + \frac{1}{n})^n = \mathrm{e} > 1.$$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty.$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0.$

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = (1 + \frac{1}{n})^n.$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} (1 + \tfrac{1}{n})^n = \mathrm{e} > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty.$$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty.$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0.$

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = (1 + \frac{1}{n})^n.$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} (1 + \tfrac{1}{n})^n = \mathrm{e} > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty.$$

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty.$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0.$

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = (1 + \frac{1}{n})^n.$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} (1 + \tfrac{1}{n})^n = \mathrm{e} > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty.$$

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0.$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty.$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0.$

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = (1 + \frac{1}{n})^n.$

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} (1 + \frac{1}{n})^n = \mathrm{e} > 1. \Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty.$

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0.$

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria.

- $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{a^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{a^n}$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty.$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0.$

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = (1 + \frac{1}{n})^n.$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} (1 + \tfrac{1}{n})^n = \mathrm{e} > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty.$$

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0.$

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria.

- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{a^n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a}{n+1} = \frac{a}{\infty} = 0$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty.$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0.$

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = \mathrm{e} > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty.$$

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0.$

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria.

- $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{a^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{a^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{a}{n+1} = \frac{a}{\infty} = 0$
- $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{a^n}{n!}}$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty.$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0.$

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = (1 + \frac{1}{n})^n.$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} (1 + \tfrac{1}{n})^n = \mathrm{e} > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty.$$

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0.$

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria.

- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{a^n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a}{n+1} = \frac{a}{\infty} = 0$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{a^n}{n!}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a}{\sqrt[n]{n!}} = \frac{a}{\infty} = 0$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty$.

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = (1 + \frac{1}{n})^n$.

$\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} (1 + \frac{1}{n})^n = \mathrm{e} > 1. \Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty$.

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria.

- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{a^n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a}{n+1} = \frac{a}{\infty} = 0 < 1$.
- $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{a^n}{n!}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a}{\sqrt[n]{n!}} = \frac{a}{\infty} = 0 < 1$.

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty$.

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = (1 + \frac{1}{n})^n$.

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} (1 + \tfrac{1}{n})^n = \mathrm{e} > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty.$$

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!} \longrightarrow$.

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria.

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{a^n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a}{n+1} = \frac{a}{\infty} = 0 < 1. \\ \bullet\ \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{a^n}{n!}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a}{\sqrt[n]{n!}} = \frac{a}{\infty} = 0 < 1. \end{array}\right\} \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!} \longrightarrow .$$

Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [Raabeho kritérium.]

Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$.

Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.

Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$.

Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$,

Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in N$ platí

Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\Big(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\Big) \geq q > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\Big(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\Big) \leq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in N$ platí $n\Big(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\Big) = n\Bigg(\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}} - 1\Bigg) = n + 1 - n = 1$.

Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in N$ platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = n\left(\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}} - 1\right) = n + 1 - n = 1$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, [Raabeho kritérium – limitný tvar.]

Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in N$ platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = n\left(\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}} - 1\right) = n + 1 - n = 1$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim\limits_{n \to \infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = s \in R^*$. [Raabeho kritérium – limitný tvar.]

Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in N$ platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = n\left(\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}} - 1\right) = n + 1 - n = 1$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = s \in R^*$. [Raabeho kritérium – limitný tvar.]

Potom platí: • $s > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.

Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in N$ platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = n\left(\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}} - 1\right) = n + 1 - n = 1$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = s \in R^*$. [Raabeho kritérium – limitný tvar.]

Potom platí: • $s > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$. • $s < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in N$ platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = n\left(\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}} - 1\right) = n + 1 - n = 1$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = s \in R^*$. [Raabeho kritérium – limitný tvar.]

Potom platí: • $s > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$. • $s < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

• $s = 1$. $\Rightarrow$ • Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]

Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in N$ platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = n\left(\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}} - 1\right) = n + 1 - n = 1$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = s \in R^*$. [Raabeho kritérium – limitný tvar.]

Potom platí:
- $s > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- $s < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.
- $s = 1$. $\Rightarrow$ • Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow$,

Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in N$ platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = n\left(\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}} - 1\right) = n + 1 - n = 1$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = s \in R^*$. [Raabeho kritérium – limitný tvar.]

Potom platí:
- $s > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- $s < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.
- $s = 1$. $\Rightarrow$ • Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow$, pretože platí $\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = \lim_{n\to\infty} n\left(\frac{\frac{1}{n^2}}{\frac{1}{(n+1)^2}} - 1\right)$

Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč). [Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$. [Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in N$ platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = n\left(\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}} - 1\right) = n + 1 - n = 1$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = s \in R^*$. [Raabeho kritérium – limitný tvar.]

Potom platí: • $s > 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$. • $s < 1$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

• $s = 1$. $\Rightarrow$ • Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow$, pretože platí $\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = \lim_{n\to\infty} n\left(\frac{\frac{1}{n^2}}{\frac{1}{(n+1)^2}} - 1\right) = \lim_{n\to\infty} n\frac{(n+1)^2 - n^2}{n^2} = 2$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1}$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1}$ a $\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1}$ a $\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n+1}{a+n+1}$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1}$ a $\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{a}{n}+1+\frac{1}{n}} = \frac{1+0}{0+1+0} = 1$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1}$ a $\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{a}{n}+1+\frac{1}{n}} = \frac{1+0}{0+1+0} = 1.$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1.$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in N$ platí $\displaystyle\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1}$ a $\displaystyle\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{a}{n}+1+\frac{1}{n}} = \frac{1+0}{0+1+0} = 1. \\ \bullet\ \displaystyle\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1. \end{array}\right\}$$

Nevieme rozhodnúť.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1}$ a $\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

- $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{a}{n}+1+\frac{1}{n}} = \frac{1+0}{0+1+0} = 1.$
- $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1.$

Nevieme rozhodnúť.

Limitný tvar Raabeho kritéria:

- $\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = \lim_{n\to\infty} \frac{na}{n+1}$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a>0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1}$ a $\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{a}{n}+1+\frac{1}{n}} = \frac{1+0}{0+1+0} = 1.$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1.$

Nevieme rozhodnúť.

Limitný tvar Raabeho kritéria:

- $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{na}{n+1} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a}{1+\frac{1}{n}} = a$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1}$ a $\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

- $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{a}{n}+1+\frac{1}{n}} = \frac{1+0}{0+1+0} = 1.$
- $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1.$

Nevieme rozhodnúť.

Limitný tvar Raabeho kritéria:

- $\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = \lim_{n\to\infty} \frac{na}{n+1} = \lim_{n\to\infty} \frac{a}{1+\frac{1}{n}} = a$ $\left\{\right.$ rad konverguje pre $a > 1$,

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ pre $a > 1$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1}$ a $\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

- $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{a}{n}+1+\frac{1}{n}} = \frac{1+0}{0+1+0} = 1.$
- $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1.$

Nevieme rozhodnúť.

Limitný tvar Raabeho kritéria:

- $\lim_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = \lim_{n\to\infty} \frac{na}{n+1} = \lim_{n\to\infty} \frac{a}{1+\frac{1}{n}} = a \begin{cases} \text{rad konverguje pre } a > 1, \\ \text{rad diverguje do } \infty \text{ pre } a < 1. \end{cases}$

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ pre $a > 1$. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$ pre $a < 1$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1}$ a $\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{a}{n}+1+\frac{1}{n}} = \frac{1+0}{0+1+0} = 1.$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1.$

Nevieme rozhodnúť.

Limitný tvar Raabeho kritéria:

- $\lim\limits_{n\to\infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{na}{n+1} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a}{1+\frac{1}{n}} = a$ $\begin{cases} \text{rad konverguje pre } a > 1, \\ \text{rad diverguje do } \infty \text{ pre } a < 1. \end{cases}$
- Pre $a = 1$ platí $a_n = \frac{n!}{1(1+1)\cdots(1+n)} = \frac{n!}{(n+1)!} = \frac{1}{n+1}$,

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ pre $a > 1$. • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$ pre $a < 1$.

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in N$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1}$ a $\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

- $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{a}{n}+1+\frac{1}{n}} = \frac{1+0}{0+1+0} = 1.$
- $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1.$

Nevieme rozhodnúť.

Limitný tvar Raabeho kritéria:

- $\lim\limits_{n\to\infty} n\Big(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\Big) = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{na}{n+1} = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{a}{1+\frac{1}{n}} = a \begin{cases} \text{rad konverguje pre } a > 1, \\ \text{rad diverguje do } \infty \text{ pre } a < 1. \end{cases}$
- Pre $a = 1$ platí $a_n = \frac{n!}{1(1+1)\cdots(1+n)} = \frac{n!}{(n+1)!} = \frac{1}{n+1}$, t. j. rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1} \longrightarrow \infty$. [Harmonický rad.]

$\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ pre $a > 1$. • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$ pre $a \leq 1$.

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0,\ n \in N$

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0,\ n \in N$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞.

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0,\ n \in N$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞.

  $\Rightarrow$ • Rad absolútnych hodnôt $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, kde $a_n \in R$ (členy môžu byť aj záporné), $n \in N$, má vždy súčet.

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0,\ n \in N$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞.

$\Rightarrow$
- Rad absolútnych hodnôt $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, kde $a_n \in R$ (členy môžu byť aj záporné), $n \in N$, má vždy súčet.

Konvergentný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, t. j. rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ nazývame:

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0,\ n \in N$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞.

  $\Rightarrow$ • Rad absolútnych hodnôt $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, kde $a_n \in R$ (členy môžu byť aj záporné), $n \in N$, má vždy súčet.

Konvergentný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, t. j. rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ nazývame:

- Absolútne konvergentný (rad konverguje absolútne),

- Relatívne konvergentný (rad konverguje relatívne, resp. neabsolútne),

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0,\ n \in N$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞.

$\Rightarrow$ • Rad absolútnych hodnôt $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, kde $a_n \in R$ (členy môžu byť aj záporné), $n \in N$, má vždy súčet.

Konvergentný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, t. j. rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ nazývame:

- Absolútne konvergentný (rad konverguje absolútne),
  ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow$,

- Relatívne konvergentný (rad konverguje relatívne, resp. neabsolútne),
  ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow \infty$,

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0,\ n \in N$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞.

$\Rightarrow$ • Rad absolútnych hodnôt $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n|$, kde $a_n \in R$ (členy môžu byť aj záporné), $n \in N$, má vždy súčet.

Konvergentný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, t. j. rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ nazývame:

- Absolútne konvergentný (rad konverguje absolútne),

  ak $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow$, označenie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{A}}$.

- Relatívne konvergentný (rad konverguje relatívne, resp. neabsolútne),

  ak $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow \infty$, označenie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{R}}$.

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0,\ n \in N$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞.

  $\Longrightarrow$ • Rad absolútnych hodnôt $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n|$, kde $a_n \in R$ (členy môžu byť aj záporné), $n \in N$, má vždy súčet.

Konvergentný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, t. j. rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ nazývame:

- Absolútne konvergentný (rad konverguje absolútne),

  ak $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow$, označenie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A}$. [Rad konverguje a rad jeho absolútnych hodnôt členov konverguje.]

- Relatívne konvergentný (rad konverguje relatívne, resp. neabsolútne),

  ak $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow \infty$, označenie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R}$. [Rad konverguje a rad jeho absolútnych hodnôt členov diverguje do ∞.]

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0,\ n \in N$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞.

  $\Rightarrow$ • Rad absolútnych hodnôt $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, kde $a_n \in R$ (členy môžu byť aj záporné), $n \in N$, má vždy súčet.

Konvergentný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, t. j. rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ nazývame:

- Absolútne konvergentný (rad konverguje absolútne),

  ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow$, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A}$. [Rad konverguje a rad jeho absolútnych hodnôt členov konverguje.]

- Relatívne konvergentný (rad konverguje relatívne, resp. neabsolútne),

  ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow \infty$, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R}$. [Rad konverguje a rad jeho absolútnych hodnôt členov diverguje do ∞.]

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0,\ n \in N$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞.

  $\Rightarrow$ • Rad absolútnych hodnôt $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, kde $a_n \in R$ (členy môžu byť aj záporné), $n \in N$, má vždy súčet.

Konvergentný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, t. j. rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ nazývame:

- Absolútne konvergentný (rad konverguje absolútne),

  ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow$, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{A}}$. [Rad konverguje a rad jeho absolútnych hodnôt členov konverguje.]

- Relatívne konvergentný (rad konverguje relatívne, resp. neabsolútne),

  ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow \infty$, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{R}}$. [Rad konverguje a rad jeho absolútnych hodnôt členov diverguje do ∞.]

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{A}}$ (rad konverguje absolútne), t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow$.

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0,\ n \in N$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞.

  $\Rightarrow$ • Rad absolútnych hodnôt $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, kde $a_n \in R$ (členy môžu byť aj záporné), $n \in N$, má vždy súčet.

Konvergentný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, t. j. rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ nazývame:

- Absolútne konvergentný (rad konverguje absolútne),

  ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow$, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\mathrm{A}}$. [Rad konverguje a rad jeho absolútnych hodnôt členov konverguje.]

- Relatívne konvergentný (rad konverguje relatívne, resp. neabsolútne),

  ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow \infty$, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\mathrm{R}}$. [Rad konverguje a rad jeho absolútnych hodnôt členov diverguje do ∞.]

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\mathrm{A}}$ (rad konverguje absolútne), t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje).

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n}$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_{2n} = \underbrace{1 - 1}_{0} + \underbrace{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}_{0} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{n} - \frac{1}{n}}_{0} = 0 + 0 + \cdots + 0$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0.$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0.$
- $s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1}$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0.$
- $s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1}$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0.$
- $s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1} \longrightarrow 0$ pre $n \in N$.

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in N$ platí:

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0. \\ \bullet\ s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1} \longrightarrow 0 \text{ pre } n \in N. \end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_{2n} = \lim_{n\to\infty} s_{2n+1} = 0.$$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0.$
- $s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1} \longrightarrow 0$ pre $n \in N$.

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_{2n} = \lim_{n\to\infty} s_{2n+1} = 0. \Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0,$$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0.$
- $s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1} \longrightarrow 0$ pre $n \in N$.

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_{2n} = \lim_{n\to\infty} s_{2n+1} = 0. \Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0,$$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in N$ platí:
- $s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0.$
- $s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1} \longrightarrow 0$ pre $n \in N$.

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_{2n} = \lim_{n\to\infty} s_{2n+1} = 0. \Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0.$$

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \cdots$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0,$$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0.$
- $s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1} \longrightarrow 0$ pre $n \in N$.

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_{2n} = \lim_{n\to\infty} s_{2n+1} = 0. \Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0,$ t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0.$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \cdots$$
  $$\geq 1 + 0 + \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{3} + 0 + \cdots + \frac{1}{n} + 0 + \cdots$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0,$$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0.$
- $s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1} \longrightarrow 0$ pre $n \in N$.

$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_{2n} = \lim_{n\to\infty} s_{2n+1} = 0. \Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0,$ t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0.$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \cdots$$
  $$\geq 1 + 0 + \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{3} + 0 + \cdots + \frac{1}{n} + 0 + \cdots$$
  $$= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} + \cdots = \infty$$ (Harmonický rad),

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0,$$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0.$
- $s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1} \longrightarrow 0$ pre $n \in N$.

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_{2n} = \lim_{n\to\infty} s_{2n+1} = 0. \Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0.$$

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \cdots$

$$\geq 1 + 0 + \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{3} + 0 + \cdots + \frac{1}{n} + 0 + \cdots$$

$$= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} + \cdots = \infty \text{ (Harmonický rad), t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow \infty.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0, \quad \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow \infty.$$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots \xrightarrow{R}$.

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in N$ platí:

- $s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0.$
- $s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1} \longrightarrow 0$ pre $n \in N$.

$$\Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_{2n} = \lim_{n\to\infty} s_{2n+1} = 0. \Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0.$$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \cdots$$
$$\geq 1 + 0 + \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{3} + 0 + \cdots + \frac{1}{n} + 0 + \cdots$$
$$= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} + \cdots = \infty \text{ (Harmonický rad), t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow \infty.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0, \ \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow \infty. \Rightarrow \bullet \ \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R} \text{ (rad konverguje relatívne).}$$

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R, \ n \in N$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R,\ n \in N$.

Pre každé $n \in N$ označme:

- $a_n^+ = \max\{a_n, 0\}$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R,\ n \in N$.

Pre každé $n \in N$ označme:

- $a_n^+ = \max\{a_n, 0\}$.
- $a_n^- = \max\{-a_n, 0\} = -\min\{a_n, 0\}$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R,\ n \in N$.

Pre každé $n \in N$ označme:
- $a_n^+ = \max\{a_n, 0\}$.
- $a_n^- = \max\{-a_n, 0\} = -\min\{a_n, 0\}$.

Potom platí:
- $a_n^+ \geq 0,\ a_n^- \geq 0$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R$, $n \in N$.

Pre každé $n \in N$ označme:
- $a_n^+ = \max\{a_n, 0\}$.
- $a_n^- = \max\{-a_n, 0\} = -\min\{a_n, 0\}$.

Potom platí:
- $a_n^+ \geq 0$, $a_n^- \geq 0$.
- $a_n = a_n^+ - a_n^-$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R,\ n \in N$.

Pre každé $n \in N$ označme:
- $a_n^+ = \max\{a_n, 0\}$.
- $a_n^- = \max\{-a_n, 0\} = -\min\{a_n, 0\}$.

Potom platí:
- $a_n^+ \geq 0,\ a_n^- \geq 0$.
- $a_n = a_n^+ - a_n^-$.
- $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R$, $n \in N$.

Pre každé $n \in N$ označme:
- $a_n^+ = \max\{a_n, 0\}$.
- $a_n^- = \max\{-a_n, 0\} = -\min\{a_n, 0\}$.

Potom platí:
- $a_n^+ \geq 0$, $a_n^- \geq 0$.
- $a_n = a_n^+ - a_n^-$.
- $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty,

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R,\ n \in N$.

Pre každé $n \in N$ označme:
- $a_n^+ = \max\{a_n, 0\}$.
- $a_n^- = \max\{-a_n, 0\} = -\min\{a_n, 0\}$.

Potom platí:
- $a_n^+ \geq 0,\ a_n^- \geq 0$.
- $a_n = a_n^+ - a_n^-$.
- $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+,\ \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme:
- $s^+ = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$ $(s^+ \in R^*,\ s^+ \geq 0)$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R,\ n \in N$.

Pre každé $n \in N$ označme:
- $a_n^+ = \max\{a_n, 0\}$.
- $a_n^- = \max\{-a_n, 0\} = -\min\{a_n, 0\}$.

Potom platí:
- $a_n^+ \geq 0,\ a_n^- \geq 0$.
- $a_n = a_n^+ - a_n^-$.
- $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+,\ \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme:
- $s^+ = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$ $(s^+ \in R^*,\ s^+ \geq 0)$.
- $s^- = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ $(s^- \in R^*,\ s^- \geq 0)$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R,\ n \in N$.

Pre každé $n \in N$ označme:
- $a_n^+ = \max\{a_n, 0\}$.
- $a_n^- = \max\{-a_n, 0\} = -\min\{a_n, 0\}$.

Potom platí:
- $a_n^+ \geq 0,\ a_n^- \geq 0$.
- $a_n = a_n^+ - a_n^-$.
- $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+,\ \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme:
- $s^+ = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$ $(s^+ \in R^*,\ s^+ \geq 0)$.
- $s^- = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ $(s^- \in R^*,\ s^- \geq 0)$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R,\ n \in N$.

Pre každé $n \in N$ označme:
- $a_n^+ = \max\{a_n, 0\}$.
- $a_n^- = \max\{-a_n, 0\} = -\min\{a_n, 0\}$.

Potom platí:
- $a_n^+ \geq 0,\ a_n^- \geq 0$.
- $a_n = a_n^+ - a_n^-$.
- $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+,\ \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme:
- $s^+ = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$ $(s^+ \in R^*,\ s^+ \geq 0)$.
- $s^- = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ $(s^- \in R^*,\ s^- \geq 0)$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

$\Rightarrow$ (Pokiaľ majú výrazy zmysel.)
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ - a_n^-) = s^+ - s^-$

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R,\ n \in N$.

Pre každé $n \in N$ označme:
- $a_n^+ = \max\{a_n, 0\}$.
- $a_n^- = \max\{-a_n, 0\} = -\min\{a_n, 0\}$.

Potom platí:
- $a_n^+ \geq 0,\ a_n^- \geq 0$.
- $a_n = a_n^+ - a_n^-$.
- $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+,\ \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme:
- $s^+ = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$ $(s^+ \in R^*,\ s^+ \geq 0)$.
- $s^- = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ $(s^- \in R^*,\ s^- \geq 0)$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

$\Longrightarrow$ (Pokiaľ majú výrazy zmysel.)
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ - a_n^-) = s^+ - s^-$
- $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ + a_n^-) = s^+ + s^-$

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R,\ n \in N.$

Pre každé $n \in N$ označme:
- $a_n^+ = \max\{a_n, 0\}.$
- $a_n^- = \max\{-a_n, 0\} = -\min\{a_n, 0\}.$

Potom platí:
- $a_n^+ \geq 0,\ a_n^- \geq 0.$
- $a_n = a_n^+ - a_n^-.$
- $|a_n| = a_n^+ + a_n^-.$

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+,\ \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme:
- $s^+ = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$ $(s^+ \in R^*,\ s^+ \geq 0).$
- $s^- = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ $(s^- \in R^*,\ s^- \geq 0).$

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

$\Rightarrow$ (Pokiaľ majú výrazy zmysel.)
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ - a_n^-) = s^+ - s^- = s,$ kde $s \in R^*.$
- $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ + a_n^-) = s^+ + s^- = c,$ kde $c \in R^*,\ c \geq 0.$

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R$, $n \in N$.

Pre každé $n \in N$ označme:
- $a_n^+ = \max\{a_n, 0\}$.
- $a_n^- = \max\{-a_n, 0\} = -\min\{a_n, 0\}$.

Potom platí:
- $a_n^+ \geq 0$, $a_n^- \geq 0$.
- $a_n = a_n^+ - a_n^-$.
- $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme:
- $s^+ = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$ $(s^+ \in R^*,\ s^+ \geq 0)$.
- $s^- = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ $(s^- \in R^*,\ s^- \geq 0)$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

$\Rightarrow$ (Pokiaľ majú výrazy zmysel.)
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ - a_n^-) = s^+ - s^- = s$, kde $s \in R^*$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ + a_n^-) = s^+ + s^- = c$, kde $c \in R^*$, $c \geq 0$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{A}}$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{R}}$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R$, $n \in N$.

Pre každé $n \in N$ označme:
- $a_n^+ = \max\{a_n, 0\}$.
- $a_n^- = \max\{-a_n, 0\} = -\min\{a_n, 0\}$.

Potom platí:
- $a_n^+ \geq 0$, $a_n^- \geq 0$.
- $a_n = a_n^+ - a_n^-$.
- $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^+$, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme:
- $s^+ = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^+$ $(s^+ \in R^*,\ s^+ \geq 0)$.
- $s^- = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^-$ $(s^- \in R^*,\ s^- \geq 0)$.

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

$\Rightarrow$ (Pokiaľ majú výrazy zmysel.)
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (a_n^+ - a_n^-) = s^+ - s^- = s$, kde $s \in R^*$.
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n| = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (a_n^+ + a_n^-) = s^+ + s^- = c$, kde $c \in R^*$, $c \geq 0$.

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{A}}$. $\Rightarrow$ • $s, c \in R$.
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{R}}$. $\Rightarrow$ • $s \in R$, $c = \infty$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R,\ n \in N$.

Pre každé $n \in N$ označme:
- $a_n^+ = \max\{a_n, 0\}$.
- $a_n^- = \max\{-a_n, 0\} = -\min\{a_n, 0\}$.

Potom platí:
- $a_n^+ \geq 0,\ a_n^- \geq 0$.
- $a_n = a_n^+ - a_n^-$.
- $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+,\ \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme:
- $s^+ = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$ $(s^+ \in R^*,\ s^+ \geq 0)$.
- $s^- = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ $(s^- \in R^*,\ s^- \geq 0)$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

$\Rightarrow$ (Pokiaľ majú výrazy zmysel.)
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ - a_n^-) = s^+ - s^- = s$, kde $s \in R^*$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ + a_n^-) = s^+ + s^- = c$, kde $c \in R^*,\ c \geq 0$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{A}}.$ $\Rightarrow$
  - $s, c \in R$.
  - $s^+, s^- \in R$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{R}}.$ $\Rightarrow$
  - $s \in R,\ c = \infty$.
  - $s^+ = s^- = \infty$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R,\ n \in N$.

Pre každé $n \in N$ označme:
- $a_n^+ = \max\{a_n, 0\}$.
- $a_n^- = \max\{-a_n, 0\} = -\min\{a_n, 0\}$.

Potom platí:
- $a_n^+ \geq 0,\ a_n^- \geq 0$.
- $a_n = a_n^+ - a_n^-$.
- $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^+,\ \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme:
- $s^+ = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^+$ $(s^+ \in R^*,\ s^+ \geq 0)$.
- $s^- = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n^-$ $(s^- \in R^*,\ s^- \geq 0)$.

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

$\Rightarrow$ (Pokiaľ majú výrazy zmysel.)
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (a_n^+ - a_n^-) = s^+ - s^- = s$, kde $s \in R^*$.
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |a_n| = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (a_n^+ + a_n^-) = s^+ + s^- = c$, kde $c \in R^*,\ c \geq 0$.

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A}.$ $\Rightarrow$
  - $s, c \in R$.
  - $s^+, s^- \in R$.

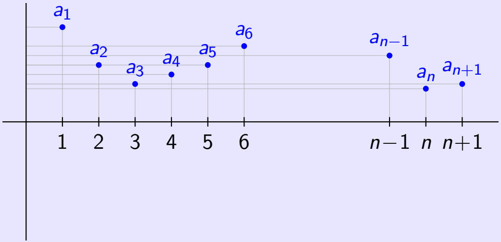
  $[s^+ = \frac{c+s}{2},\ s^- = \frac{c-s}{2}.]$

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R}.$ $\Rightarrow$
  - $s \in R,\ c = \infty$.
  - $s^+ = s^- = \infty$.

  $[s^+ = \frac{c+s}{2} = \frac{\infty+s}{2} = \infty,\ s^- = \frac{c-s}{2} = \frac{\infty-s}{2} = \infty.]$

Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

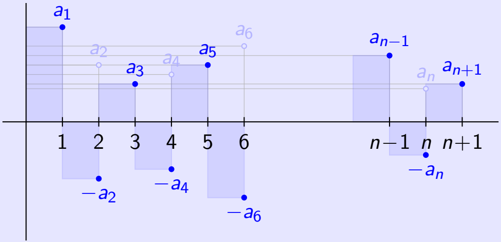
Nech pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$



Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \cdots + (-1)^{n+1} a_n + \cdots$

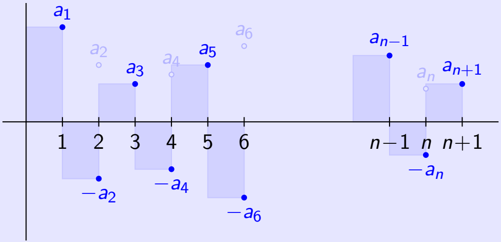


Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$

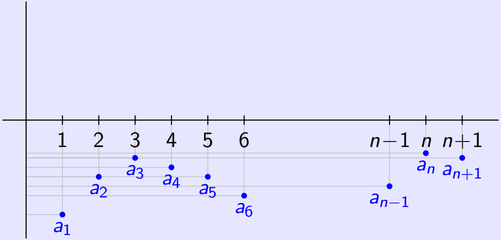
Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \cdots + (-1)^{n+1} a_n + \cdots$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).



Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

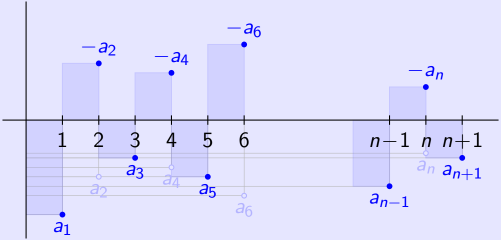
Nech pre všetky $n \in N$ platí $a_n \leq 0.$



Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in N$ platí $a_n \leq 0.$

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \cdots + (-1)^{n+1} a_n + \cdots$

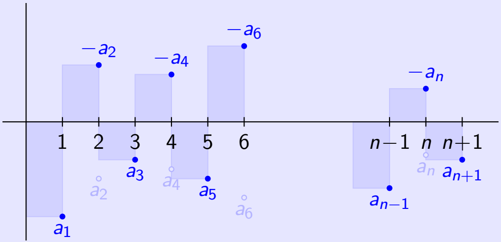


Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in N$ platí $a_n \leq 0.$

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \cdots + (-1)^{n+1} a_n + \cdots$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).

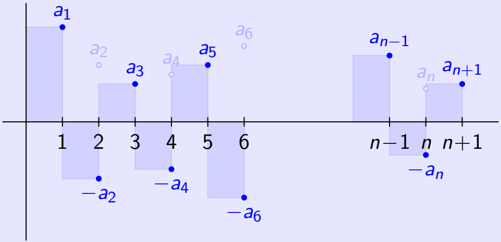


Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$ alebo platí $a_n \leq 0$.

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \cdots + (-1)^{n+1} a_n + \cdots$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).

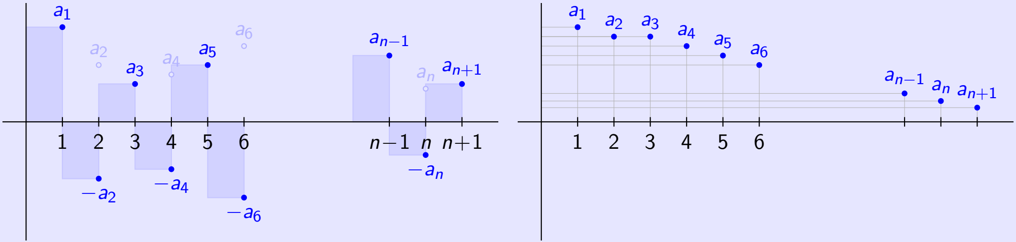


Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$ alebo platí $a_n \leq 0$.

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \cdots + (-1)^{n+1} a_n + \cdots$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).



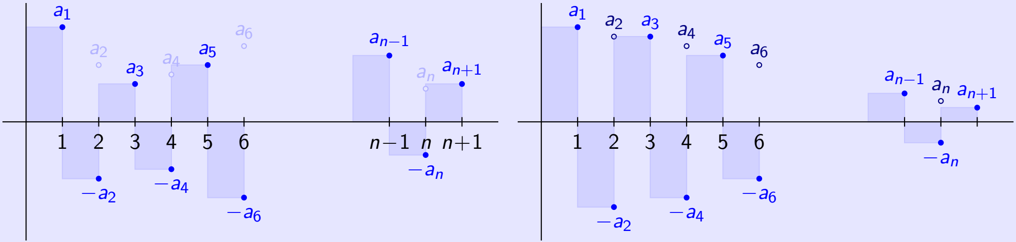
Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$ [Leibnizovo kritérium.]

Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$ alebo platí $a_n \leq 0$.

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \cdots + (-1)^{n+1} a_n + \cdots$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).



Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$ [Leibnizovo kritérium.]

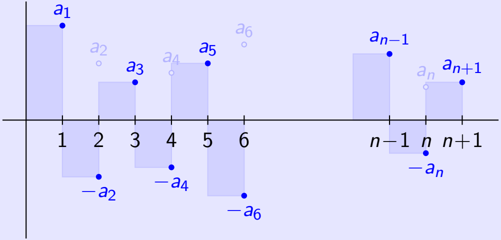
- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je nerastúca pre $a_n \geq 0$

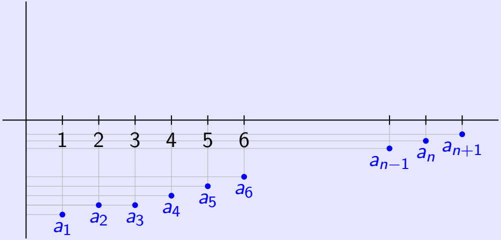
Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$ alebo platí $a_n \leq 0$.

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \cdots + (-1)^{n+1} a_n + \cdots$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).





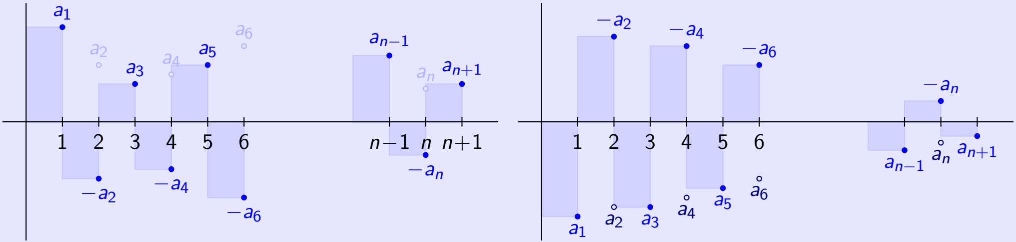
Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \leq 0$ [Leibnizovo kritérium.]

Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$ alebo platí $a_n \leq 0$.

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \cdots + (-1)^{n+1} a_n + \cdots$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).



Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \leq 0$ [Leibnizovo kritérium.]

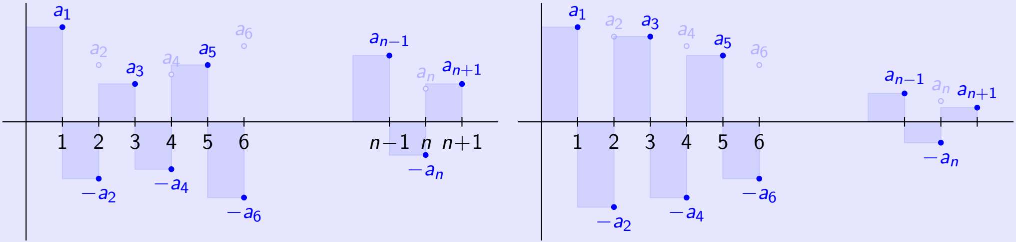
- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neklesajúca pre $a_n \leq 0$

Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$ alebo platí $a_n \leq 0$.

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \cdots + (-1)^{n+1} a_n + \cdots$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).



Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$ (resp. platí $a_n \leq 0$). [Leibnizovo kritérium.]

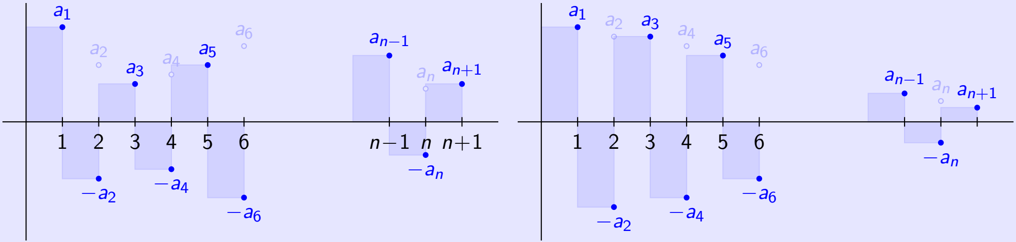
- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je nerastúca pre $a_n \geq 0$ (resp. je neklesajúca pre $a_n \leq 0$).

Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$ alebo platí $a_n \leq 0$.

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \cdots + (-1)^{n+1} a_n + \cdots$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).



Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$ (resp. platí $a_n \leq 0$). [Leibnizovo kritérium.]

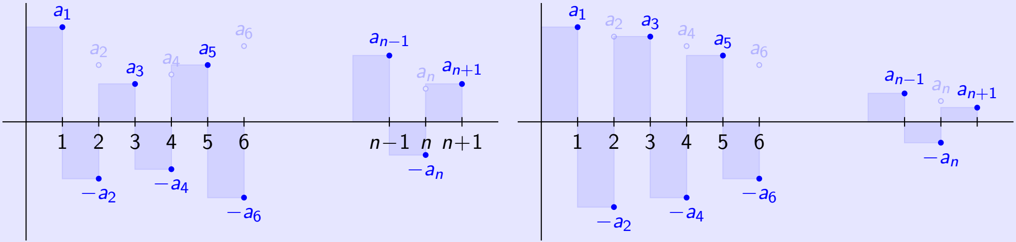
- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je nerastúca pre $a_n \geq 0$ (resp. je neklesajúca pre $a_n \leq 0$).
- $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.

Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$ alebo platí $a_n \leq 0$.

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \cdots + (-1)^{n+1} a_n + \cdots$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).



Pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$ (resp. platí $a_n \leq 0$). [Leibnizovo kritérium.]

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \{a_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ je nerastúca pre } a_n \geq 0 \ (\text{resp. je neklesajúca pre } a_n \leq 0). \\ \bullet\ \lim\limits_{n\to\infty} a_n = 0. \end{array}\right\} \Rightarrow \bullet\ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \longrightarrow .$$

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ [Anharmonický rad.]

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ [Anharmonický rad.]

- Pre všetky $n \in N$ označme $a_n = \frac{1}{n} > 0$.

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ [Anharmonický rad.]

- Pre všetky $n \in N$ označme $a_n = \frac{1}{n} > 0$.

Leibnizovo kritérium.

- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \ldots\}$ je klesajúca.

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ [Anharmonický rad.]

- Pre všetky $n \in N$ označme $a_n = \frac{1}{n} > 0.$

Leibnizovo kritérium.

- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \ldots\}$ je klesajúca.
- $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0.$

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ [Anharmonický rad.]

- Pre všetky $n \in N$ označme $a_n = \frac{1}{n} > 0$.

Leibnizovo kritérium.

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \ldots\} \text{ je klesajúca.} \\ \bullet\ \lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0. \end{array}\right\} \Rightarrow$$

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ [Anharmonický rad.]

- Pre všetky $n \in N$ označme $a_n = \frac{1}{n} > 0.$

Leibnizovo kritérium.

- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \ldots\}$ je klesajúca.
- $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0.$

$\Rightarrow$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \longrightarrow.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \longrightarrow,$$

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ [Anharmonický rad.]

- Pre všetky $n \in N$ označme $a_n = \frac{1}{n} > 0$.

Leibnizovo kritérium.

- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \ldots\}$ je klesajúca.
- $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0.$

$\Rightarrow$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \longrightarrow.$$

Rad absolútnych hodnôt členov:

- $\sum_{n=1}^{\infty} \left|(-1)^{n+1} a_n\right| = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \longrightarrow,$$

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ [Anharmonický rad.]

- Pre všetky $n \in N$ označme $a_n = \frac{1}{n} > 0$.

Leibnizovo kritérium.

- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \ldots\}$ je klesajúca.
- $\displaystyle\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0.$

$\Rightarrow$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \longrightarrow .$$

Rad absolútnych hodnôt členov:

- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left|(-1)^{n+1} a_n\right| = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \left|\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty.$ [Harmonický rad.]

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \longrightarrow, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty.$$

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \xrightarrow{R}$. [Anharmonický rad.]

- Pre všetky $n \in N$ označme $a_n = \frac{1}{n} > 0$.

Leibnizovo kritérium.

- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \ldots\}$ je klesajúca.
- $\lim_{n\to\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0.$

$\Rightarrow$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \longrightarrow.$$

Rad absolútnych hodnôt členov:

- $\sum_{n=1}^{\infty} \left|(-1)^{n+1} a_n\right| = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \left|\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty.$ [Harmonický rad.]

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \longrightarrow, \ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty. \Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \xrightarrow{R}$ (rad konverguje relatívne).

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \xrightarrow{R}$. [Anharmonický rad.]

- Pre všetky $n \in N$ označme $a_n = \frac{1}{n} > 0$.

Leibnizovo kritérium.

- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \ldots\}$ je klesajúca.
- $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$.

$\Rightarrow$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \longrightarrow .$$

Rad absolútnych hodnôt členov:

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left|(-1)^{n+1} a_n\right| = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \left|\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right| = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$. [Harmonický rad.]

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \longrightarrow$, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$. $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \xrightarrow{R}$ (rad konverguje relatívne).

[Rad sa nazýva anharmonický a platí $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \longrightarrow \ln 2$.]

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum\limits_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
- $\sum\limits_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\sum\limits_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
- $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$.
- $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$.
- $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = \mathrm{e}^a$ pre $a \in R$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = \mathrm{e}^a$ pre $a \in R$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} = \frac{1}{\mathrm{e}} = \mathrm{e}^{-1}$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
- $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$.
- $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.
- $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$.
- $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = \mathrm{e}^a$ pre $a \in R$.
- $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} = \frac{1}{\mathrm{e}} = \mathrm{e}^{-1}$.
- $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \mathrm{e}$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = \mathrm{e}^a$ pre $a \in R$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} = \frac{1}{\mathrm{e}} = \mathrm{e}^{-1}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \mathrm{e}$.

- Prerovnaným radom (prerovnaním) radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = \mathrm{e}^a$ pre $a \in R$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} = \frac{1}{\mathrm{e}} = \mathrm{e}^{-1}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \mathrm{e}$.

- Prerovnaným radom (prerovnaním) radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame

  rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} = a_{k_1} + a_{k_2} + a_{k_3} + a_{k_4} + \cdots + a_{k_n} + \cdots,$

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

$\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
$\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$.
$\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$.
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = \mathrm{e}^a$ pre $a \in R$.	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} = \frac{1}{\mathrm{e}} = \mathrm{e}^{-1}$.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} = \mathrm{e}$.

- Prerovnaným radom (prerovnaním) radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame

  rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} = a_{k_1} + a_{k_2} + a_{k_3} + a_{k_4} + \cdots + a_{k_n} + \cdots$, kde $\{k_n\}_{n=1}^{\infty}$ je bijekcia $N \to N$.

  [Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty}$ je bijekcia $N \to N$,

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = \mathrm{e}^a$ pre $a \in R$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} = \frac{1}{\mathrm{e}} = \mathrm{e}^{-1}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \mathrm{e}$.

- Prerovnaným radom (prerovnaním) radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame

  rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} = a_{k_1} + a_{k_2} + a_{k_3} + a_{k_4} + \cdots + a_{k_n} + \cdots$, kde $\{k_n\}_{n=1}^{\infty}$ je bijekcia $N \to N$.

  [Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty}$ je bijekcia $N \to N$, $\{k_n\}_{n=1}^{\infty}$ obsahuje každé prirodzené číslo práve raz.]

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

$\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
$\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$.
$\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$.
$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = \mathrm{e}^a$ pre $a \in R$.	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} = \frac{1}{\mathrm{e}} = \mathrm{e}^{-1}$.	$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = \mathrm{e}$.

- Prerovnaným radom (prerovnaním) radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame

  rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} = a_{k_1} + a_{k_2} + a_{k_3} + a_{k_4} + \cdots + a_{k_n} + \cdots$, kde $\{k_n\}_{n=1}^{\infty}$ je bijekcia $N \to N$.

  [Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty}$ je bijekcia $N \to N$, $\{k_n\}_{n=1}^{\infty}$ obsahuje každé prirodzené číslo práve raz.]

- Pri prerovnaní radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ zmeníme poradie členov, hodnoty členov nemeníme.

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \cdots = \ln 2.$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \cdots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov.

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \cdots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov. [Postupne

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \cdots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov. [Postupne pripočítavame jeden nepárny člen

- Kladné (nepárne) členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov. [Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- Kladné (nepárne) členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \ldots, \frac{1}{2k}, \ldots, \frac{1}{2\cdot(2k-1)}, \frac{1}{2\cdot 2k}, \ldots\}.$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov. [Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- Kladné (nepárne) členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \ldots, \frac{1}{2k}, \ldots, \frac{1}{2\cdot(2k-1)}, \frac{1}{2\cdot 2k}, \ldots\}.$

$1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov. [Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- Kladné (nepárne) členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \ldots, \frac{1}{2k}, \ldots, \frac{1}{2\cdot(2k-1)}, \frac{1}{2\cdot 2k}, \ldots\}.$

$1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}-\frac{1}{8}$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \cdots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov. [Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- Kladné (nepárne) členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \ldots, \frac{1}{2k}, \ldots, \frac{1}{2\cdot(2k-1)}, \frac{1}{2\cdot 2k}, \ldots\}.$

$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12}$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov. [Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- Kladné (nepárne) členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \ldots, \frac{1}{2k}, \ldots, \frac{1}{2\cdot(2k-1)}, \frac{1}{2\cdot 2k}, \ldots\}.$

$1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{5}-\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov. [Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- Kladné (nepárne) členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \ldots, \frac{1}{2k}, \ldots, \frac{1}{2\cdot(2k-1)}, \frac{1}{2\cdot 2k}, \ldots\}$.

$1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{5}-\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+\cdots$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov. [Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- Kladné (nepárne) členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \ldots, \frac{1}{2k}, \ldots, \frac{1}{2\cdot(2k-1)}, \frac{1}{2\cdot 2k}, \ldots\}.$

$$1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{5}-\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov. [Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- Kladné (nepárne) členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \ldots, \frac{1}{2k}, \ldots, \frac{1}{2\cdot(2k-1)}, \frac{1}{2\cdot 2k}, \ldots\}.$

$$1-\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{5}-\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov. [Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- Kladné (nepárne) členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \ldots, \frac{1}{2k}, \ldots, \frac{1}{2\cdot(2k-1)}, \frac{1}{2\cdot 2k}, \ldots\}.$

$$\underbrace{1-\frac{1}{2}}-\frac{1}{4}+\underbrace{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}-\frac{1}{8}+\underbrace{\frac{1}{5}-\frac{1}{10}}-\frac{1}{12}+\cdots+\underbrace{\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2(2k-1)}}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov. [Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- Kladné (nepárne) členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \ldots, \frac{1}{2k}, \ldots, \frac{1}{2\cdot(2k-1)}, \frac{1}{2\cdot 2k}, \ldots\}.$

$$\underbrace{1-\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}}-\frac{1}{4}+\underbrace{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}}-\frac{1}{8}+\underbrace{\frac{1}{5}-\frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}}-\frac{1}{12}+\cdots+\underbrace{\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2(2k-1)}}_{\frac{1}{2(2k-1)}}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2(2k-1)}$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov. [Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- Kladné (nepárne) členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \ldots, \frac{1}{2k}, \ldots, \frac{1}{2\cdot(2k-1)}, \frac{1}{2\cdot 2k}, \ldots\}.$

$$\underbrace{1-\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}}-\frac{1}{4}+\underbrace{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}}-\frac{1}{8}+\underbrace{\frac{1}{5}-\frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}}-\frac{1}{12}+\cdots+\underbrace{\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2(2k-1)}}_{\frac{1}{2(2k-1)}}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$= \frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov. [Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- Kladné (nepárne) členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{6},\frac{1}{8},\frac{1}{10},\frac{1}{12},\ldots,\frac{1}{2k},\ldots,\frac{1}{2\cdot(2k-1)},\frac{1}{2\cdot 2k},\ldots\}.$

$$\underbrace{1-\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}}-\frac{1}{4}+\underbrace{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}}-\frac{1}{8}+\underbrace{\frac{1}{5}-\frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}}-\frac{1}{12}+\cdots+\underbrace{\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2(2k-1)}}_{\frac{1}{2(2k-1)}}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$= \frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$= \frac{1}{2\cdot 1}-\frac{1}{2\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}-\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{2\cdot 5}-\frac{1}{2\cdot 6}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov. [Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- Kladné (nepárne) členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \ldots, \frac{1}{2k}, \ldots, \frac{1}{2\cdot(2k-1)}, \frac{1}{2\cdot 2k}, \ldots\}.$

$$\underbrace{1-\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}}-\frac{1}{4}+\underbrace{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}}-\frac{1}{8}+\underbrace{\frac{1}{5}-\frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}}-\frac{1}{12}+\cdots+\underbrace{\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2(2k-1)}}_{\frac{1}{2(2k-1)}}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$= \frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$= \frac{1}{2\cdot 1}-\frac{1}{2\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}-\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{2\cdot 5}-\frac{1}{2\cdot 6}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$= \frac{1}{2}\Big(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\cdots+\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k}+\cdots\Big)$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots=\ln 2.$

Vymeníme poradie členov. [Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- Kladné (nepárne) členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}=\{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}=\{\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{6},\frac{1}{8},\frac{1}{10},\frac{1}{12},\ldots,\frac{1}{2k},\ldots,\frac{1}{2\cdot(2k-1)},\frac{1}{2\cdot 2k},\ldots\}.$

$$\underbrace{1-\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}}-\frac{1}{4}+\underbrace{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}}-\frac{1}{8}+\underbrace{\frac{1}{5}-\frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}}-\frac{1}{12}+\cdots+\underbrace{\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2(2k-1)}}_{\frac{1}{2(2k-1)}}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$=\frac{1}{2\cdot 1}-\frac{1}{2\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}-\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{2\cdot 5}-\frac{1}{2\cdot 6}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\cdots+\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k}+\cdots\right)=\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov. [Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- Kladné (nepárne) členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \ldots, \frac{1}{2k}, \ldots, \frac{1}{2\cdot(2k-1)}, \frac{1}{2\cdot 2k}, \ldots\}.$

$$\underbrace{1-\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}}-\frac{1}{4}+\underbrace{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}}-\frac{1}{8}+\underbrace{\frac{1}{5}-\frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}}-\frac{1}{12}+\cdots+\underbrace{\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2(2k-1)}}_{\frac{1}{2(2k-1)}}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$= \frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$= \frac{1}{2\cdot 1}-\frac{1}{2\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}-\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{2\cdot 5}-\frac{1}{2\cdot 6}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$= \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\cdots+\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k}+\cdots\right) = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$$

$$= \frac{1}{2}\ln 2$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots=\ln 2.$

Vymeníme poradie členov. [Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- Kladné (nepárne) členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}=\{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}=\{\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{6},\frac{1}{8},\frac{1}{10},\frac{1}{12},\ldots,\frac{1}{2k},\ldots,\frac{1}{2\cdot(2k-1)},\frac{1}{2\cdot 2k},\ldots\}.$

$$\underbrace{1-\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}}-\frac{1}{4}+\underbrace{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}}-\frac{1}{8}+\underbrace{\frac{1}{5}-\frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}}-\frac{1}{12}+\cdots+\underbrace{\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2(2k-1)}}_{\frac{1}{2(2k-1)}}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$=\frac{1}{2\cdot 1}-\frac{1}{2\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}-\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{2\cdot 5}-\frac{1}{2\cdot 6}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$=\frac{1}{2}\Big(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\cdots+\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k}+\cdots\Big)=\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$$

$=\frac{1}{2}\ln 2$ (iný súčet). [Prerovnaním radu sa zmenil súčet radu.]

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{(-1)^{n+1}}{n}+\cdots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov. [Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- Kladné (nepárne) členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2},\frac{1}{4},\frac{1}{6},\frac{1}{8},\frac{1}{10},\frac{1}{12},\ldots,\frac{1}{2k},\ldots,\frac{1}{2\cdot(2k-1)},\frac{1}{2\cdot 2k},\ldots\}.$

$$\underbrace{1-\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}}-\frac{1}{4}+\underbrace{\frac{1}{3}-\frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}}-\frac{1}{8}+\underbrace{\frac{1}{5}-\frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}}-\frac{1}{12}+\cdots+\underbrace{\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2(2k-1)}}_{\frac{1}{2(2k-1)}}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$= \frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{6}-\frac{1}{8}+\frac{1}{10}-\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$= \frac{1}{2\cdot 1}-\frac{1}{2\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}-\frac{1}{2\cdot 4}+\frac{1}{2\cdot 5}-\frac{1}{2\cdot 6}+\cdots+\frac{1}{2(2k-1)}-\frac{1}{2\cdot 2k}+\cdots$$

$$= \frac{1}{2}\Big(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\cdots+\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k}+\cdots\Big) = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$$

$= \frac{1}{2}\ln 2$ (iný súčet). [Prerovnaním radu sa zmenil súčet radu.]

- Pri nekonečných radoch neplatí komutatívny zákon.

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} = 1-1+1-1+1-1+1-1+\cdots$ diverguje (osciluje).

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$.

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in N$ platí:

- $s_{2k-1} = 1$ (n nepárne).
- $s_{2k} = 0$ (n párne).

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in N$ platí: • $s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). • $s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} = 1-1+1-1+1-1+1-1+\cdots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in N$ platí: • $s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). • $s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

- $(1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} = 1-1+1-1+1-1+1-1+\cdots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in N$ platí: • $s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). • $s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

- $(1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots$
- $1+(-1+1)+(-1+1)+\cdots$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in N$ platí: • $s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). • $s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

- $(1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \cdots = 0 + 0 + 0 + \cdots = 0.$
- $1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \cdots = 1 + 0 + 0 + \cdots = 1.$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1-1+1-1+1-1+1-1+\cdots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in N$ platí: • $s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). • $s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

- $(1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots = 0+0+0+\cdots = 0.$ [Nový rad má súčet 0.]
- $1+(-1+1)+(-1+1)+\cdots = 1+0+0+\cdots = 1.$ [Nový rad má súčet 1.]

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in N$ platí: • $s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). • $s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

- $(1-1) + (1-1) + (1-1) + \cdots = 0 + 0 + 0 + \cdots = 0.$ [Nový rad má súčet 0.]
- $1 + (-1+1) + (-1+1) + \cdots = 1 + 0 + 0 + \cdots = 1.$ [Nový rad má súčet 1.]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - 1 + 1\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} + 0\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \frac{\pi^2}{6}$ (konverguje).

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1-1+1-1+1-1+1-1+\cdots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in N$ platí: • $s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). • $s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

- $(1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots = 0+0+0+\cdots = 0.$ [Nový rad má súčet 0.]
- $1+(-1+1)+(-1+1)+\cdots = 1+0+0+\cdots = 1.$ [Nový rad má súčet 1.]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - 1 + 1\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} + 0\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \frac{\pi^2}{6}$ (konverguje).

Rad konverguje (má konečný súčet).

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} = 1-1+1-1+1-1+1-1+\cdots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in N$ platí: • $s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). • $s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

- $(1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots = 0+0+0+\cdots = 0.$ [Nový rad má súčet 0.]
- $1+(-1+1)+(-1+1)+\cdots = 1+0+0+\cdots = 1.$ [Nový rad má súčet 1.]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^2}-1+1\right) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^2}+0\right) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} \longrightarrow \frac{\pi^2}{6}$ (konverguje).

Rad konverguje (má konečný súčet).

Vynecháme zátvorky.

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} = 1-1+1-1+1-1+1-1+\cdots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k\in N$ platí: • $s_{2k-1}=1$ (n nepárne). • $s_{2k}=0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

- $(1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots = 0+0+0+\cdots = 0.$ [Nový rad má súčet 0.]
- $1+(-1+1)+(-1+1)+\cdots = 1+0+0+\cdots = 1.$ [Nový rad má súčet 1.]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^2}-1+1\right) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^2}+0\right) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} \longrightarrow \frac{\pi^2}{6}$ (konverguje).

Rad konverguje (má konečný súčet).

Vynecháme zátvorky.

- $1-1+1+\frac{1}{2^2}-1+1+\cdots+\frac{1}{n^2}-1+1 \ +\cdots$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in N$ platí:
- $s_{2k-1} = 1$ (n nepárne).
- $s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

- $(1-1) + (1-1) + (1-1) + \cdots = 0 + 0 + 0 + \cdots = 0$. [Nový rad má súčet 0.]
- $1 + (-1+1) + (-1+1) + \cdots = 1 + 0 + 0 + \cdots = 1$. [Nový rad má súčet 1.]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - 1 + 1\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} + 0\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \frac{\pi^2}{6}$ (konverguje).

Rad konverguje (má konečný súčet).

Vynecháme zátvorky.

- $1 - 1 + 1 + \frac{1}{2^2} - 1 + 1 + \cdots + \frac{1}{n^2} - 1 + 1 \ + \cdots$

Nový rad osciluje, pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$.

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in N$ platí: • $s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). • $s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

- $(1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \cdots = 0 + 0 + 0 + \cdots = 0$. [Nový rad má súčet 0.]
- $1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \cdots = 1 + 0 + 0 + \cdots = 1$. [Nový rad má súčet 1.]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - 1 + 1\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} + 0\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \frac{\pi^2}{6}$ (konverguje).

Rad konverguje (má konečný súčet).

Vynecháme zátvorky.

- $1 - 1 + 1 + \frac{1}{2^2} - 1 + 1 + \cdots + \frac{1}{n^2} - 1 + 1 \; + \cdots$

Nový rad osciluje, pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in N$ platí: • $s_{3k} = s_{3k+1} = \frac{\pi^2}{6}$. • $s_{3k+2} = \frac{\pi^2}{6} - 1$.

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in N$ platí: • $s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). • $s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

- $(1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots = 0+0+0+\cdots = 0.$ [Nový rad má súčet 0.]
- $1+(-1+1)+(-1+1)+\cdots = 1+0+0+\cdots = 1.$ [Nový rad má súčet 1.]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - 1 + 1\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} + 0\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \frac{\pi^2}{6}$ (konverguje).

Rad konverguje (má konečný súčet).

Vynecháme zátvorky.

- $1 - 1 + 1 + \frac{1}{2^2} - 1 + 1 + \cdots + \frac{1}{n^2} - 1 + 1 \;\; + \cdots$ diverguje (osciluje). [Nový rad súčet nemá.]

Nový rad osciluje, pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in N$ platí: • $s_{3k} = s_{3k+1} = \frac{\pi^2}{6}$. • $s_{3k+2} = \frac{\pi^2}{6} - 1.$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1} = 1-1+1-1+1-1+1-1+\cdots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k\in N$ platí: • $s_{2k-1}=1$ (n nepárne). • $s_{2k}=0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

- $(1-1)+(1-1)+(1-1)+\cdots = 0+0+0+\cdots = 0.$ [Nový rad má súčet 0.]
- $1+(-1+1)+(-1+1)+\cdots = 1+0+0+\cdots = 1.$ [Nový rad má súčet 1.]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^2}-1+1\right) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n^2}+0\right) = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2} \longrightarrow \frac{\pi^2}{6}$ (konverguje).

Rad konverguje (má konečný súčet).

Vynecháme zátvorky.

- $1-1+1+\frac{1}{2^2}-1+1+\cdots+\frac{1}{n^2}-1+1 \;+\cdots$ diverguje (osciluje). [Nový rad súčet nemá.]

Nový rad osciluje, pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k\in N$ platí: • $s_{3k}=s_{3k+1}=\frac{\pi^2}{6}$. • $s_{3k+2}=\frac{\pi^2}{6}-1.$

- Pri nekonečných radoch neplatí asociatívny zákon.

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{A}}$ (konverguje absolútne).

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A}$ (konverguje absolútne).

$\Rightarrow$ • Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje.

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A}$ (konvergruje absolútne).

$\Rightarrow$ • Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$. $\Rightarrow$ • Každé prerovnanie $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje.

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A}$ (konverguje absolútne).

$\Rightarrow$ • Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$. $\Rightarrow$ • Každé prerovnanie $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje. Každé prerovnanie absolútne konvergentného radu má rovnaký súčet $s \in R$ (ako rad).]

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{A}}$ (konverguje absolútne).

$\Rightarrow$ • Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$. $\Rightarrow$ • Každé prerovnanie $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje. Každé prerovnanie absolútne konvergentného radu má rovnaký súčet $s \in R$ (ako rad).]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{R}}$ (konverguje relatívne), $s \in R^*$ je ľubovoľné.

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A}$ (konverguje absolútne).

$\Rightarrow$ • Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$. $\Rightarrow$ • Každé prerovnanie $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje. Každé prerovnanie absolútne konvergentného radu má rovnaký súčet $s \in R$ (ako rad).]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R}$ (konverguje relatívne), $s \in R^*$ je ľubovoľné.

$\Rightarrow$ • Existuje prerovnanie $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A}$ (konverguje absolútne).

$\Rightarrow$ • Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$. $\Rightarrow$ • Každé prerovnanie $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje. Každé prerovnanie absolútne konvergentného radu má rovnaký súčet $s \in R$ (ako rad).]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R}$ (konverguje relatívne), $s \in R^*$ je ľubovoľné.

$\Rightarrow$ • Existuje prerovnanie $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

[Relatívne konvergentný rad môžeme prerovnať k danému súčtu $s \in R^*$ (konečnému i nekonečnému).]

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{A}}$ (konverguje absolútne).

$\Rightarrow$ • Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$. $\Rightarrow$ • Každé prerovnanie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje. Každé prerovnanie absolútne konvergentného radu má rovnaký súčet $s \in R$ (ako rad).]

Rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{R}}$ (konverguje relatívne), $s \in R^*$ je ľubovoľné. [Princíp konštrukcie je uvedený v riešených príkladoch I, II.]

$\Rightarrow$ • Existuje prerovnanie $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

[Relatívne konvergentný rad môžeme prerovnať k danému súčtu $s \in R^*$ (konečnému i nekonečnému).]

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A}$ (konverguje absolútne).

$\Rightarrow$ • Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$. $\Rightarrow$ • Každé prerovnanie $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje. Každé prerovnanie absolútne konvergentného radu má rovnaký súčet $s \in R$ (ako rad).]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R}$ (konverguje relatívne), $s \in R^*$ je ľubovoľné. [Princíp konštrukcie je uvedený v riešených príkladoch I, II.]

$\Rightarrow$ • Existuje prerovnanie $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

[Relatívne konvergentný rad môžeme prerovnať k danému súčtu $s \in R^*$ (konečnému i nekonečnému).]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je taký, že pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$ (iba nezáporné členy), resp. $a_n \leq 0$ (iba nekladné členy).

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A}$ (konverguje absolútne).

$\Rightarrow$ • Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$. $\Rightarrow$ • Každé prerovnanie $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje. Každé prerovnanie absolútne konvergentného radu má rovnaký súčet $s \in R$ (ako rad).]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R}$ (konverguje relatívne), $s \in R^*$ je ľubovoľné. [Princíp konštrukcie je uvedený v riešených príkladoch I, II.]

$\Rightarrow$ • Existuje prerovnanie $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

[Relatívne konvergentný rad môžeme prerovnať k danému súčtu $s \in R^*$ (konečnému i nekonečnému).]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je taký, že pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$ (iba nezáporné členy), resp. $a_n \leq 0$ (iba nekladné členy).

$\Rightarrow$ • Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

[Súčet radu sa iba zväčšuje alebo iba zmenšuje, t. j. rad konverguje alebo diverguje do $\pm\infty$.

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{A}}$ (konverguje absolútne).

$\Rightarrow$ • Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$. $\Rightarrow$ • Každé prerovnanie $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje. Každé prerovnanie absolútne konvergentného radu má rovnaký súčet $s \in R$ (ako rad).]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{\text{R}}$ (konverguje relatívne), $s \in R^*$ je ľubovoľné. [Princíp konštrukcie je uvedený v riešených príkladoch I, II.]

$\Rightarrow$ • Existuje prerovnanie $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

[Relatívne konvergentný rad môžeme prerovnať k danému súčtu $s \in R^*$ (konečnému i nekonečnému).]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je taký, že pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$ (iba nezáporné členy), resp. $a_n \leq 0$ (iba nekladné členy).

$\Rightarrow$ • Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

[Súčet radu sa iba zväčšuje alebo iba zmenšuje, t. j. rad konverguje alebo diverguje do $\pm\infty$.

$\Rightarrow$ Konvergencia radu s iba nezápornými, resp. nekladnými členmi predstavuje súčasne absolútnu konvergenciu.]

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A}$ (konverguje absolútne).

$\Rightarrow$ • Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$. $\Rightarrow$ • Každé prerovnanie $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje. Každé prerovnanie absolútne konvergentného radu má rovnaký súčet $s \in R$ (ako rad).]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R}$ (konverguje relatívne), $s \in R^*$ je ľubovoľné. [Princíp konštrukcie je uvedený v riešených príkladoch I, II.]

$\Rightarrow$ • Existuje prerovnanie $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

[Relatívne konvergentný rad môžeme prerovnať k danému súčtu $s \in R^*$ (konečnému i nekonečnému).]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je taký, že pre všetky $n \in N$ platí $a_n \geq 0$ (iba nezáporné členy), resp. $a_n \leq 0$ (iba nekladné členy).

$\Rightarrow$ • Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$. $\Rightarrow$ • Každé prerovnanie $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

[Súčet radu sa iba zväčšuje alebo iba zmenšuje, t. j. rad konverguje alebo diverguje do $\pm\infty$.

$\Rightarrow$ Konvergencia radu s iba nezápornými, resp. nekladnými členmi predstavuje súčasne absolútnu konvergenciu.]

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{\text{R}} \ln 2.$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{\mathrm{R}} \ln 2$.
- $s^{+} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^{-} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{\text{R}} \ln 2.$
- $s^{+} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^{-} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s=\frac{5}{4}=1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{\mathrm{R}} \ln 2.$
- $s^+=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}=\infty.$
- $s^-=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k}=\infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P=\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}=\{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\frac{1}{13},\frac{1}{15},\frac{1}{17},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z=\{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}=\{-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{6},-\frac{1}{8},-\frac{1}{10},-\frac{1}{12},\ldots,-\frac{1}{2k},\ldots\}.$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^{+} = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^{-} = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

- Z postupnosti P vyberieme od začiatku toľko členov, aby ich súčet $s^{*} > s$.

1

$s^{*} = 1 \quad < 1{,}25$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25.$

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^{+} = \sum_{k=1}^{\infty}a_{2k-1} = \infty.$
- $s^{-} = \sum_{k=1}^{\infty}a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

  - Z postupnosti P vyberieme od začiatku toľko členov, aby ich súčet $s^* > s$.

$$1 + \frac{1}{3}$$

$$1{,}25 < s^* \approx 1{,}333$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

  - Z postupnosti P vyberieme od začiatku toľko členov, aby ich súčet $s^* > s$.
  - K nim pridáme od začiatku toľko členov z postupnosti Z, aby ich spoločný súčet $s^* < s$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$$

$$s^* \approx 0{,}833 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

  - Z postupnosti P vyberieme od začiatku toľko členov, aby ich súčet $s^* > s$.
  - K nim pridáme od začiatku toľko členov z postupnosti Z, aby ich spoločný súčet $s^* < s$.

  - K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$$

$$s^* \approx 1{,}033 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

  - Z postupnosti P vyberieme od začiatku toľko členov, aby ich súčet $s^* > s$.
  - K nim pridáme od začiatku toľko členov z postupnosti Z, aby ich spoločný súčet $s^* < s$.

  - K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7}$$

$$s^* \approx 1{,}176 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s=\frac{5}{4}=1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^{+}=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}=\infty$.
- $s^{-}=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k}=\infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P=\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}=\{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\frac{1}{13},\frac{1}{15},\frac{1}{17},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z=\{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}=\{-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{6},-\frac{1}{8},-\frac{1}{10},-\frac{1}{12},\ldots,-\frac{1}{2k},\ldots\}$.

  - Z postupnosti P vyberieme od začiatku toľko členov, aby ich súčet $s^{*}>s$.
  - K nim pridáme od začiatku toľko členov z postupnosti Z, aby ich spoločný súčet $s^{*}<s$.

  - K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^{*}>s$.

$$1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}$$

$$1{,}25<s^{*}\approx 1{,}287$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25.$

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^{+} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^{-} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

  - Z postupnosti P vyberieme od začiatku toľko členov, aby ich súčet $s^{*} > s$.
  - K nim pridáme od začiatku toľko členov z postupnosti Z, aby ich spoločný súčet $s^{*} < s$.

  - K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^{*} > s$.
  - K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^{*} < s$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4}$$

$$s^{*} \approx 1{,}037 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{\mathrm{R}} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

  - Z postupnosti P vyberieme od začiatku toľko členov, aby ich súčet $s^* > s$.
  - K nim pridáme od začiatku toľko členov z postupnosti Z, aby ich spoločný súčet $s^* < s$.

  - K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.
  - K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* < s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4}$$

$$s^* \approx 1{,}037 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{\text{R}} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11}$$

$$s^* \approx 1{,}128 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13}$$

$$s^* \approx 1{,}205 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15}$$

$$1{,}25 < s^* \approx 1{,}272$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s=\frac{5}{4}=1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}=\infty.$
- $s^-=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k}=\infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P=\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}=\{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\frac{1}{13},\frac{1}{15},\frac{1}{17},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z=\{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}=\{-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{6},-\frac{1}{8},-\frac{1}{10},-\frac{1}{12},\ldots,-\frac{1}{2k},\ldots\}.$

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^*<s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^*\longrightarrow\frac{5}{4}$.

$$1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{4}+\frac{1}{11}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}-\frac{1}{6}$$

$$s^*\approx 1{,}105<1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17}$$

$$s^* \approx 1{,}164 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{\text{R}} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19}$$

$$s^* \approx 1{,}217 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21}$$

$$1{,}25 < s^* \approx 1{,}264$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25.$

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^{+} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^{-} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^{*} < s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^{*} \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8}$$

$$s^{*} \approx 1{,}139 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^{+} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^{-} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^{*} > s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^{*} \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23}$$

$$s^{*} \approx 1{,}183 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s=\frac{5}{4}=1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{\text{R}} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{4}+\frac{1}{11}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}-\frac{1}{6}+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}+\frac{1}{21}-\frac{1}{8}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}$$

$$s^* \approx 1{,}223 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

- K doterazu vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27}$$

$$1{,}25 < s^* \approx 1{,}260$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* < s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27}$$
$$-\frac{1}{10}$$

$$s^* \approx 1{,}160 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} - \frac{1}{10} + \frac{1}{29}$$

$$s^* \approx 1{,}194 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} - \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31}$$

$$s^* \approx 1{,}226 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^{+} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^{-} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} - \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33}$$

$$1{,}25 < s^* \approx 1{,}257$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s=\frac{5}{4}=1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}=\infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty}a_{2k}=\infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P=\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}=\{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\frac{1}{13},\frac{1}{15},\frac{1}{17},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z=\{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}=\{-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{6},-\frac{1}{8},-\frac{1}{10},-\frac{1}{12},\ldots,-\frac{1}{2k},\ldots\}$.

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* < s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{4}+\frac{1}{11}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}-\frac{1}{6}+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}+\frac{1}{21}-\frac{1}{8}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}-\frac{1}{10}+\frac{1}{29}+\frac{1}{31}+\frac{1}{33}-\frac{1}{12}$$

$$s^* \approx 1{,}173 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27}$$
$$- \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{12} + \frac{1}{35}$$

$$s^* \approx 1{,}202 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25.$

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{\text{R}} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27}$$
$$-\frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{12} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37}$$

$$s^* \approx 1{,}229 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{\mathrm{R}} \ln 2$.
- $s^+ = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27}$$
$$- \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{12} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39}$$

$$1{,}25 < s^* \approx 1{,}255$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{\text{R}} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* < s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27}$$
$$- \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{12} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} - \frac{1}{14}$$

$$s^* \approx 1{,}183 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s=\frac{5}{4}=1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^{+}=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}=\infty$.
- $s^{-}=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k}=\infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P=\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}=\{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\frac{1}{13},\frac{1}{15},\frac{1}{17},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z=\{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}=\{-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{6},-\frac{1}{8},-\frac{1}{10},-\frac{1}{12},\ldots,-\frac{1}{2k},\ldots\}$.

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^{*}>s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^{*}\longrightarrow\frac{5}{4}$.

$$1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{4}+\frac{1}{11}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}-\frac{1}{6}+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}+\frac{1}{21}-\frac{1}{8}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}$$
$$-\frac{1}{10}+\frac{1}{29}+\frac{1}{31}+\frac{1}{33}-\frac{1}{12}+\frac{1}{35}+\frac{1}{37}+\frac{1}{39}-\frac{1}{14}+\frac{1}{41}$$

$$s^{*}\approx 1{,}208<1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{\text{R}} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27}$$
$$- \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{12} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} - \frac{1}{14} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43}$$

$$s^* \approx 1{,}231 < 1{,}25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27}$$
$$- \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{12} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} - \frac{1}{14} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43} + \frac{1}{45}$$

$$1{,}25 < s^* \approx 1{,}253$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* < s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27}$$
$$- \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{12} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} - \frac{1}{14} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43} + \frac{1}{45} - \cdots$$

$$s^* \approx 1{,}253$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{\mathrm{R}} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* < s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{4}+\frac{1}{11}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}-\frac{1}{6}+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}+\frac{1}{21}-\frac{1}{8}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}$$
$$-\frac{1}{10}+\frac{1}{29}+\frac{1}{31}+\frac{1}{33}-\frac{1}{12}+\frac{1}{35}+\frac{1}{37}+\frac{1}{39}-\frac{1}{14}+\frac{1}{41}+\frac{1}{43}+\frac{1}{45}-\cdots$$

$$s^* \approx 1{,}253$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s=\frac{5}{4}=1{,}25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}=\infty.$
- $s^-=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k}=\infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P=\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}=\{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\frac{1}{13},\frac{1}{15},\frac{1}{17},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z=\{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}=\{-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{6},-\frac{1}{8},-\frac{1}{10},-\frac{1}{12},\ldots,-\frac{1}{2k},\ldots\}.$

  - Z postupnosti P vyberieme od začiatku toľko členov, aby ich súčet $s^* > s$.
  - K nim pridáme od začiatku toľko členov z postupnosti Z, aby ich spoločný súčet $s^* < s$.

  - K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.
  - K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* < s$.

- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \frac{5}{4}$.

$$1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+\frac{1}{5}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}-\frac{1}{4}+\frac{1}{11}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}-\frac{1}{6}+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}+\frac{1}{21}-\frac{1}{8}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}$$
$$-\frac{1}{10}+\frac{1}{29}+\frac{1}{31}+\frac{1}{33}-\frac{1}{12}+\frac{1}{35}+\frac{1}{37}+\frac{1}{39}-\frac{1}{14}+\frac{1}{41}+\frac{1}{43}+\frac{1}{45}-\cdots$$

$$s^*\approx 1{,}253$$

[V praxi pokračujeme po požadovanú presnosť.]

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{\mathrm{R}} \ln 2.$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{\text{R}} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^{+} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^{-} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{\text{R}} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{\text{R}} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty}a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty}a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
- Vyberieme prvý člen zo Z, k nemu pridáme od začiatku toľko členov z P, aby ich spoločný súčet $s^* > \Delta s$.

$-\frac{1}{2} + 1$

$0{,}100 < s^* = 0{,}500 \qquad 0{,}600 = 0{,}500 + 0{,}1$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
- Vyberieme prvý člen zo Z, k nemu pridáme od začiatku toľko členov z P, aby ich spoločný súčet $s^* > \Delta s$.

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$$

$$s^* \approx 0{,}583 < 0{,}600$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
- Vyberieme prvý člen zo Z, k nemu pridáme od začiatku toľko členov z P, aby ich spoločný súčet $s^* > \Delta s$.

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$$

$$0{,}600 < s^* \approx 0{,}783 \qquad 0{,}883 = 0{,}783 + 0{,}1$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
-

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7}$$

$$s^* \approx 0{,}760 < 0{,}883$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}=\infty$.
- $s^-=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k}=\infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P=\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}=\{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\frac{1}{13},\frac{1}{15},\frac{1}{17},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z=\{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}=\{-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{6},-\frac{1}{8},-\frac{1}{10},-\frac{1}{12},\ldots,-\frac{1}{2k},\ldots\}$.

- Zvolíme si krok $\Delta s>0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s=0{,}1$.
-

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^*\longrightarrow\infty$.

$$-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}$$

$$s^*\approx 0{,}871<0{,}883$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

  - Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
  -

  - Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11}$$

$$0{,}883 < s^* \approx 0{,}962 \qquad 1{,}062 = 0{,}962 + 0{,}1$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}=\infty.$
- $s^-=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k}=\infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P=\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}=\{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\frac{1}{13},\frac{1}{15},\frac{1}{17},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z=\{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}=\{-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{6},-\frac{1}{8},-\frac{1}{10},-\frac{1}{12},\ldots,-\frac{1}{2k},\ldots\}.$

  - Zvolíme si krok $\Delta s>0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s=0{,}1$.
  -
  - Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.
- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{8}+\frac{1}{13}$$

$$s^*\approx 0{,}913<1{,}062$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}$.

  - Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
  -
  - Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.
- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15}$$

$$s^* \approx 0{,}980 < 1{,}062$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{\mathrm{R}} \ln 2.$
- $s^+=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}=\infty.$
- $s^-=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k}=\infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P=\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}=\left\{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\frac{1}{13},\frac{1}{15},\frac{1}{17},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\right\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z=\{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}=\left\{-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{6},-\frac{1}{8},-\frac{1}{10},-\frac{1}{12},\ldots,-\frac{1}{2k},\ldots\right\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s>0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s=0{,}1$.
-

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{8}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}+\frac{1}{17}$$

$$s^*\approx 1{,}039<1{,}062$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

  - Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
  -
  - Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{8}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}$$

$$1{,}062 < s^* \approx 1{,}092 \qquad 1{,}192 = 1{,}092 + 0{,}1$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

  - Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
  -

  - Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10} + \frac{1}{21}$$

$$s^* \approx 1{,}039 < 1{,}192$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
-

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23}$$

$$s^* \approx 1{,}083 < 1{,}192$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{\text{R}} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
-

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25}$$

$$s^* \approx 1{,}123 < 1{,}192$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{\text{R}} \ln 2$.
- $s^+=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}=\infty$.
- $s^-=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k}=\infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P=\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}=\{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\frac{1}{13},\frac{1}{15},\frac{1}{17},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z=\{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}=\{-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{6},-\frac{1}{8},-\frac{1}{10},-\frac{1}{12},\ldots,-\frac{1}{2k},\ldots\}$.

- Zvolíme si krok $\Delta s>0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s=0{,}1$.
-
- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.
- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{8}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10}+\frac{1}{21}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}$$

$$s^*\approx 1{,}160<1{,}192$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{\text{R}} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
-

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29}$$

$$1{,}192 < s^* \approx 1{,}194 \qquad 1{,}294 = 1{,}194 + 0{,}1$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}=\infty.$
- $s^-=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k}=\infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P=\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}=\{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\frac{1}{13},\frac{1}{15},\frac{1}{17},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z=\{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}=\{-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{6},-\frac{1}{8},-\frac{1}{10},-\frac{1}{12},\ldots,-\frac{1}{2k},\ldots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s>0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s=0{,}1$.
-

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{8}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10}+\frac{1}{21}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}+\frac{1}{29}-\frac{1}{12}+\frac{1}{31}$$

$$s^*\approx 1{,}143<1{,}294$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}=\infty.$
- $s^-=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k}=\infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P=\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}=\{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\frac{1}{13},\frac{1}{15},\frac{1}{17},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z=\{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}=\{-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{6},-\frac{1}{8},-\frac{1}{10},-\frac{1}{12},\ldots,-\frac{1}{2k},\ldots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s>0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s=0{,}1$.
-

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^*\longrightarrow\infty$.

$$-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{8}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10}+\frac{1}{21}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}+\frac{1}{29}-\frac{1}{12}+\frac{1}{31}+\frac{1}{33}$$

$$s^*\approx 1{,}173<1{,}294$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{\text{R}} \ln 2.$
- $s^+=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}=\infty.$
- $s^-=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k}=\infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P=\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}=\{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\frac{1}{13},\frac{1}{15},\frac{1}{17},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z=\{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}=\{-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{6},-\frac{1}{8},-\frac{1}{10},-\frac{1}{12},\ldots,-\frac{1}{2k},\ldots\}.$

  - Zvolíme si krok $\Delta s>0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s=0{,}1$.
  -

  - Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^*\longrightarrow\infty$.

$$-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{8}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10}+\frac{1}{21}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}+\frac{1}{29}-\frac{1}{12}+\frac{1}{31}+\frac{1}{33}+\frac{1}{35}$$

$$s^*\approx 1{,}202<1{,}294$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^{+} = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^{-} = \sum\limits_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

  - Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^{*}, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
  -
  - Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^{*} zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^{*} \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19}$$
$$- \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37}$$

$$s^{*} \approx 1{,}229 < 1{,}294$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

  - Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
  -

  - Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39}$$

$$s^* \approx 1{,}255 < 1{,}294$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}=\infty.$
- $s^-=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k}=\infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P=\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}=\{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\frac{1}{13},\frac{1}{15},\frac{1}{17},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z=\{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}=\{-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{6},-\frac{1}{8},-\frac{1}{10},-\frac{1}{12},\ldots,-\frac{1}{2k},\ldots\}.$

  - Zvolíme si krok $\Delta s>0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s=0{,}1$.
  -
  - Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^*\longrightarrow\infty$.

$$-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{8}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10}+\frac{1}{21}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}+\frac{1}{29}-\frac{1}{12}+\frac{1}{31}+\frac{1}{33}+\frac{1}{35}+\frac{1}{37}+\frac{1}{39}+\frac{1}{41}$$

$$s^*\approx 1{,}279<1{,}294$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{\text{R}} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
-

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{8}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10}+\frac{1}{21}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}+\frac{1}{29}-\frac{1}{12}+\frac{1}{31}+\frac{1}{33}+\frac{1}{35}+\frac{1}{37}+\frac{1}{39}+\frac{1}{41}+\frac{1}{43}$$

$$1{,}294 < s^* \approx 1{,}302 \qquad 1{,}402 = 1{,}302 + 0{,}1$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{\mathrm{R}} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

  - Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
  -

  - Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43}$$
$$-\frac{1}{14} + \frac{1}{45}$$

$$s^* \approx 1{,}253 < 1{,}402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
-

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43}$$
$$-\frac{1}{14} + \frac{1}{45} + \frac{1}{47}$$

$$s^* \approx 1{,}274 < 1{,}402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^{+} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^{-} = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
-

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{8}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10}+\frac{1}{21}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}+\frac{1}{29}-\frac{1}{12}+\frac{1}{31}+\frac{1}{33}+\frac{1}{35}+\frac{1}{37}+\frac{1}{39}+\frac{1}{41}+\frac{1}{43}$$
$$-\frac{1}{14}+\frac{1}{45}+\frac{1}{47}+\frac{1}{49}$$

$$s^* \approx 1{,}295 < 1{,}402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{\text{R}} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

  - Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
  -

  - Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{8}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10}+\frac{1}{21}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}+\frac{1}{29}-\frac{1}{12}+\frac{1}{31}+\frac{1}{33}+\frac{1}{35}+\frac{1}{37}+\frac{1}{39}+\frac{1}{41}+\frac{1}{43}$$
$$-\frac{1}{14}+\frac{1}{45}+\frac{1}{47}+\frac{1}{49}+\frac{1}{51}$$

$$s^* \approx 1{,}314 < 1{,}402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

  - Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
  -

  - Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43}$$
$$-\frac{1}{14} + \frac{1}{45} + \frac{1}{47} + \frac{1}{49} + \frac{1}{51} + \frac{1}{53}$$

$$s^* \approx 1{,}333 < 1{,}402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

  - Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
  -

  - Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43}$$
$$-\frac{1}{14} + \frac{1}{45} + \frac{1}{47} + \frac{1}{49} + \frac{1}{51} + \frac{1}{53} + \frac{1}{55}$$

$$s^* \approx 1{,}352 < 1{,}402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}=\infty$.
- $s^-=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k}=\infty$.

- Kladné (nepárne) členy: $P=\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}=\{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\frac{1}{13},\frac{1}{15},\frac{1}{17},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\}$.
- Záporné (párne) členy: $Z=\{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}=\{-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{6},-\frac{1}{8},-\frac{1}{10},-\frac{1}{12},\ldots,-\frac{1}{2k},\ldots\}$.

- Zvolíme si krok $\Delta s>0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s=0{,}1$.
-

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^*\longrightarrow\infty$.

$$-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{8}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10}+\frac{1}{21}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}+\frac{1}{29}-\frac{1}{12}+\frac{1}{31}+\frac{1}{33}+\frac{1}{35}+\frac{1}{37}+\frac{1}{39}+\frac{1}{41}+\frac{1}{43}$$
$$-\frac{1}{14}+\frac{1}{45}+\frac{1}{47}+\frac{1}{49}+\frac{1}{51}+\frac{1}{53}+\frac{1}{55}+\frac{1}{57}$$

$$s^*\approx 1{,}369<1{,}402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
-

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43}$$
$$-\frac{1}{14} + \frac{1}{45} + \frac{1}{47} + \frac{1}{49} + \frac{1}{51} + \frac{1}{53} + \frac{1}{55} + \frac{1}{57} + \frac{1}{59}$$

$$s^* \approx 1{,}386 < 1{,}402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k-1}=\infty.$
- $s^-=\sum_{k=1}^{\infty}a_{2k}=\infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P=\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}=\{1,\frac{1}{3},\frac{1}{5},\frac{1}{7},\frac{1}{9},\frac{1}{11},\frac{1}{13},\frac{1}{15},\frac{1}{17},\ldots,\frac{1}{2k-1},\ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z=\{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty}=\{-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{6},-\frac{1}{8},-\frac{1}{10},-\frac{1}{12},\ldots,-\frac{1}{2k},\ldots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s>0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s=0{,}1$.
-

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{8}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10}+\frac{1}{21}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}+\frac{1}{29}-\frac{1}{12}+\frac{1}{31}+\frac{1}{33}+\frac{1}{35}+\frac{1}{37}+\frac{1}{39}+\frac{1}{41}+\frac{1}{43}$$
$$-\frac{1}{14}+\frac{1}{45}+\frac{1}{47}+\frac{1}{49}+\frac{1}{51}+\frac{1}{53}+\frac{1}{55}+\frac{1}{57}+\frac{1}{59}+\frac{1}{61}$$

$$1{,}402\le s^*\approx 1{,}402 \qquad 1{,}502 = 1{,}402+0{,}1$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{\text{R}} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

  - Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
  - Vyberieme prvý člen zo Z, k nemu pridáme od začiatku toľko členov z P, aby ich spoločný súčet $s^* > \Delta s$.
  - Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43}$$
$$-\frac{1}{14} + \frac{1}{45} + \frac{1}{47} + \frac{1}{49} + \frac{1}{51} + \frac{1}{53} + \frac{1}{55} + \frac{1}{57} + \frac{1}{59} + \frac{1}{61} - \cdots$$

$$1{,}402 \leq s^* \approx 1{,}402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

  - Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
  - Vyberieme prvý člen zo Z, k nemu pridáme od začiatku toľko členov z P, aby ich spoločný súčet $s^* > \Delta s$.
  - Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2}+1-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{9}+\frac{1}{11}-\frac{1}{8}+\frac{1}{13}+\frac{1}{15}+\frac{1}{17}+\frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10}+\frac{1}{21}+\frac{1}{23}+\frac{1}{25}+\frac{1}{27}+\frac{1}{29}-\frac{1}{12}+\frac{1}{31}+\frac{1}{33}+\frac{1}{35}+\frac{1}{37}+\frac{1}{39}+\frac{1}{41}+\frac{1}{43}$$
$$-\frac{1}{14}+\frac{1}{45}+\frac{1}{47}+\frac{1}{49}+\frac{1}{51}+\frac{1}{53}+\frac{1}{55}+\frac{1}{57}+\frac{1}{59}+\frac{1}{61}-\cdots$$

$$1{,}402 \leq s^* \approx 1{,}402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$

- Kladné (nepárne) členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \ldots, \frac{1}{2k-1}, \ldots\}.$
- Záporné (párne) členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \ldots, -\frac{1}{2k}, \ldots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^*, napríklad $\Delta s = 0{,}1$.
- Vyberieme prvý člen zo Z, k nemu pridáme od začiatku toľko členov z P, aby ich spoločný súčet $s^* > \Delta s$.

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z, k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19}$$
$$-\frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43}$$
$$-\frac{1}{14} + \frac{1}{45} + \frac{1}{47} + \frac{1}{49} + \frac{1}{51} + \frac{1}{53} + \frac{1}{55} + \frac{1}{57} + \frac{1}{59} + \frac{1}{61} - \cdots$$

$$s^* \approx 1{,}402$$

[V praxi pokračujeme po požadovanú presnosť.]

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k - 1,\ k \in N$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = (-\frac{1}{2})^{2k}$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k-1,\ k \in N$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = (-\frac{1}{2})^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k,\ k \in N$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = (-\frac{1}{2})^{2k-1}$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k-1,\ k \in N$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = (-\frac{1}{2})^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k,\ k \in N$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = (-\frac{1}{2})^{2k-1}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k-1,\ k \in N$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = (-\frac{1}{2})^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k,\ k \in N$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = (-\frac{1}{2})^{2k-1}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots$$
$$= (-\tfrac{1}{2})^2 + (-\tfrac{1}{2})^1 + (-\tfrac{1}{2})^4 + (-\tfrac{1}{2})^3 + \cdots + (-\tfrac{1}{2})^{2k} + (-\tfrac{1}{2})^{2k-1} + \cdots.$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k-1,\ k \in N$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = (-\frac{1}{2})^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k,\ k \in N$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = (-\frac{1}{2})^{2k-1}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots$$
$$= (-\tfrac{1}{2})^2 + (-\tfrac{1}{2})^1 + (-\tfrac{1}{2})^4 + (-\tfrac{1}{2})^3 + \cdots + (-\tfrac{1}{2})^{2k} + (-\tfrac{1}{2})^{2k-1} + \cdots.$$

Rad je prerovnaním geometrického radu

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k-1,\ k \in N$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = (-\frac{1}{2})^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k,\ k \in N$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = (-\frac{1}{2})^{2k-1}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots$$
$$= (-\tfrac{1}{2})^2 + (-\tfrac{1}{2})^1 + (-\tfrac{1}{2})^4 + (-\tfrac{1}{2})^3 + \cdots + (-\tfrac{1}{2})^{2k} + (-\tfrac{1}{2})^{2k-1} + \cdots.$$

Rad je prerovnaním geometrického radu

- $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = (-\frac{1}{2})^1 + (-\frac{1}{2})^2 + (-\frac{1}{2})^3 + (-\frac{1}{2})^4 + \cdots + (-\frac{1}{2})^{2k-1} + (-\frac{1}{2})^{2k} + \cdots$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k-1,\ k \in N$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = (-\frac{1}{2})^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k,\ k \in N$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = (-\frac{1}{2})^{2k-1}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots$$
$$= (-\tfrac{1}{2})^2 + (-\tfrac{1}{2})^1 + (-\tfrac{1}{2})^4 + (-\tfrac{1}{2})^3 + \cdots + (-\tfrac{1}{2})^{2k} + (-\tfrac{1}{2})^{2k-1} + \cdots.$$

Rad je prerovnaním geometrického radu

- $$\sum_{n=1}^{\infty} b_n = (-\tfrac{1}{2})^1 + (-\tfrac{1}{2})^2 + (-\tfrac{1}{2})^3 + (-\tfrac{1}{2})^4 + \cdots + (-\tfrac{1}{2})^{2k-1} + (-\tfrac{1}{2})^{2k} + \cdots$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} (-\tfrac{1}{2})^n = -\tfrac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-\tfrac{1}{2})^n$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k-1,\ k \in N$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = (-\frac{1}{2})^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k,\ k \in N$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = (-\frac{1}{2})^{2k-1}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots$$
$$= (-\tfrac{1}{2})^2 + (-\tfrac{1}{2})^1 + (-\tfrac{1}{2})^4 + (-\tfrac{1}{2})^3 + \cdots + (-\tfrac{1}{2})^{2k} + (-\tfrac{1}{2})^{2k-1} + \cdots.$$

Rad je prerovnaním geometrického radu

- $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = (-\frac{1}{2})^1 + (-\frac{1}{2})^2 + (-\frac{1}{2})^3 + (-\frac{1}{2})^4 + \cdots + (-\frac{1}{2})^{2k-1} + (-\frac{1}{2})^{2k} + \cdots$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} (-\tfrac{1}{2})^n = -\tfrac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-\tfrac{1}{2})^n = -\tfrac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-(-\frac{1}{2})} = -\tfrac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}}$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k-1$, $k \in N$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = (-\frac{1}{2})^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k$, $k \in N$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = (-\frac{1}{2})^{2k-1}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots$$
$$= (-\tfrac{1}{2})^2 + (-\tfrac{1}{2})^1 + (-\tfrac{1}{2})^4 + (-\tfrac{1}{2})^3 + \cdots + (-\tfrac{1}{2})^{2k} + (-\tfrac{1}{2})^{2k-1} + \cdots.$$

Rad je prerovnaním geometrického radu

- $$\sum_{n=1}^{\infty} b_n = (-\tfrac{1}{2})^1 + (-\tfrac{1}{2})^2 + (-\tfrac{1}{2})^3 + (-\tfrac{1}{2})^4 + \cdots + (-\tfrac{1}{2})^{2k-1} + (-\tfrac{1}{2})^{2k} + \cdots$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} (-\tfrac{1}{2})^n = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-\tfrac{1}{2})^n = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-(-\frac{1}{2})} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}.$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k-1,\ k \in N$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = (-\frac{1}{2})^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k,\ k \in N$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = (-\frac{1}{2})^{2k-1}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots$$
$$= (-\tfrac{1}{2})^2 + (-\tfrac{1}{2})^1 + (-\tfrac{1}{2})^4 + (-\tfrac{1}{2})^3 + \cdots + (-\tfrac{1}{2})^{2k} + (-\tfrac{1}{2})^{2k-1} + \cdots.$$

Rad je prerovnaním geometrického radu

- $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = (-\frac{1}{2})^1 + (-\frac{1}{2})^2 + (-\frac{1}{2})^3 + (-\frac{1}{2})^4 + \cdots + (-\frac{1}{2})^{2k-1} + (-\frac{1}{2})^{2k} + \cdots$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} (-\tfrac{1}{2})^n = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-\tfrac{1}{2})^n = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-(-\frac{1}{2})} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}.$$

- $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k-1,\ k \in N$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = (-\frac{1}{2})^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k,\ k \in N$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = (-\frac{1}{2})^{2k-1}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots$$
$$= (-\tfrac{1}{2})^2 + (-\tfrac{1}{2})^1 + (-\tfrac{1}{2})^4 + (-\tfrac{1}{2})^3 + \cdots + (-\tfrac{1}{2})^{2k} + (-\tfrac{1}{2})^{2k-1} + \cdots.$$

Rad je prerovnaním geometrického radu

- $$\sum_{n=1}^{\infty} b_n = (-\tfrac{1}{2})^1 + (-\tfrac{1}{2})^2 + (-\tfrac{1}{2})^3 + (-\tfrac{1}{2})^4 + \cdots + (-\tfrac{1}{2})^{2k-1} + (-\tfrac{1}{2})^{2k} + \cdots$$
  $$= \sum_{n=1}^{\infty} (-\tfrac{1}{2})^n = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-\tfrac{1}{2})^n = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-(-\frac{1}{2})} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}.$$
- $$\sum_{n=1}^{\infty} |b_n| = \sum_{n=1}^{\infty} (\tfrac{1}{2})^n = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (\tfrac{1}{2})^n$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k-1,\ k \in N$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = (-\frac{1}{2})^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k,\ k \in N$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = (-\frac{1}{2})^{2k-1}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots$$
$$= (-\tfrac{1}{2})^2 + (-\tfrac{1}{2})^1 + (-\tfrac{1}{2})^4 + (-\tfrac{1}{2})^3 + \cdots + (-\tfrac{1}{2})^{2k} + (-\tfrac{1}{2})^{2k-1} + \cdots.$$

Rad je prerovnaním geometrického radu

- $$\sum_{n=1}^{\infty} b_n = (-\tfrac{1}{2})^1 + (-\tfrac{1}{2})^2 + (-\tfrac{1}{2})^3 + (-\tfrac{1}{2})^4 + \cdots + (-\tfrac{1}{2})^{2k-1} + (-\tfrac{1}{2})^{2k} + \cdots$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} (-\tfrac{1}{2})^n = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-\tfrac{1}{2})^n = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-(-\frac{1}{2})} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}.$$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} |b_n| = \sum_{n=1}^{\infty} (\tfrac{1}{2})^n = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (\tfrac{1}{2})^n = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2-1}$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k-1,\ k \in N$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = (-\frac{1}{2})^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k,\ k \in N$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = (-\frac{1}{2})^{2k-1}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots$$
$$= (-\tfrac{1}{2})^2 + (-\tfrac{1}{2})^1 + (-\tfrac{1}{2})^4 + (-\tfrac{1}{2})^3 + \cdots + (-\tfrac{1}{2})^{2k} + (-\tfrac{1}{2})^{2k-1} + \cdots.$$

Rad je prerovnaním geometrického radu

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} b_n = (-\frac{1}{2})^1 + (-\frac{1}{2})^2 + (-\frac{1}{2})^3 + (-\frac{1}{2})^4 + \cdots + (-\frac{1}{2})^{2k-1} + (-\frac{1}{2})^{2k} + \cdots$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} (-\tfrac{1}{2})^n = -\tfrac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-\tfrac{1}{2})^n = -\tfrac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-(-\frac{1}{2})} = -\tfrac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} = -\tfrac{1}{3}.$$

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} |b_n| = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{2})^n = \frac{1}{2} \cdot \sum\limits_{n=0}^{\infty} (\frac{1}{2})^n = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2-1} = 1.$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k-1,\ k \in N$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = (-\frac{1}{2})^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k,\ k \in N$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = (-\frac{1}{2})^{2k-1}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots$$
$$= (-\tfrac{1}{2})^2 + (-\tfrac{1}{2})^1 + (-\tfrac{1}{2})^4 + (-\tfrac{1}{2})^3 + \cdots + (-\tfrac{1}{2})^{2k} + (-\tfrac{1}{2})^{2k-1} + \cdots.$$

Rad je prerovnaním geometrického radu, ktorý konverguje absolútne.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} b_n = (-\tfrac{1}{2})^1 + (-\tfrac{1}{2})^2 + (-\tfrac{1}{2})^3 + (-\tfrac{1}{2})^4 + \cdots + (-\tfrac{1}{2})^{2k-1} + (-\tfrac{1}{2})^{2k} + \cdots$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} (-\tfrac{1}{2})^n = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-\tfrac{1}{2})^n = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-(-\frac{1}{2})} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}.$$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} |b_n| = \sum_{n=1}^{\infty} (\tfrac{1}{2})^n = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (\tfrac{1}{2})^n = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2-1} = 1.$$
$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n \xrightarrow{A} -\frac{1}{3}.$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k-1,\ k \in N$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = (-\frac{1}{2})^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k,\ k \in N$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = (-\frac{1}{2})^{2k-1}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots$$
$$= (-\tfrac{1}{2})^2 + (-\tfrac{1}{2})^1 + (-\tfrac{1}{2})^4 + (-\tfrac{1}{2})^3 + \cdots + (-\tfrac{1}{2})^{2k} + (-\tfrac{1}{2})^{2k-1} + \cdots.$$

Rad je prerovnaním geometrického radu, ktorý konverguje absolútne.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} b_n = (-\tfrac{1}{2})^1 + (-\tfrac{1}{2})^2 + (-\tfrac{1}{2})^3 + (-\tfrac{1}{2})^4 + \cdots + (-\tfrac{1}{2})^{2k-1} + (-\tfrac{1}{2})^{2k} + \cdots$$
$$= \sum_{n=1}^{\infty} (-\tfrac{1}{2})^n = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (-\tfrac{1}{2})^n = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-(-\frac{1}{2})} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}.$$

- $$\sum_{n=1}^{\infty} |b_n| = \sum_{n=1}^{\infty} (\tfrac{1}{2})^n = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} (\tfrac{1}{2})^n = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2-1} = 1.$$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n \xrightarrow{A} -\frac{1}{3}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} b_n = -\frac{1}{3}.$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0.$

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0.$

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ $(s \in R^*)$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0.$

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ $(s \in R^*)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0.$

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ $(s \in R^*)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ platí

- $\lim_{n \to \infty} t_n = \ln 2.$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0.$

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in R^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ platí

- $\lim_{n\to\infty} t_n = \ln 2.$
- $t_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ pre $n \in N$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ $(s \in R^*)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ platí

- $\lim_{n\to\infty} t_n = \ln 2$.
- $t_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ pre $n \in N$.

- $s_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{5\cdot 6} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)2n}$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0.$

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ $(s \in R^*)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ platí

- $\lim_{n\to\infty} t_n = \ln 2.$ • $t_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ pre $n \in N$.

- $s_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{5\cdot 6} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)2n}$

$= (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + (\frac{1}{5} - \frac{1}{6}) + \cdots + (\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n})$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0.$

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ $(s \in R^*)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ platí

• $\lim_{n\to\infty} t_n = \ln 2.$ • $t_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ pre $n \in N$.

- $s_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{5\cdot 6} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)2n}$

$= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} = t_{2n} > 0$ pre $n \in N$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ $(s \in R^*)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ platí

- $\lim_{n\to\infty} t_n = \ln 2$.
- $t_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ pre $n \in N$.

- $s_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{5\cdot 6} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)2n}$

$= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}\right) = t_{2n} > 0$ pre $n \in N$.

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je podpostupnosťou $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ $(s \in R^*)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ platí

• $\lim_{n\to\infty} t_n = \ln 2$. • $t_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ pre $n \in N$.

- $s_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{5\cdot 6} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)2n}$

$= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}\right) = t_{2n} > 0$ pre $n \in N$.

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je podpostupnosťou $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} t_n = \ln 2$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n} = \ln 2.$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0.$

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ $(s \in R^*)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ platí

• $\lim_{n\to\infty} t_n = \ln 2.$ • $t_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ pre $n \in N$.

- $s_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{5\cdot 6} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)2n}$

$$= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}\right) = t_{2n} > 0 \text{ pre } n \in N.$$

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je podpostupnosťou $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} t_n = \ln 2.$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \ln 2.$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n} = \ln 2.$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0.$

  $\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ $(s \in R^*)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ platí

- $\lim_{n\to\infty} t_n = \ln 2.$ • $t_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ pre $n \in N$.

- $$s_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{5\cdot 6} + \cdots + \frac{1}{(2n-1)2n}$$
  $$= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}\right) = t_{2n} > 0 \text{ pre } n \in N.$$

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je podpostupnosťou $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$. $\Rightarrow \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} t_n = \ln 2.$

$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} s_n = \ln 2.$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} \ln 2.$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0.$

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0$.

  $\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ $(s \in R^*)$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0.$

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ $(s \in R^*)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0.$

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ $(s \in R^*)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ platí:

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n\to\infty} t_n = 1,$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ $(s \in R^*)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ platí:

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n\to\infty} t_n = 1$,
- $t_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ pre $n \in N$,

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in R^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ platí: • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n\to\infty} t_n = 1$,

- $t_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ pre $n \in N$, • $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je vybraná z $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ $(s \in R^*)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ platí: • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n\to\infty} t_n = 1$,

• $t_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ pre $n \in N$, • $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je vybraná z $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$.

- $r = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 6} + \frac{1}{6\cdot 7} + \frac{1}{7\cdot 8} + \cdots = 1$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0.$

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in R^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ radu $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ platí: • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim\limits_{n\to\infty} t_n = 1,$

- $t_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ pre $n \in N,$ • $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je vybraná z $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}.$

- $r = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 6} + \frac{1}{6\cdot 7} + \frac{1}{7\cdot 8} + \cdots = 1$
- $c = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{5\cdot 6} + \frac{1}{7\cdot 8} + \cdots = \ln 2$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0.$

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ $(s \in R^*)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ platí: • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n\to\infty} t_n = 1,$

- $t_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ pre $n \in N$, • $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je vybraná z $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$.

- $r = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 6} + \frac{1}{6\cdot 7} + \frac{1}{7\cdot 8} + \cdots = 1$
- $c = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{5\cdot 6} + \frac{1}{7\cdot 8} + \cdots = \ln 2$
- $s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)} = \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{4\cdot 5} + \frac{1}{6\cdot 7} + \cdots = ?$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0.$

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ $(s \in R^*)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ platí: • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n\to\infty} t_n = 1,$

- $t_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ pre $n \in N$, • $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je vybraná z $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$.

- $r = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 6} + \frac{1}{6\cdot 7} + \frac{1}{7\cdot 8} + \cdots = 1$ $(\xrightarrow{A} 1)$
- $c = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{5\cdot 6} + \frac{1}{7\cdot 8} + \cdots = \ln 2$ $(\xrightarrow{A} \ln 2)$
- $s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)} = \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{4\cdot 5} + \frac{1}{6\cdot 7} + \cdots = ?$ $(\xrightarrow{A} s)$

$\Rightarrow r = c + s.$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)} = 1 - \ln 2.$

- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0.$

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ $(s \in R^*)$.

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ platí: • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n\to\infty} t_n = 1,$

- $t_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ pre $n \in N,$ • $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je vybraná z $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$.

- $r = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 6} + \frac{1}{6\cdot 7} + \frac{1}{7\cdot 8} + \cdots = 1$ $(\xrightarrow{A} 1)$
- $c = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{5\cdot 6} + \frac{1}{7\cdot 8} + \cdots = \ln 2$ $(\xrightarrow{A} \ln 2)$
- $s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)} = \frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{4\cdot 5} + \frac{1}{6\cdot 7} + \cdots = ?$ $(\xrightarrow{A} s)$

$\Rightarrow r = c + s.$ $\Rightarrow$ • $s = r - c = 1 - \ln 2.$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1}$, $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1}$, $n \in N$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n$,

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1}$, $n \in N$. $\Rightarrow$
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1}$, $n \in N$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

  - $a_1 = s_1$.

  - $s_1 = a_1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1},\ n \in N. \Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s_1$.
- $a_2 = s_2 - s_1$.

- $s_1 = a_1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1)$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1}$, $n \in N$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s_1$.
- $a_2 = s_2 - s_1$.
- $a_3 = s_3 - s_2$.

- $s_1 = a_1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1)$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2)$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1}$, $n \in N$. $\Rightarrow$
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s_1$.
- $a_2 = s_2 - s_1$.
- $a_3 = s_3 - s_2$.
- ...

- $s_1 = a_1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1)$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2)$.
- ...

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1},\ n \in N.$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s_1.$
- $a_2 = s_2 - s_1.$
- $a_3 = s_3 - s_2.$
- $\ldots$
- $a_n = s_n - s_{n-1},\ n \in N.$

- $s_1 = a_1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1).$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2).$
- $\ldots$
- $s_n = a_1 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1}),\ n \in N.$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1},\ n \in N.$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s_1.$
- $a_2 = s_2 - s_1.$
- $a_3 = s_3 - s_2.$
- $\ldots$
- $a_n = s_n - s_{n-1},\ n \in N.$

- $s_1 = a_1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1).$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2).$
- $\ldots$
- $s_n = a_1 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1}),\ n \in N.$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1},\ n \in N.$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s_1.$
- $a_2 = s_2 - s_1.$
- $a_3 = s_3 - s_2.$
- $\ldots$
- $a_n = s_n - s_{n-1},\ n \in N.$

- $s_1 = a_1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1).$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2).$
- $\ldots$
- $s_n = a_1 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1}),\ n \in N.$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1},\ n \in N.$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s_1$.
- $a_2 = s_2 - s_1$.
- $a_3 = s_3 - s_2$.
- ...
- $a_n = s_n - s_{n-1},\ n \in N$.

- $s_1 = a_1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1)$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2)$.
- ...
- $s_n = a_1 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1}),\ n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1},\ n \in N. \Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s_1$.
- $a_2 = s_2 - s_1$.
- $a_3 = s_3 - s_2$.
- ...
- $a_n = s_n - s_{n-1},\ n \in N$.

- $s_1 = a_1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1)$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2)$.
- ...
- $s_n = a_1 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1}),\ n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1},\ n \in N.$ $\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim\limits_{n\to\infty} s_n$, t. j. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s_1.$
- $a_2 = s_2 - s_1.$
- $a_3 = s_3 - s_2.$
- $\ldots$
- $a_n = s_n - s_{n-1},\ n \in N.$

- $s_1 = a_1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1).$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2).$
- $\ldots$
- $s_n = a_1 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1}),\ n \in N.$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1},\ n \in N.$ $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s_1$.
- $a_2 = s_2 - s_1$.
- $a_3 = s_3 - s_2$.
- ...
- $a_n = s_n - s_{n-1},\ n \in N.$

- $s_1 = a_1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1)$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2)$.
- ...
- $s_n = a_1 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1}),\ n \in N.$

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ nerastie. $\Rightarrow$ • $a_n = s_n - s_{n-1} \geq 0$ pre $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1}$, $n \in N$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s_1$.
- $a_2 = s_2 - s_1$.
- $a_3 = s_3 - s_2$.
- $\dots$
- $a_n = s_n - s_{n-1}$, $n \in N$.

- $s_1 = a_1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1)$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2)$.
- $\dots$
- $s_n = a_1 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$, $n \in N$.

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ nerastie. $\Rightarrow$ • $a_n = s_n - s_{n-1} \geq 0$ pre $n \in N$.
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ neklesá. $\Rightarrow$ • $a_n = s_n - s_{n-1} \leq 0$, pre $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1}$, $n \in N$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s_1$. • $a_2 = s_2 - s_1$. • $a_3 = s_3 - s_2$. • $\ldots$
- $a_n = s_n - s_{n-1}$, $n \in N$.

- $s_1 = a_1$. • $s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1)$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2)$. • $\ldots$
- $s_n = a_1 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$, $n \in N$.

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ nerastie. $\Rightarrow$ • $a_n = s_n - s_{n-1} \geq 0$ pre $n \in N$.
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ neklesá. $\Rightarrow$ • $a_n = s_n - s_{n-1} \leq 0$, pre $n \in N$.

$\Big\} \Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} s$ pre $s \in R$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in N$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in N$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

$\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim\limits_{n \to \infty} s_n$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in N$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

$\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} (s + b_n) = s + 0 = s$,

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in N$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (s + b_n) = s + 0 = s$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n,\ n \in N$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1},\ n \in N$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (s + b_n) = s + 0 = s$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s + b_1$.

- $s_1 = s + b_1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in N$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

$\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} (s + b_n) = s + 0 = s$, t. j. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s + b_1$.
- $a_2 = b_2 - b_1$.

- $s_1 = s + b_1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1)$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in N$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

$\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} (s + b_n) = s + 0 = s$, t. j. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s + b_1$.
- $a_2 = b_2 - b_1$.
- $a_3 = b_3 - b_2$.

- $s_1 = s + b_1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1)$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2)$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in N$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (s + b_n) = s + 0 = s$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s + b_1$.
- $a_2 = b_2 - b_1$.
- $a_3 = b_3 - b_2$.
- $\ldots$

- $s_1 = s + b_1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1)$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2)$.
- $\ldots$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in N$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (s + b_n) = s + 0 = s$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s + b_1$.
- $a_2 = b_2 - b_1$.
- $a_3 = b_3 - b_2$.
- ...
- $a_n = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1)$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2)$.
- ...
- $s_n = a_1 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$, $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in N$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (s + b_n) = s + 0 = s$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s + b_1$.
- $a_2 = b_2 - b_1$.
- $a_3 = b_3 - b_2$.
- ...
- $a_n = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1)$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2)$.
- ...
- $s_n = a_1 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$, $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n,\ n \in N$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1},\ n \in N.$

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (s + b_n) = s + 0 = s$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s + b_1.$
- $a_2 = b_2 - b_1.$
- $a_3 = b_3 - b_2.$
- ...
- $a_n = b_n - b_{n-1},\ n \in N.$

- $s_1 = s + b_1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1).$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2).$
- ...
- $s_n = a_1 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1}),\ n \in N.$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in N$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

$\Rightarrow$ • $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} (s + b_n) = s + 0 = s$, t. j. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s + b_1$.
- $a_2 = b_2 - b_1$.
- $a_3 = b_3 - b_2$.
- ...
- $a_n = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1)$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2)$.
- ...
- $s_n = a_1 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$, $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in N$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (s + b_n) = s + 0 = s$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s + b_1$.
- $a_2 = b_2 - b_1$.
- $a_3 = b_3 - b_2$.
- ...
- $a_n = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1)$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2)$.
- ...
- $s_n = a_1 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$, $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in N$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (s + b_n) = s + 0 = s$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s + b_1$.
- $a_2 = b_2 - b_1$.
- $a_3 = b_3 - b_2$.
- ...
- $a_n = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1)$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2)$.
- ...
- $s_n = a_1 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$, $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in N$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (s + b_n) = s + 0 = s$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s + b_1$.
- $a_2 = b_2 - b_1$.
- $a_3 = b_3 - b_2$.
- . . .
- $a_n = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1)$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2)$.
- . . .
- $s_n = a_1 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$, $n \in N$.

- $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ nerastie. $\Rightarrow$ • $a_n = b_n - b_{n-1} \geq 0$, $n \in N$, $n \geq 2$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n,\ n \in N$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1},\ n \in N$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (s + b_n) = s + 0 = s$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s + b_1$.
- $a_2 = b_2 - b_1$.
- $a_3 = b_3 - b_2$.
- ...
- $a_n = b_n - b_{n-1},\ n \in N$.

- $s_1 = s + b_1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1)$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2)$.
- ...
- $s_n = a_1 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1}),\ n \in N$.

- $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ nerastie. $\Rightarrow$ • $a_n = b_n - b_{n-1} \geq 0,\ n \in N,\ n \geq 2.$
- $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ neklesá. $\Rightarrow$ • $a_n = b_n - b_{n-1} \leq 0,\ n \in N,\ n \geq 2.$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in N$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} (s + b_n) = s + 0 = s$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$.

- $a_1 = s + b_1$.
- $a_2 = b_2 - b_1$.
- $a_3 = b_3 - b_2$.
- ...
- $a_n = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1)$.
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2)$.
- ...
- $s_n = a_1 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$, $n \in N$.

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \{b_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ nerastie.} \Rightarrow \bullet\ a_n = b_n - b_{n-1} \geq 0,\ n \in N,\ n \geq 2. \\ \bullet\ \{b_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ neklesá.} \Rightarrow \bullet\ a_n = b_n - b_{n-1} \leq 0,\ n \in N,\ n \geq 2. \end{array}\right\} \Rightarrow \bullet\ \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} s \text{ pre } s \in R.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n}{n+1}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n}{n+1}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2}$

- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2}$
- $a_n = s_n - s_{n-1}$

- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n}{n+1}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1\cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2-(n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2-(n^2-1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$, $n \in N$.

- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= \frac{1}{2} + (\frac{2}{3} - \frac{1}{2}) + (\frac{3}{4} - \frac{2}{3}) + \cdots + (\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}) + (\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n}{n+1}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1\cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2-(n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2-(n^2-1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$, $n \in N$.

- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n}{n+1}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1\cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2-(n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2-(n^2-1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$, $n \in N$.

- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n}{n+1}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1\cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2-(n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2-(n^2-1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$, $n \in N$.

- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= \frac{1}{2} + (\frac{2}{3} - \frac{1}{2}) + (\frac{3}{4} - \frac{2}{3}) + \cdots + (\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}) + (\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1\cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2-(n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2-(n^2-1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$, $n \in N$.

- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n}{n+1}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1\cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2-(n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2-(n^2-1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$, $n \in N$.

- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right) = \frac{n}{n+1}$, $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n}{n+1}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2-(n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2-(n^2-1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$, $n \in N$.

- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right) = \frac{n}{n+1}$, $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n}{n+1}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1\cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2-(n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2-(n^2-1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$, $n \in N$.

- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= \frac{1}{2} + (\frac{2}{3} - \frac{1}{2}) + (\frac{3}{4} - \frac{2}{3}) + \cdots + (\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}) + (\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}) = \frac{n}{n+1}$, $n \in N$.

- $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = 1$,

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s=1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1\cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2-(n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2-(n^2-1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$, $n \in N$.

- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right) = \frac{n}{n+1}$, $n \in N$.

- $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = 1$, $a_n = \frac{1}{n(n+1)} > 0$ pre $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n}{n+1}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1\cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2-(n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2-(n^2-1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$, $n \in N$.

- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right) = \frac{n}{n+1}$, $n \in N$.

- $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = 1$, $a_n = \frac{1}{n(n+1)} > 0$ pre $n \in N$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \xrightarrow{A} 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n}{n+1}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1\cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2-(n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2-(n^2-1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$, $n \in N$.

- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= \frac{1}{2} + (\frac{2}{3} - \frac{1}{2}) + (\frac{3}{4} - \frac{2}{3}) + \cdots + (\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}) + (\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}) = \frac{n}{n+1}$, $n \in N$.

- $\lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = 1$, $a_n = \frac{1}{n(n+1)} > 0$ pre $n \in N$. $\Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \xrightarrow{A} 1$.
- $1 = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

$\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = 1.$

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n}{n+1}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1.$

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1\cdot 2}.$
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2-(n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2-(n^2-1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}, \ n \in N.$

- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}.$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right) = \frac{n}{n+1}, \ n \in N.$

- $\lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n}{n+1} = 1, \ a_n = \frac{1}{n(n+1)} > 0$ pre $n \in N. \Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \xrightarrow{A} 1.$
- $1 = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} + \cdots.$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n+1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1.$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n+1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.

- $s_1 = a_1 = 2$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n+1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1}$

- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n+1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1)-n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1)-n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 2 + (\frac{3}{2} - 2) + (\frac{4}{3} - \frac{3}{2}) + \cdots + (\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}) + (\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n+1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1)-n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1)-n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 2 + \left(\frac{3}{2} - 2\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}\right) + \left(\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n+1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1)-n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1)-n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 2 + \left(\frac{3}{2} - 2\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}\right) + \left(\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n+1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1)-n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1)-n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 2 + (\frac{3}{2} - 2) + (\frac{4}{3} - \frac{3}{2}) + \cdots + (\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}) + (\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n+1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1)-n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1)-n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 2 + (\frac{3}{2} - 2) + (\frac{4}{3} - \frac{3}{2}) + \cdots + (\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}) + (\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n+1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1)-n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1)-n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 2 + \left(\frac{3}{2} - 2\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}\right) + \left(\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}\right) = \frac{n+1}{n}$, $n \in N - \{1\}$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n+1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1)-n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1)-n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}, \ n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 2 + (\frac{3}{2} - 2) + (\frac{4}{3} - \frac{3}{2}) + \cdots + (\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}) + (\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}) = \frac{n+1}{n}, \ n \in N - \{1\}$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n+1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1)-n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1)-n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 2 + (\frac{3}{2} - 2) + (\frac{4}{3} - \frac{3}{2}) + \cdots + (\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}) + (\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}) = \frac{n+1}{n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} = 1$,

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n+1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1)-n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1)-n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N-\{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
$= 2 + (\frac{3}{2} - 2) + (\frac{4}{3} - \frac{3}{2}) + \cdots + (\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}) + (\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}) = \frac{n+1}{n}$, $n \in N-\{1\}$.

- $\lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} = 1$, $a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N-\{1\}$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n+1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1)-n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1)-n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 2 + (\frac{3}{2} - 2) + (\frac{4}{3} - \frac{3}{2}) + \cdots + (\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}) + (\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}) = \frac{n+1}{n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} = 1$, $a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N - \{1\}$.

$$\Rightarrow 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n+1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1)-n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1)-n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 2 + (\frac{3}{2} - 2) + (\frac{4}{3} - \frac{3}{2}) + \cdots + (\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}) + (\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}) = \frac{n+1}{n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} = 1$, $a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N - \{1\}$.

$$\Rightarrow 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1. \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n+1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1)-n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1)-n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 2 + (\frac{3}{2} - 2) + (\frac{4}{3} - \frac{3}{2}) + \cdots + (\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}) + (\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}) = \frac{n+1}{n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} = 1$, $a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N - \{1\}$.

  $\Rightarrow 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1. \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1.$

- $1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (s_n - s_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$. $\quad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1.$

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{n+1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1.$

- $a_1 = s_1 = 2.$
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1)-n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1)-n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n},\ n \in N - \{1\}.$

- $s_1 = a_1 = 2.$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 2 + (\frac{3}{2} - 2) + (\frac{4}{3} - \frac{3}{2}) + \cdots + (\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}) + (\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}) = \frac{n+1}{n},\ n \in N - \{1\}.$

- $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} = 1,\ a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N - \{1\}.$

$$\Rightarrow 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1. \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1.$$

- $1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 2 - \frac{1}{1\cdot 2} - \frac{1}{2\cdot 3} - \frac{1}{3\cdot 4} - \cdots.$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1}$

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = 1 + \frac{1}{n}$, $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = 1 + \frac{1}{n}$, $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = 1 + \frac{1}{n}$, $n \in N$.

- $\lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} = 1$,

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = 1 + \frac{1}{n}$, $n \in N$.

- $\lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} = 1$, $a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N - \{1\}$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = 1 + \frac{1}{n}$, $n \in N$.

- $\lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} = 1$, $a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N - \{1\}$.

$$\Rightarrow 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = 1 + \frac{1}{n}$, $n \in N$.

- $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} = 1$, $a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N - \{1\}$.

$\Rightarrow 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1. \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1.$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = 1 + \frac{1}{n}$, $n \in N$.

- $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} = 1$, $a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N - \{1\}$.

  $\Rightarrow 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1. \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1.$

- $1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = 1 + \frac{1}{n}$, $n \in N$.

- $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} = 1$, $a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N - \{1\}$.

  $\Rightarrow 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1. \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1.$

- $1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 2 - \frac{1}{1\cdot 2} - \frac{1}{2\cdot 3} - \cdots$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1}$

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + 1 + (-\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} + \frac{1}{2}) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + 1 + (-\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} + \frac{1}{2}) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

$$= 1 + 1 + \left(-\tfrac{1}{2} - 1\right) + \left(\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

$$= 1 + 1 + \left(-\tfrac{1}{2} - 1\right) + \left(\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

$$= 1 + 1 + \left(-\tfrac{1}{2} - 1\right) + \left(\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s=1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1+\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1+1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1+1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

$$= 1 + 1 + (-\tfrac{1}{2} - 1) + (\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{2}) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}, \ n \in N.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + 1 + (-\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} + \frac{1}{2}) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, $n \in N$.

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum\limits_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

$$= 1 + 1 + (-\tfrac{1}{2} - 1) + (\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{2}) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}, \ n \in N.$$

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum\limits_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = 2 + \sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$

$$= 2 - \tfrac{3}{1\cdot 2} + \tfrac{5}{2\cdot 3} - \tfrac{7}{3\cdot 4} + \cdots = 1.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + 1 + (-\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} + \frac{1}{2}) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, $n \in N$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = 2 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$
  $= 2 - \frac{3}{1\cdot 2} + \frac{5}{2\cdot 3} - \frac{7}{3\cdot 4} + \cdots = 1$.

- $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 1 - 2 = -1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
$$= 1 + 1 + (-\tfrac{1}{2} - 1) + (\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{2}) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}, \ n \in N.$$

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = 2 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$
$$= 2 - \frac{3}{1\cdot 2} + \frac{5}{2\cdot 3} - \frac{7}{3\cdot 4} + \cdots = 1.$$

- $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 1 - 2 = -1$. $\Rightarrow$ • $1 = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n(2n-1)}{(n-1)n}$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)} = 1.$

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1.$

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2.$
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}.$

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2.$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + 1 + (-\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} + \frac{1}{2}) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}, n \in N.$

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = 2 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$
  $= 2 - \frac{3}{1\cdot 2} + \frac{5}{2\cdot 3} - \frac{7}{3\cdot 4} + \cdots = 1.$
- $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 1 - 2 = -1. \Rightarrow$ • $1 = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n(2n-1)}{(n-1)n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}.$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2}$

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1.$

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2}$
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1}$

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1.$

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n} = \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}, \ n \in N.$

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

$$= 1 + \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1.$

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n} = \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}, \; n \in N.$

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

$$= 1 + \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n} = \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

$$= 1 + \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n} = \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

$$= 1 + \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n} = \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

$$= 1 + \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1.$

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n} = \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}, n \in N.$

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

$$= 1 + \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}, n \in N.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n} = \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

$$= 1 + \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}, \ n \in N.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1.$

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n} = \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}, \; n \in N.$

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

$$= 1 + \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}, \; n \in N.$$

- $1 = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum\limits_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)} = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n} = \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 + \frac{1}{2} + (-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{4} + \frac{1}{3}) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}$, $n \in N$.

- $1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}$
  $= \frac{3}{1\cdot 2} - \frac{5}{2\cdot 3} + \frac{7}{3\cdot 4} - \frac{9}{4\cdot 5} + \cdots + \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)} + \cdots$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{-1}{(n+1)^2}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{(n+1)^2}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{-1}{(n+1)^2}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{-\frac{1}{(n+1)^2}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4}$

- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{-1}{(n+1)^2}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{-\frac{1}{(n+1)^2}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4}$
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1}$

- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{-1}{(n+1)^2}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{(n+1)^2}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2+(n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 - \frac{1}{2^2} + (-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}) + (-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}) + \cdots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{-1}{(n+1)^2}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{(n+1)^2}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2+(n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \cdots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{-1}{(n+1)^2}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{-\frac{1}{(n+1)^2}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2+(n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

$$= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \cdots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{-1}{(n+1)^2}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{(n+1)^2}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2+(n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
$= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \cdots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{-1}{(n+1)^2}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{(n+1)^2}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2+(n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
$= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \cdots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{-1}{(n+1)^2}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{(n+1)^2}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2+(n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
$= 1 - \frac{1}{2^2} + (-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}) + (-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}) + \cdots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right) = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$, $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{-1}{(n+1)^2}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{-\frac{1}{(n+1)^2}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2+(n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
$= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \cdots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right) = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$, $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{-1}{(n+1)^2}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{-\frac{1}{(n+1)^2}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2+(n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \cdots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right) = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$, $n \in N$.

- $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right) = 1$,

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{-1}{(n+1)^2}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{-\frac{1}{(n+1)^2}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2+(n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \cdots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right) = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$, $n \in N$.

- $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right) = 1$, $a_n = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} > 0 \quad n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{-1}{(n+1)^2}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{-\frac{1}{(n+1)^2}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2+(n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \cdots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right) = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$, $n \in N$.

- $\lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right) = 1$, $a_n = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} > 0$ pre $n \in N$.

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} \xrightarrow{A} 1.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{-1}{(n+1)^2}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{-\frac{1}{(n+1)^2}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2+(n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
  $= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \cdots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right) = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$, $n \in N$.

- $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right) = 1$, $a_n = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} > 0$ pre $n \in N$.
  $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} \xrightarrow{A} 1$.

- $1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$. $\quad \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = 1.$

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{-1}{(n+1)^2}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{(n+1)^2}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2+(n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$, $n \in N$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
$= 1 - \frac{1}{2^2} + (-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}) + (-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}) + \cdots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right) = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$, $n \in N$.

- $\lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} (1 - \frac{1}{(n+1)^2}) = 1$, $a_n = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} > 0$ pre $n \in N$.
$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} \xrightarrow{A} 1.$$
- $1 = \sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = \frac{3}{1\cdot 2^2} + \frac{5}{2^2\cdot 3^2} + \cdots + \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} + \cdots$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.

- $s_1 = a_1 = 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1}$

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
$$= 1 + \left(\tfrac{1}{2} - 1\right) + \left(\tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\tfrac{1}{n-1} - \tfrac{1}{n-2}\right) + \left(\tfrac{1}{n} - \tfrac{1}{n-1}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
$$= 1 + \left(\tfrac{1}{2} - 1\right) + \left(\tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\tfrac{1}{n-1} - \tfrac{1}{n-2}\right) + \left(\tfrac{1}{n} - \tfrac{1}{n-1}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
$$= 1 + \left(\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
$$= 1 + \left(\tfrac{1}{2} - 1\right) + \left(\tfrac{1}{3} - \tfrac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\tfrac{1}{n-1} - \tfrac{1}{n-2}\right) + \left(\tfrac{1}{n} - \tfrac{1}{n-1}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = \frac{1}{n}$, $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = \frac{1}{n}$, $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 1 + \left(\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}\right) = \frac{1}{n}$, $n \in N$.

- $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$,

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = \frac{1}{n}$, $n \in N$.

- $\lim\limits_{n\to\infty} s_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$, $a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N$, $n \geq 2$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = \frac{1}{n}$, $n \in N$.

- $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$, $a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N$, $n \geq 2$.

$$\Rightarrow 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 0.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 1 + \left(\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}\right) = \frac{1}{n}$, $n \in N$.

- $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$, $a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N$, $n \geq 2$.

$$\Rightarrow 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 0. \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 1 + \left(\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}\right) = \frac{1}{n}$, $n \in N$.

- $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0$, $a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N$, $n \geq 2$.
  $\Rightarrow 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 0. \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1.$
- $0 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) =$ $= 1 - \frac{1}{1\cdot 2} - \frac{1}{2\cdot 3} - \frac{1}{3\cdot 4} - \cdots$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1.$

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.$

- $a_1 = s_1 - = 1.$
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}, \; n \in N - \{1\}.$

- $s_1 = a_1 = 1.$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = \frac{1}{n}, \; n \in N.$

- $\lim_{n\to\infty} s_n = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} = 0, \; a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N, \; n \geq 2.$

  $\Rightarrow 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 0. \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1.$

- $0 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \frac{1}{1\cdot 2} - \frac{1}{2\cdot 3} - \frac{1}{3\cdot 4} - \cdots.$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.$

- $a_1 = s_1 = 1.$

- $s_1 = a_1 = 1.$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1}$

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$

$$= 1 + \left(-\tfrac{1}{2} - 1\right) + \left(\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$

$$= 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$

$$= 1 + \left(-\tfrac{1}{2} - 1\right) + \left(\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.$

- $a_1 = s_1 = 1.$
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}.$

- $s_1 = a_1 = 1.$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$

$$= 1 + \left(-\tfrac{1}{2} - 1\right) + \left(\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$

$$= 1 + \left(-\tfrac{1}{2} - 1\right) + \left(\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$

$$= 1 + \left(-\tfrac{1}{2} - 1\right) + \left(\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}, \quad n \in N.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$

$$= 1 + \left(-\tfrac{1}{2} - 1\right) + \left(\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n},\ n \in N.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s=0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, $n \in N$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (s_n - s_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$. $1 + \sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
  $= 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, $n \in N$.

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = s_1 + \sum\limits_{n=2}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = 1 + \sum\limits_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 1 - \frac{3}{1\cdot 2} + \frac{5}{2\cdot 3} - \frac{7}{3\cdot 4} + \cdots = 0$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$. $1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 0.$

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.$

- $a_1 = s_1 = 1.$
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}, \; n \in N - \{1\}.$

- $s_1 = a_1 = 1.$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$

$$= 1 + \left(-\tfrac{1}{2} - 1\right) + \left(\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}, \; n \in N.$$

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 1 - \frac{3}{1\cdot 2} + \frac{5}{2\cdot 3} - \frac{7}{3\cdot 4} + \cdots = 0.$
- $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 0 - 1 = -1.$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s=0$.

$$1+\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}=0.$$

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.$

- $a_1 = s_1 = 1.$
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}, \; n\in N-\{1\}.$

- $s_1 = a_1 = 1.$
- $s_n = a_1+a_2+\cdots+a_n = s_1 + (s_2-s_1)+(s_3-s_2)+\cdots+(s_n-s_{n-1})$
  $= 1 + (-\frac{1}{2}-1) + (\frac{1}{3}+\frac{1}{2}) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}, \; n\in N.$

- $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n = s_1 + \sum\limits_{n=2}^{\infty}(s_n - s_{n-1}) = 1 + \sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 1 - \frac{3}{1\cdot 2} + \frac{5}{2\cdot 3} - \frac{7}{3\cdot 4} + \cdots = 0.$
- $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 0-1=-1.$ $\Rightarrow$ • $1 = \sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n}(2n-1)}{(n-1)n}$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$. $1+\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}=0.$

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.$

- $a_1 = s_1 = 1.$
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n},\ n \in N - \{1\}.$

- $s_1 = a_1 = 1.$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
$$= 1 + \left(-\tfrac{1}{2} - 1\right) + \left(\tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n},\ n \in N.$$

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 1 - \frac{3}{1\cdot 2} + \frac{5}{2\cdot 3} - \frac{7}{3\cdot 4} + \cdots = 0.$
- $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 0 - 1 = -1.$ $\Rightarrow$ • $1 = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n(2n-1)}{(n-1)n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}.$

Koniec 3. časti

Ďakujem za pozornosť.