Matematická analýza 1

2023/2024

7. Spojitosť funkcie

Pre správne zobrazenie, fungovanie tooltipov, 2D a 3D animácií je nevyhnutné súbor otvoriť pomocou programu Adobe Reader (zásuvný modul Adobe PDF Plug-In webového prehliadača nestačí).

Kliknutím na text pred ikonou získate nápomoc.
Kliknutím na skratku v modrej lište vpravo hore sa dostanete na príslušný slajd, druhým kliknutím sa dostanete na koniec tohto slajdu.

Obsah

Definícia spojitosti – Definícia v zmysle Heineho (pomocou postupností)

- Pri vyšetrovaní funkcie f je dôležité charakterizovať jej lokálne vlastnosti.

Definícia spojitosti – Definícia v zmysle Heineho (pomocou postupností)

- Pri vyšetrovaní funkcie f je dôležité charakterizovať jej lokálne vlastnosti.
- Reálne deje často prebiehajú súvisle, spojite a popisujú sa „spojitými funkciami“.

Definícia spojitosti – Definícia v zmysle Heineho (pomocou postupností)

- Pri vyšetrovaní funkcie f je dôležité charakterizovať jej lokálne vlastnosti.
- Reálne deje často prebiehajú súvisle, spojite a popisujú sa „spojitými funkciami“.
- Spojitosť funkcie úzko súvisí s pojmom limita

Definícia spojitosti – Definícia v zmysle Heineho (pomocou postupností)

- Pri vyšetrovaní funkcie f je dôležité charakterizovať jej lokálne vlastnosti.
- Reálne deje často prebiehajú súvisle, spojite a popisujú sa „spojitými funkciami".
- Spojitosť funkcie úzko súvisí s pojmom limita

  a vyjadruje vzťah, že malej zmene nezávislej premennej x zodpovedá malá zmena závislej premennej $f(x)$.

Definícia spojitosti – Definícia v zmysle Heineho (pomocou postupností)

- Pri vyšetrovaní funkcie f je dôležité charakterizovať jej lokálne vlastnosti.
- Reálne deje často prebiehajú súvisle, spojite a popisujú sa „spojitými funkciami“.
- Spojitosť funkcie úzko súvisí s pojmom limita

a vyjadruje vzťah, že malej zmene nezávislej premennej x zodpovedá malá zmena závislej premennej $f(x)$.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$,

Definícia spojitosti – Definícia v zmysle Heineho (pomocou postupností)

- Pri vyšetrovaní funkcie f je dôležité charakterizovať jej lokálne vlastnosti.
- Reálne deje často prebiehajú súvisle, spojite a popisujú sa „spojitými funkciami".
- Spojitosť funkcie úzko súvisí s pojmom limita

a vyjadruje vzťah, že malej zmene nezávislej premennej x zodpovedá malá zmena závislej premennej $f(x)$.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$, ak:

- Pre všetky postupnosti $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset D(f)$ také, že $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$,

Definícia spojitosti – Definícia v zmysle Heineho (pomocou postupností)

- Pri vyšetrovaní funkcie f je dôležité charakterizovať jej lokálne vlastnosti.
- Reálne deje často prebiehajú súvisle, spojite a popisujú sa „spojitými funkciami“.
- Spojitosť funkcie úzko súvisí s pojmom limita

  a vyjadruje vzťah, že malej zmene nezávislej premennej x zodpovedá malá zmena závislej premennej $f(x)$.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$, ak:

- Pre všetky postupnosti $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset D(f)$ také, že $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$, platí $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a)$.

Definícia spojitosti – Definícia v zmysle Heineho (pomocou postupností)

- Pri vyšetrovaní funkcie f je dôležité charakterizovať jej lokálne vlastnosti.
- Reálne deje často prebiehajú súvisle, spojite a popisujú sa „spojitými funkciami“.
- Spojitosť funkcie úzko súvisí s pojmom limita

a vyjadruje vzťah, že malej zmene nezávislej premennej x zodpovedá malá zmena závislej premennej $f(x)$.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$, ak:

- Pre všetky postupnosti $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset D(f)$ také, že $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$, platí $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a)$.

$\left[\lim_{n\to\infty} x_n = a,\ x_n \in D(f) \text{ pre } n \in N. \Rightarrow \lim_{n\to\infty} f(x_n) = f(a). \right]$

Definícia spojitosti – Definícia v zmysle Heineho (pomocou postupností)

- Pri vyšetrovaní funkcie f je dôležité charakterizovať jej lokálne vlastnosti.
- Reálne deje často prebiehajú súvisle, spojite a popisujú sa „spojitými funkciami“.
- Spojitosť funkcie úzko súvisí s pojmom limita

a vyjadruje vzťah, že malej zmene nezávislej premennej x zodpovedá malá zmena závislej premennej $f(x)$.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$, ak:

- Pre všetky postupnosti $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset D(f)$ také, že $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$, platí $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a)$.

$\left[\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a,\ x_n \in D(f) \text{ pre } n \in N. \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} f(x_n) = f(a).\right]$

- Ak funkcia f nie je spojitá v bode $a \in D(f)$,

Definícia spojitosti – Definícia v zmysle Heineho (pomocou postupností)

- Pri vyšetrovaní funkcie f je dôležité charakterizovať jej lokálne vlastnosti.
- Reálne deje často prebiehajú súvisle, spojite a popisujú sa „spojitými funkciami".
- Spojitosť funkcie úzko súvisí s pojmom limita

  a vyjadruje vzťah, že malej zmene nezávislej premennej x zodpovedá malá zmena závislej premennej $f(x)$.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$, ak:

- Pre všetky postupnosti $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset D(f)$ také, že $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$, platí $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a)$.

  $\left[\lim_{n\to\infty} x_n = a,\ x_n \in D(f) \text{ pre } n \in N. \Rightarrow \lim_{n\to\infty} f(x_n) = f(a).\right]$

- Ak funkcia f nie je spojitá v bode $a \in D(f)$, nazýva sa nespojitá v bode a.

Definícia spojitosti – Definícia v zmysle Heineho (pomocou postupností)

- Pri vyšetrovaní funkcie f je dôležité charakterizovať jej lokálne vlastnosti.
- Reálne deje často prebiehajú súvisle, spojite a popisujú sa „spojitými funkciami".
- Spojitosť funkcie úzko súvisí s pojmom limita

a vyjadruje vzťah, že malej zmene nezávislej premennej x zodpovedá malá zmena závislej premennej $f(x)$.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$, ak:

- Pre všetky postupnosti $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset D(f)$ také, že $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$, platí $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a)$.

$\left[\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a,\ x_n \in D(f) \text{ pre } n \in N. \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} f(x_n) = f(a).\right]$

- Bod a nazývame bodom spojitosti funkcie f.

- Ak funkcia f nie je spojitá v bode $a \in D(f)$, nazýva sa nespojitá v bode a.

- Bod a nazývame bodom nespojitosti funkcie f.

Definícia spojitosti – Definícia v zmysle Heineho (pomocou postupností)

- Pri vyšetrovaní funkcie f je dôležité charakterizovať jej lokálne vlastnosti.
- Reálne deje často prebiehajú súvisle, spojite a popisujú sa „spojitými funkciami“.
- Spojitosť funkcie úzko súvisí s pojmom limita

a vyjadruje vzťah, že malej zmene nezávislej premennej x zodpovedá malá zmena závislej premennej $f(x)$.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$, ak:

- Pre všetky postupnosti $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset D(f)$ také, že $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$, platí $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a)$.

$\left[\lim_{n\to\infty} x_n = a,\ x_n \in D(f) \text{ pre } n \in N. \Rightarrow \lim_{n\to\infty} f(x_n) = f(a). \right]$

- Bod a nazývame **bodom spojitosti** funkcie f.

- Ak funkcia f nie je spojitá v bode $a \in D(f)$, nazýva sa **nespojitá** v bode a.

- Bod a nazývame **bodom nespojitosti** funkcie f.

Funkcia f je nespojitá v bode $a \in D(f)$,

Definícia spojitosti – Definícia v zmysle Heineho (pomocou postupností)

- Pri vyšetrovaní funkcie f je dôležité charakterizovať jej lokálne vlastnosti.
- Reálne deje často prebiehajú súvisle, spojite a popisujú sa „spojitými funkciami“.
- Spojitosť funkcie úzko súvisí s pojmom limita

a vyjadruje vzťah, že malej zmene nezávislej premennej x zodpovedá malá zmena závislej premennej $f(x)$.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$, ak:

- Pre všetky postupnosti $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset D(f)$ také, že $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$, platí $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a)$.

$\left[\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a,\ x_n \in D(f) \text{ pre } n \in N. \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} f(x_n) = f(a).\right]$

- Bod a nazývame **bodom spojitosti** funkcie f.

- Ak funkcia f nie je spojitá v bode $a \in D(f)$, nazýva sa **nespojitá** v bode a.

- Bod a nazývame **bodom nespojitosti** funkcie f.

Funkcia f je nespojitá v bode $a \in D(f)$, ak:

- Existuje postupnosť $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset D(f)$, $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$, také, že $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \not\longrightarrow f(a)$.

Definícia spojitosti – Definícia v zmysle Heineho (pomocou postupností)

- Pri vyšetrovaní funkcie f je dôležité charakterizovať jej lokálne vlastnosti.
- Reálne deje často prebiehajú súvisle, spojite a popisujú sa „spojitými funkciami“.
- Spojitosť funkcie úzko súvisí s pojmom limita

  a vyjadruje vzťah, že malej zmene nezávislej premennej x zodpovedá malá zmena závislej premennej $f(x)$.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$, ak:

- Pre všetky postupnosti $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset D(f)$ také, že $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$, platí $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a)$.

  $\left[\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a,\ x_n \in D(f) \text{ pre } n \in N. \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} f(x_n) = f(a).\right]$

- Bod a nazývame **bodom spojitosti** funkcie f.

- Ak funkcia f nie je spojitá v bode $a \in D(f)$, nazýva sa **nespojitá** v bode a.

- Bod a nazývame **bodom nespojitosti** funkcie f.

Funkcia f je nespojitá v bode $a \in D(f)$, ak:

- Existuje postupnosť $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset D(f)$, $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$, také, že $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \not\longrightarrow f(a)$.

  $\left[\text{T. j. existuje } \lim\limits_{n\to\infty} f(x_n) \neq f(a) \text{ alebo } \lim\limits_{n\to\infty} f(x_n) \text{ neexistuje.}\right]$

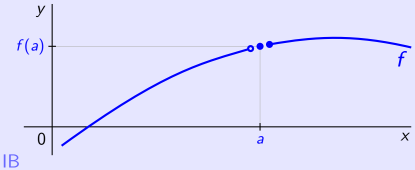
Definícia spojitosti – Spojitosť v izolovanom a hromadnom bode

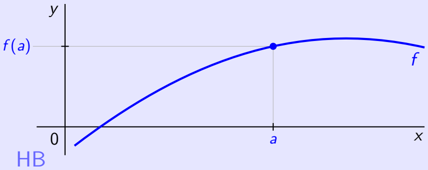
- Bod $a \in D(f)$ môže byť iba izolovaným alebo hromadným bodom $D(f)$.

Definícia spojitosti – Spojitosť v izolovanom a hromadnom bode

- Bod $a \in D(f)$ môže byť iba izolovaným alebo hromadným bodom $D(f)$.

$a \in D(f)$ je izolovaným bodom $D(f)$. [IB $\longrightarrow$ vľavo.]





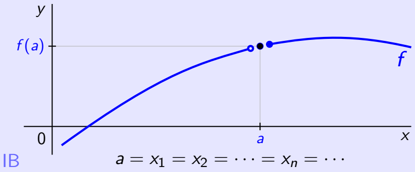
$a \in D(f)$ je hromadným bodom $D(f)$. [HB $\longrightarrow$ vpravo.]

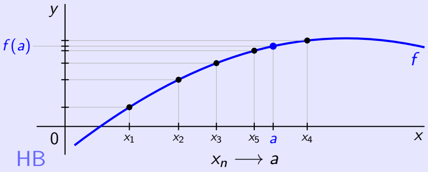
Definícia spojitosti – Spojitosť v izolovanom a hromadnom bode

- Bod $a \in D(f)$ môže byť iba izolovaným alebo hromadným bodom $D(f)$.

$a \in D(f)$ je izolovaným bodom $D(f)$. [IB $\longrightarrow$ vľavo.]

- Existuje jediná $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} = \{a\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$.





$a \in D(f)$ je hromadným bodom $D(f)$. [HB $\longrightarrow$ vpravo.]

Definícia limity:
- $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset D(f) - \{a\}$, $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$.

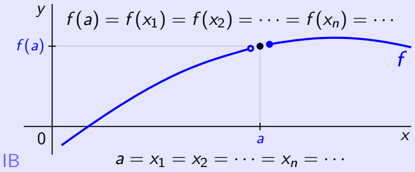
Definícia spojitosti:
- $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset D(f)$, $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$.

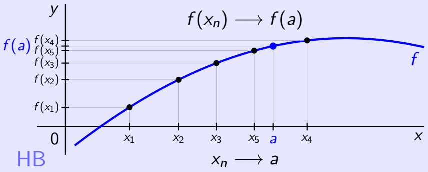
Definícia spojitosti – Spojitosť v izolovanom a hromadnom bode

- Bod $a \in D(f)$ môže byť iba izolovaným alebo hromadným bodom $D(f)$.

$a \in D(f)$ je izolovaným bodom $D(f)$. [IB → vľavo.]

- Existuje jediná $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} = \{a\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a.$ $\Rightarrow$ • $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} = \{f(a)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a).$





$a \in D(f)$ je hromadným bodom $D(f)$. [HB → vpravo.]

Definícia limity: • $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset D(f)-\{a\}$, $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a.$ $\Rightarrow$ • $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow \lim\limits_{x\to a} f(x).$

Definícia spojitosti: • $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset D(f)$, $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a.$ $\Rightarrow$ • $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a).$

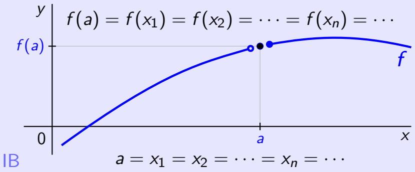
Definícia spojitosti – Spojitosť v izolovanom a hromadnom bode

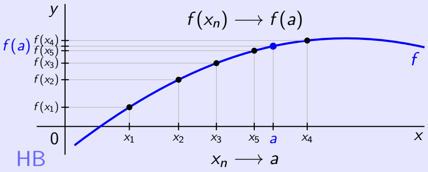
- Bod $a \in D(f)$ môže byť iba izolovaným alebo hromadným bodom $D(f)$.

$a \in D(f)$ je izolovaným bodom $D(f)$. [IB → vľavo.]

- Existuje jediná $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} = \{a\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$. $\Rightarrow$ • $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} = \{f(a)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a)$.

- f je vždy spojitá v izolovanom bode a.





$a \in D(f)$ je hromadným bodom $D(f)$. [HB → vpravo.]

Definícia limity: • $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset D(f) - \{a\}$, $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$. $\Rightarrow$ • $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow \lim\limits_{x \to a} f(x)$.

Definícia spojitosti: • $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset D(f)$, $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$. $\Rightarrow$ • $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a)$.

- f je spojitá v hromadnom bode a. $\Leftrightarrow$ • $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$.

Definícia spojitosti – Ekvivalentná definícia pomocou okolí

- Spojitosť funkcie f v bode $a \in D(f)$ je lokálna záležitosť funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

Definícia spojitosti – Ekvivalentná definícia pomocou okolí

- Spojitosť funkcie f v bode $a \in D(f)$ je lokálna záležitosť funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

  [Pri spojitosti je potrebné, aby $a \in D(f)$.

Definícia spojitosti – Ekvivalentná definícia pomocou okolí

- Spojitosť funkcie f v bode $a \in D(f)$ je lokálna záležitosť funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

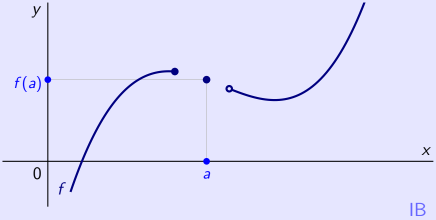
  [Pri spojitosti je potrebné, aby $a \in D(f)$. Pri limite musí byť bod a hromadným bodom $D(f)$.]

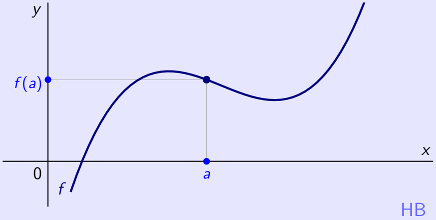
Definícia spojitosti – Ekvivalentná definícia pomocou okolí

- Spojitosť funkcie f v bode $a \in D(f)$ je lokálna záležitosť funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

[Pri spojitosti je potrebné, aby $a \in D(f)$. Pri limite musí byť bod a hromadným bodom $D(f)$.]

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$ práve vtedy, ak:





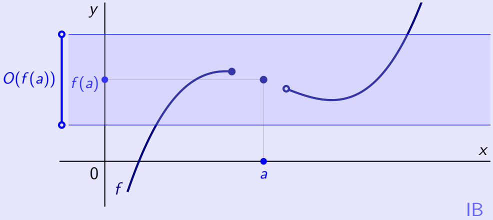
Definícia spojitosti – Ekvivalentná definícia pomocou okolí

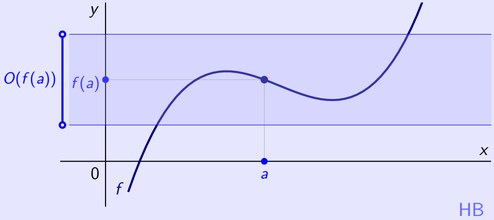
- Spojitosť funkcie f v bode $a \in D(f)$ je lokálna záležitosť funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

[Pri spojitosti je potrebné, aby $a \in D(f)$. Pri limite musí byť bod a hromadným bodom $D(f)$.]

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$ práve vtedy, ak:

- Ku každému okoliu $O(f(a))$





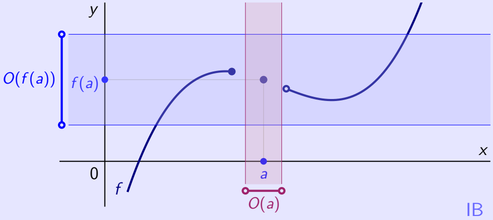
Definícia spojitosti – Ekvivalentná definícia pomocou okolí

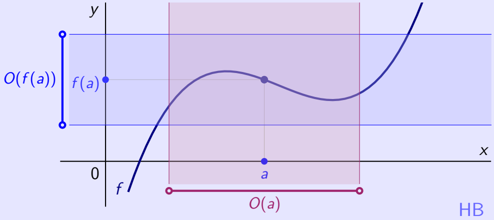
- Spojitosť funkcie f v bode $a \in D(f)$ je lokálna záležitosť funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

[Pri spojitosti je potrebné, aby $a \in D(f)$. Pri limite musí byť bod a hromadným bodom $D(f)$.]

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$ práve vtedy, ak:

- Ku každému okoliu $O(f(a))$ existuje okolie $O(a)$





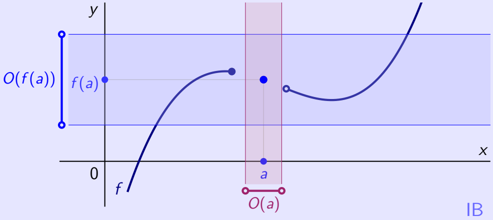
Definícia spojitosti – Ekvivalentná definícia pomocou okolí

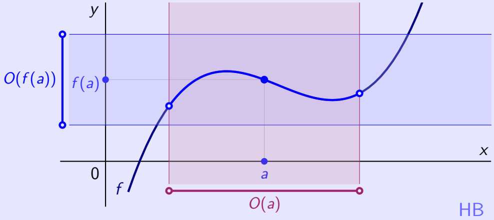
- Spojitosť funkcie f v bode $a \in D(f)$ je lokálna záležitosť funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

[Pri spojitosti je potrebné, aby $a \in D(f)$. Pri limite musí byť bod a hromadným bodom $D(f)$.]

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$ práve vtedy, ak:

- Ku každému okoliu $O(f(a))$ existuje okolie $O(a)$ také, že pre všetky $x \in O(a) \cap D(f)$





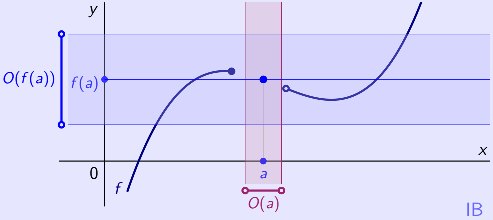
Definícia spojitosti – Ekvivalentná definícia pomocou okolí

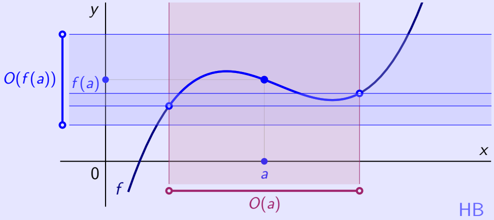
- Spojitosť funkcie f v bode $a \in D(f)$ je lokálna záležitosť funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

[Pri spojitosti je potrebné, aby $a \in D(f)$. Pri limite musí byť bod a hromadným bodom $D(f)$.]

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$ práve vtedy, ak:

- Ku každému okoliu $O(f(a))$ existuje okolie $O(a)$ také, že pre všetky $x \in O(a) \cap D(f)$ platí $f(x) \in O(f(a))$.





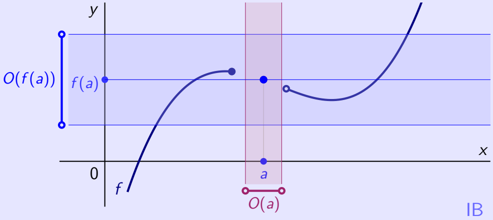
Definícia spojitosti – Ekvivalentná definícia pomocou okolí

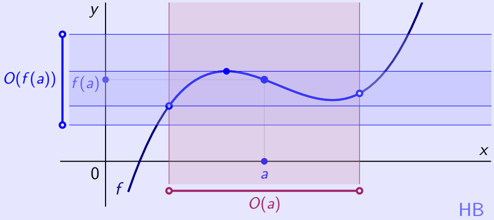
- Spojitosť funkcie f v bode $a \in D(f)$ je lokálna záležitosť funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

[Pri spojitosti je potrebné, aby $a \in D(f)$. Pri limite musí byť bod a hromadným bodom $D(f)$.]

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$ práve vtedy, ak:

- Ku každému okoliu $O(f(a))$ existuje okolie $O(a)$ také, že pre všetky $x \in O(a) \cap D(f)$ platí $f(x) \in O(f(a))$.





Definícia spojitosti – Ekvivalentná definícia pomocou okolí

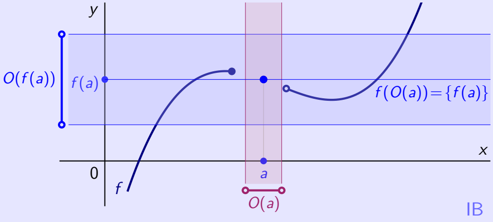
- Spojitosť funkcie f v bode $a\in D(f)$ je lokálna záležitosť funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

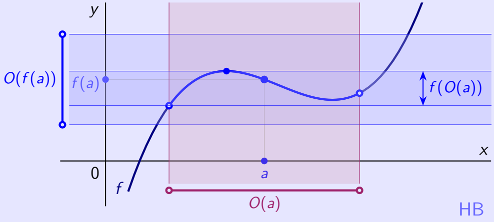
[Pri spojitosti je potrebné, aby $a\in D(f)$. Pri limite musí byť bod a hromadným bodom $D(f)$.]

Funkcia f je spojitá v bode $a\in D(f)$ práve vtedy, ak:

- Ku každému okoliu $O(f(a))$ existuje okolie $O(a)$ také, že pre všetky $x\in O(a)\cap D(f)$ platí $f(x)\in O(f(a))$.

[Pre všetky $O(f(a))$ existuje $O(a)$ také, že $f(O(a))\subset O(f(a))$.]





Definícia spojitosti – Ekvivalentná definícia pomocou okolí

- Spojitosť funkcie f v bode $a\in D(f)$ je lokálna záležitosť funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

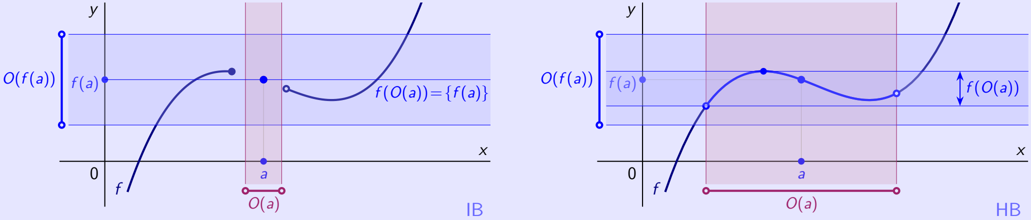
[Pri spojitosti je potrebné, aby $a\in D(f)$. Pri limite musí byť bod a hromadným bodom $D(f)$.]

Funkcia f je spojitá v bode $a\in D(f)$ práve vtedy, ak:

- Ku každému okoliu $O(f(a))$ existuje okolie $O(a)$ také, že pre všetky $x\in O(a)\cap D(f)$ platí $f(x)\in O(f(a))$.

[Pre všetky $O(f(a))$ existuje $O(a)$ také, že $f(O(a))\subset O(f(a))$.]

Ak označíme δ, ε polomery okolí $O_\delta(a)$, $O_\varepsilon(f(a))$, môžeme druhé tvrdenie symbolicky zapísať v tvaroch:



Definícia spojitosti – Ekvivalentná definícia pomocou okolí

- Spojitosť funkcie f v bode $a \in D(f)$ je lokálna záležitosť funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

[Pri spojitosti je potrebné, aby $a \in D(f)$. Pri limite musí byť bod a hromadným bodom $D(f)$.]

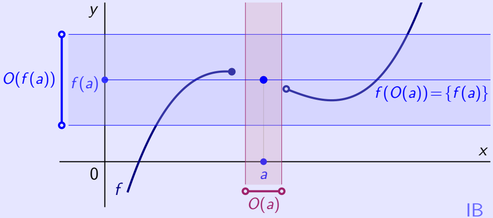
Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$ práve vtedy, ak:

- Ku každému okoliu $O(f(a))$ existuje okolie $O(a)$ také, že pre všetky $x \in O(a) \cap D(f)$ platí $f(x) \in O(f(a))$.

[Pre všetky $O(f(a))$ existuje $O(a)$ také, že $f(O(a)) \subset O(f(a))$.]

Ak označíme δ, ε polomery okolí $O_\delta(a)$, $O_\varepsilon(f(a))$, môžeme druhé tvrdenie symbolicky zapísať v tvaroch:

- Ku každému okoliu $O_\varepsilon(f(a))$ existuje okolie $O_\delta(a)$ také, že pre všetky $x \in O_\delta(a) \cap D(f)$ platí $f(x) \in O_\varepsilon(f(a))$.



Definícia spojitosti – Ekvivalentná definícia pomocou okolí

- Spojitosť funkcie f v bode $a \in D(f)$ je lokálna záležitosť funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

[Pri spojitosti je potrebné, aby $a \in D(f)$. Pri limite musí byť bod a hromadným bodom $D(f)$.]

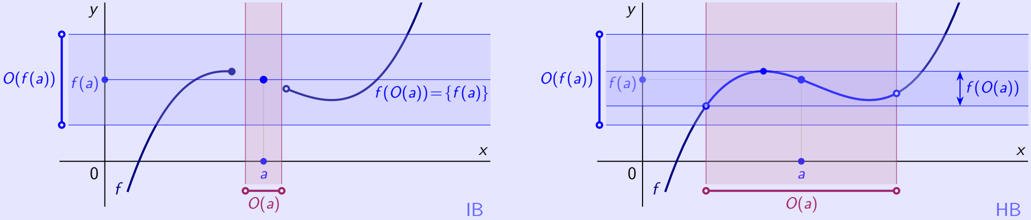
Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$ práve vtedy, ak:

- Ku každému okoliu $O(f(a))$ existuje okolie $O(a)$ také, že pre všetky $x \in O(a) \cap D(f)$ platí $f(x) \in O(f(a))$.

[Pre všetky $O(f(a))$ existuje $O(a)$ také, že $f(O(a)) \subset O(f(a))$.]

Ak označíme δ, ε polomery okolí $O_\delta(a)$, $O_\varepsilon(f(a))$, môžeme druhé tvrdenie symbolicky zapísať v tvaroch:

- Ku každému okoliu $O_\varepsilon(f(a))$ existuje okolie $O_\delta(a)$ také, že pre všetky $x \in O_\delta(a) \cap D(f)$ platí $f(x) \in O_\varepsilon(f(a))$.
- Pre každé $\varepsilon > 0$ existuje $\delta > 0$ také, že pre všetky $x \in D(f)$, $|x - a| < \delta$ platí $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$.



Nespojitosť – Body nespojitosti funkcie

- Funkcia f môže byt nespojitá iba v hromadnom bode.

Nespojitosť – Body nespojitosti funkcie

- Funkcia f môže byt nespojitá iba v hromadnom bode.
- Pojem nespojitosti rozšírime na všetky hromadné body množiny $D(f)$.

Nespojitosť – Body nespojitosti funkcie

- Funkcia f môže byt nespojitá iba v hromadnom bode.
- Pojem nespojitosti rozšírime na všetky hromadné body množiny $D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ má v hromadnom bode a množiny $D(f)$:

Nespojitosť – Body nespojitosti funkcie

- Funkcia f môže byt nespojitá iba v hromadnom bode.
- Pojem nespojitosti rozšírime na všetky hromadné body množiny $D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ má v hromadnom bode a množiny $D(f)$:

- Bod odstrániteľnej nespojitosti,

- Bod neodstrániteľnej nespojitosti

Nespojitosť – Body nespojitosti funkcie

- Funkcia f môže byt nespojitá iba v hromadnom bode.
- Pojem nespojitosti rozšírime na všetky hromadné body množiny $D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ má v hromadnom bode a množiny $D(f)$:

- Bod odstrániteľnej nespojitosti,

- Bod neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu,

- Bod neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu,

Nespojitosť – Body nespojitosti funkcie

- Funkcia f môže byt nespojitá iba v hromadnom bode.
- Pojem nespojitosti rozšírime na všetky hromadné body množiny $D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ má v hromadnom bode a množiny $D(f)$:

- Bod odstrániteľnej nespojitosti,

  ak existuje konečná limita $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b \in R$, ale $\lim\limits_{x \to a} f(x) \neq f(a)$.

- Bod neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu,

- Bod neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu,

Nespojitosť – Body nespojitosti funkcie

- Funkcia f môže byt nespojitá iba v hromadnom bode.
- Pojem nespojitosti rozšírime na všetky hromadné body množiny $D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ má v hromadnom bode a množiny $D(f)$:

- Bod odstrániteľnej nespojitosti,

  ak existuje konečná limita $\lim\limits_{x\to a} f(x) = b \in R$, ale $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$.

- Bod neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu,

  ak existujú konečné $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = b_1 \in R$ a $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = b_2 \in R$, ale $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to a^+} f(x)$.

- Bod neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu,

Nespojitosť – Body nespojitosti funkcie

- Funkcia f môže byt nespojitá iba v hromadnom bode.
- Pojem nespojitosti rozšírime na všetky hromadné body množiny $D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ má v hromadnom bode a množiny $D(f)$:

- Bod odstrániteľnej nespojitosti,

  ak existuje konečná limita $\lim\limits_{x\to a} f(x) = b \in R$, ale $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$.

- Bod neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu,

  ak existujú konečné $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = b_1 \in R$ a $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = b_2 \in R$, ale $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to a^+} f(x)$.

- Bod neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu,

  ak aspoň jedna z limít $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$ a $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ neexistuje alebo je nevlastná.

Nespojitosť – Body nespojitosti funkcie

- Funkcia f môže byt nespojitá iba v hromadnom bode.
- Pojem nespojitosti rozšírime na všetky hromadné body množiny $D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ má v hromadnom bode a množiny $D(f)$:

- Bod odstrániteľnej nespojitosti,

  ak existuje konečná limita $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b \in R$, ale $\lim\limits_{x \to a} f(x) \neq f(a)$.

  [Ak položíme $f(a) = b = \lim\limits_{x \to a} f(x)$, nespojitosť sa odstráni.]

- Bod neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu,

  ak existujú konečné $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = b_1 \in R$ a $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = b_2 \in R$, ale $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) \neq \lim\limits_{x \to a^+} f(x)$.

- Bod neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu,

  ak aspoň jedna z limít $\lim\limits_{x \to a^-} f(x)$ a $\lim\limits_{x \to a^+} f(x)$ neexistuje alebo je nevlastná.

Nespojitosť – Body nespojitosti funkcie

- Funkcia f môže byt nespojitá iba v hromadnom bode.
- Pojem nespojitosti rozšírime na všetky hromadné body množiny $D(f)$.

Funkcia $y = f(x),\ x \in D(f)$ má v hromadnom bode a množiny $D(f)$:

- Bod odstrániteľnej nespojitosti,

  ak existuje konečná limita $\lim\limits_{x \to a} f(x) = b \in R$, ale $\lim\limits_{x \to a} f(x) \neq f(a)$.

  [Ak položíme $f(a) = b = \lim\limits_{x \to a} f(x)$, nespojitosť sa odstráni.]

- Bod neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu,

  ak existujú konečné $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = b_1 \in R$ a $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = b_2 \in R$, ale $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) \neq \lim\limits_{x \to a^+} f(x)$.

  [Číslo $c = b_2 - b_1$ sa nazýva skok funkcie f v bode a.]

- Bod neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu,

  ak aspoň jedna z limít $\lim\limits_{x \to a^-} f(x)$ a $\lim\limits_{x \to a^+} f(x)$ neexistuje alebo je nevlastná.

Nespojitosť – Body nespojitosti funkcie

- Funkcia f môže byt nespojitá iba v hromadnom bode.
- Pojem nespojitosti rozšírime na všetky hromadné body množiny $D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ má v hromadnom bode a množiny $D(f)$:

- Bod odstrániteľnej nespojitosti,

  ak existuje konečná limita $\lim\limits_{x\to a} f(x) = b \in R$, ale $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$.

  [Ak položíme $f(a) = b = \lim\limits_{x\to a} f(x)$, nespojitosť sa odstráni.]

- Bod neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu,

  ak existujú konečné $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = b_1 \in R$ a $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = b_2 \in R$, ale $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to a^+} f(x)$.

  [Číslo $c = b_2 - b_1$ sa nazýva skok funkcie f v bode a.]

- Bod neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu,

  ak aspoň jedna z limít $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$ a $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ neexistuje alebo je nevlastná.

  - Ak je niektorá z jednostranných limít nevlastná, potom f je asymptoticky nespojitá v bode a.

Nespojitosť – Body nespojitosti funkcie

- Funkcia f môže byt nespojitá iba v hromadnom bode.
- Pojem nespojitosti rozšírime na všetky hromadné body množiny $D(f)$.

Funkcia $y = f(x)$, $x \in D(f)$ má v hromadnom bode a množiny $D(f)$:

- Bod odstrániteľnej nespojitosti,

  ak existuje konečná limita $\lim\limits_{x\to a} f(x) = b \in R$, ale $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$.

  [Ak položíme $f(a) = b = \lim\limits_{x\to a} f(x)$, nespojitosť sa odstráni.]

- Bod neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu,

  ak existujú konečné $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = b_1 \in R$ a $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = b_2 \in R$, ale $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to a^+} f(x)$.

  [Číslo $c = b_2 - b_1$ sa nazýva skok funkcie f v bode a.]

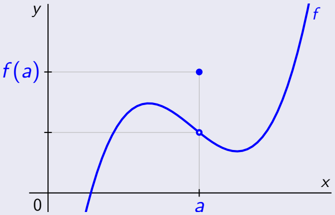
- Bod neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu,

  ak aspoň jedna z limít $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$ a $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ neexistuje alebo je nevlastná.

  - Ak je niektorá z jednostranných limít nevlastá, potom f je asymptoticky nespojitá v bode a.
  - f je asymptoticky nespojitá v bode a. $\Leftrightarrow$ • f má asymptotu bez smernice v bode a.

Nespojitosť – Odstrániteľná nespojitosť

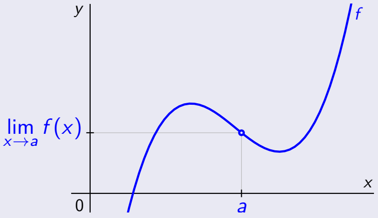
Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom odstrániteľnej nespojitosti funkcie f,

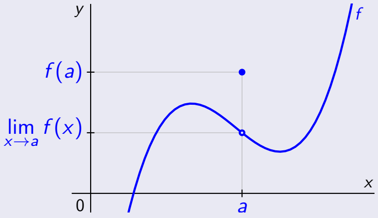


Nespojitosť – Odstrániteľná nespojitosť

Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom **odstrániteľnej nespojitosti** funkcie f,

- ak existuje konečná limita $\lim\limits_{x\to a} f(x)$, ale $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$.

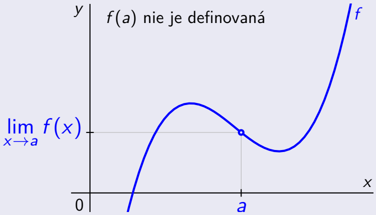


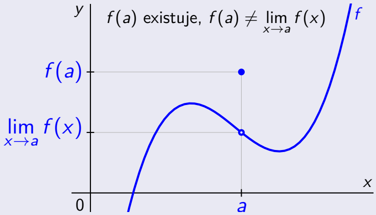


Nespojitosť – Odstrániteľná nespojitosť

Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom **odstrániteľnej nespojitosti** funkcie f,

- ak existuje konečná limita $\lim\limits_{x\to a} f(x)$, ale $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$. [$f$ nemusí byť v bode a definovaná.]

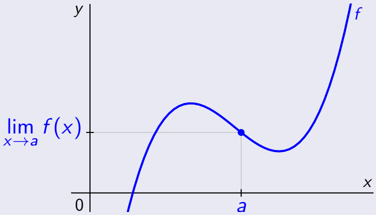


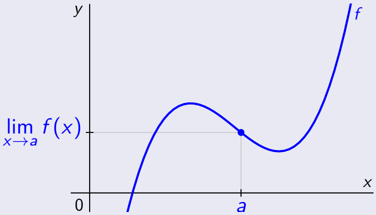


Nespojitosť – Odstrániteľná nespojitosť

Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom **odstrániteľnej nespojitosti** funkcie f,

- ak existuje konečná limita $\lim\limits_{x\to a} f(x)$, ale $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$. [$f$ nemusí byť v bode a definovaná.]



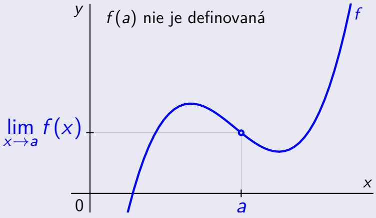


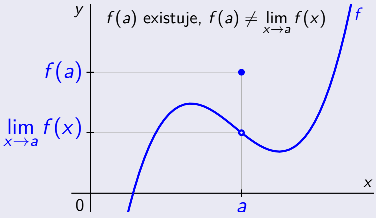
- Ak položíme $f(a) = \lim\limits_{x\to a} f(x)$ nespojitosť v bode a sa odstráni.

Nespojitosť – Odstrániteľná nespojitosť

Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom **odstrániteľnej nespojitosti** funkcie f,

- ak existuje konečná limita $\lim\limits_{x\to a} f(x)$, ale $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$. [$f$ nemusí byť v bode a definovaná.]



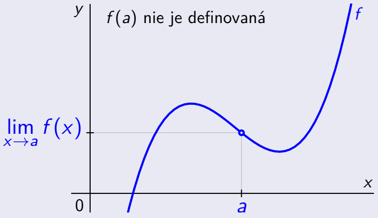


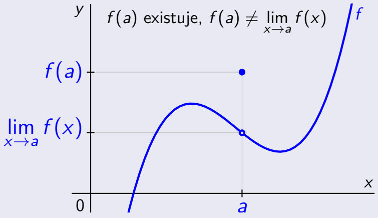
- Ak položíme $f(a) = \lim\limits_{x\to a} f(x)$ nespojitosť v bode a sa odstráni.

Nespojitosť – Odstrániteľná nespojitosť

Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom **odstrániteľnej nespojitosti** funkcie f,

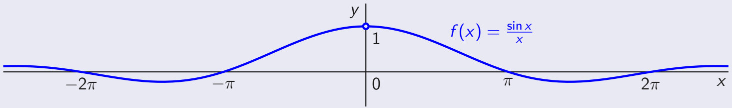
- ak existuje konečná limita $\lim\limits_{x\to a} f(x)$, ale $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$. [$f$ nemusí byť v bode a definovaná.]





- Ak položíme $f(a) = \lim\limits_{x\to a} f(x)$ nespojitosť v bode a sa odstráni.

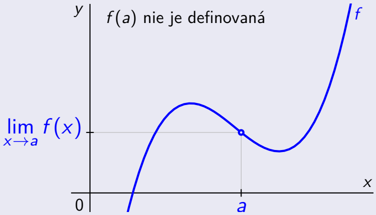
Funkcia $f\colon y = \frac{\sin x}{x}$, $x \in R - \{0\}$ má v bode $a = 0$ bod odstrániteľnej nespojitosti.

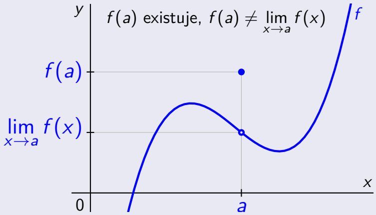


Nespojitosť – Odstrániteľná nespojitosť

Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom **odstrániteľnej nespojitosti** funkcie f,

- ak existuje konečná limita $\lim\limits_{x\to a} f(x)$, ale $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$. [$f$ nemusí byť v bode a definovaná.]

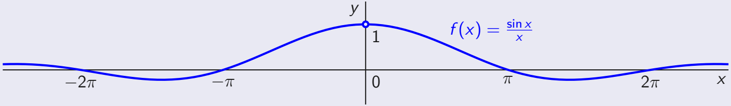




- Ak položíme $f(a) = \lim\limits_{x\to a} f(x)$ nespojitosť v bode a sa odstráni.

Funkcia $f\colon y = \dfrac{\sin x}{x},\ x \in R - \{0\}$ má v bode $a = 0$ bod odstrániteľnej nespojitosti.

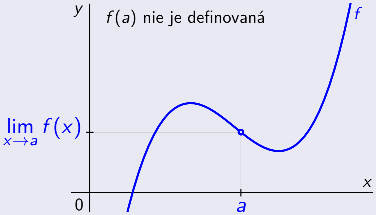
- $f(0)$ neexistuje.

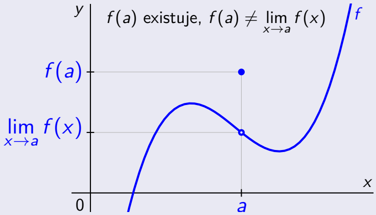


Nespojitosť – Odstrániteľná nespojitosť

Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom odstrániteľnej nespojitosti funkcie f,

- ak existuje konečná limita $\lim\limits_{x\to a} f(x)$, ale $\lim\limits_{x\to a} f(x) \neq f(a)$. [$f$ nemusí byť v bode a definovaná.]

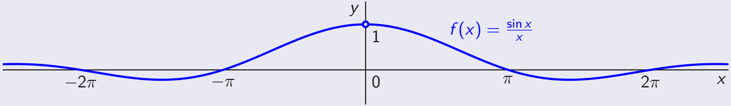




- Ak položíme $f(a) = \lim\limits_{x\to a} f(x)$ nespojitosť v bode a sa odstráni.

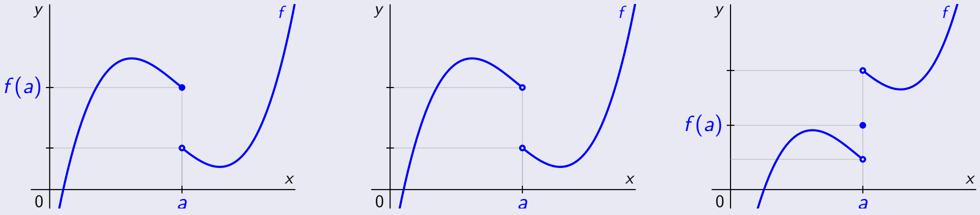
Funkcia $f\colon y = \frac{\sin x}{x}$, $x \in R - \{0\}$ má v bode $a = 0$ bod odstrániteľnej nespojitosti.

- $f(0)$ neexistuje.
- $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ je konečná.



Nespojitosť – Neodstrániteľná nespojitosť I. druhu

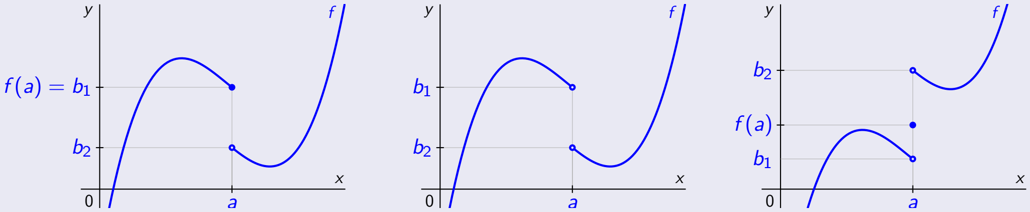
Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu funkcie f,



Nespojitosť – Neodstrániteľná nespojitosť I. druhu

Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom **neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu** funkcie f,

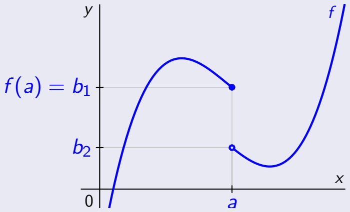
- ak existujú konečné $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = b_1 \in R$ a $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = b_2 \in R$,

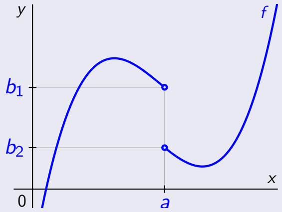


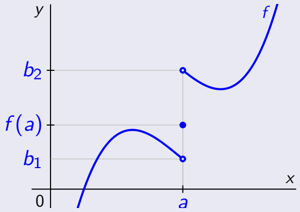
Nespojitosť – Neodstrániteľná nespojitosť I. druhu

Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom **neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu** funkcie f,

- ak existujú konečné $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = b_1 \in R$ a $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = b_2 \in R$, ale $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to a^+} f(x)$.



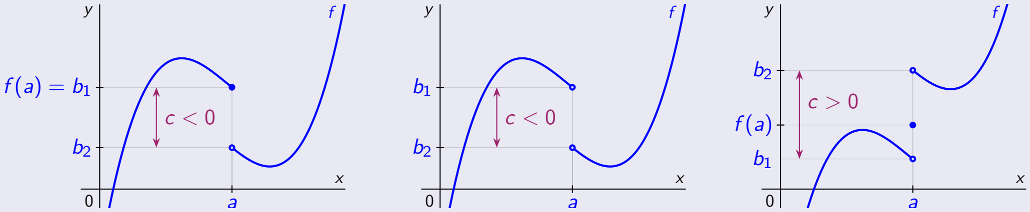




Nespojitosť – Neodstrániteľná nespojitosť I. druhu

Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom **neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu** funkcie f,

- ak existujú konečné $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = b_1 \in R$ a $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = b_2 \in R$, ale $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to a^+} f(x)$.

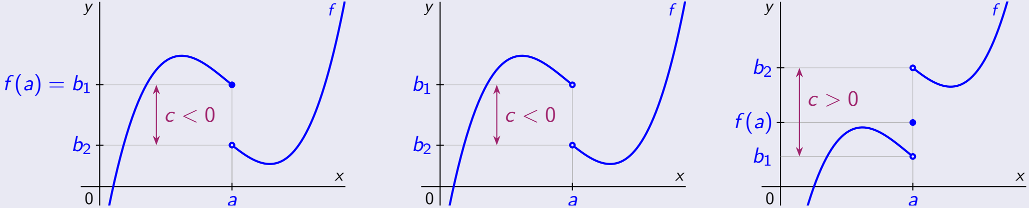


- Rozdiel $c = \lim\limits_{x\to a^+} f(x) - \lim\limits_{x\to a^-} f(x) = b_2 - b_1$ sa nazýva **skok funkcie f** v bode a.

Nespojitosť – Neodstrániteľná nespojitosť I. druhu

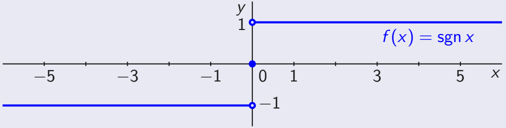
Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom **neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu** funkcie f,

- ak existujú konečné $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = b_1 \in R$ a $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = b_2 \in R$, ale $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to a^+} f(x)$.



- Rozdiel $c = \lim\limits_{x\to a^+} f(x) - \lim\limits_{x\to a^-} f(x) = b_2 - b_1$ sa nazýva **skok funkcie f** v bode a.

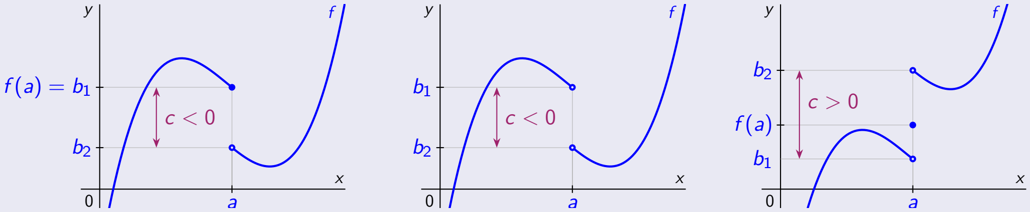
Funkcia $f\colon y = \operatorname{sgn} x,\ x \in R$ má v bode $a = 0$ bod neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu.



Nespojitosť – Neodstrániteľná nespojitosť I. druhu

Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom **neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu** funkcie f,

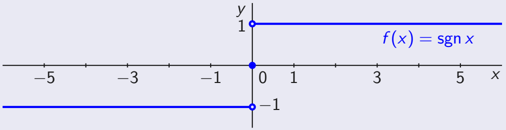
- ak existujú konečné $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = b_1 \in R$ a $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = b_2 \in R$, ale $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to a^+} f(x)$.



- Rozdiel $c = \lim\limits_{x\to a^+} f(x) - \lim\limits_{x\to a^-} f(x) = b_2 - b_1$ sa nazýva **skok funkcie f** v bode a.

Funkcia $f\colon y = \operatorname{sgn} x,\ x \in R$ má v bode $a = 0$ bod neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu.

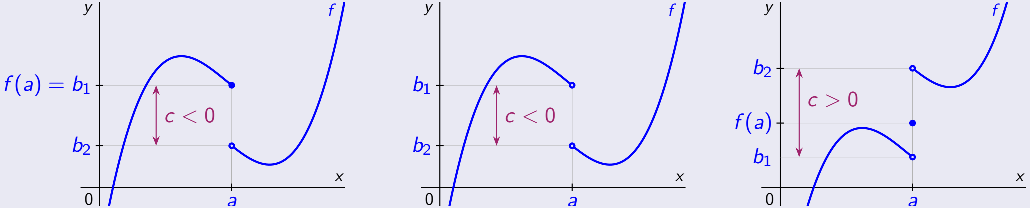
- $f(0) = 0$.



Nespojitosť – Neodstrániteľná nespojitosť I. druhu

Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom **neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu** funkcie f,

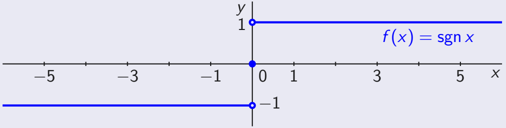
- ak existujú konečné $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) = b_1 \in R$ a $\lim\limits_{x\to a^+} f(x) = b_2 \in R$, ale $\lim\limits_{x\to a^-} f(x) \neq \lim\limits_{x\to a^+} f(x)$.



- Rozdiel $c = \lim\limits_{x\to a^+} f(x) - \lim\limits_{x\to a^-} f(x) = b_2 - b_1$ sa nazýva **skok funkcie f** v bode a.

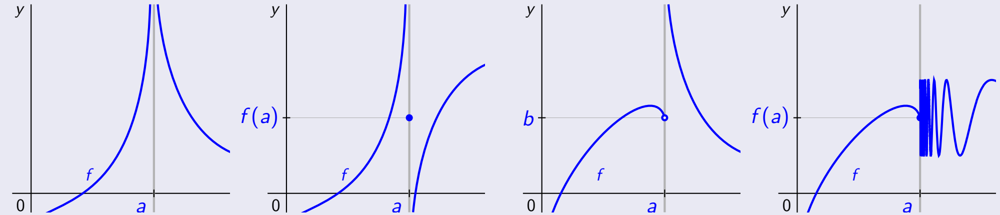
Funkcia $f\colon y = \operatorname{sgn} x,\ x \in R$ má v bode $a = 0$ bod neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu.

- $f(0) = 0$.
- $\lim\limits_{x\to 0^-} \operatorname{sgn} x = -1,\ \lim\limits_{x\to 0^+} \operatorname{sgn} x = 1.$



Nespojitosť – Neodstrániteľná nespojitosť II. druhu

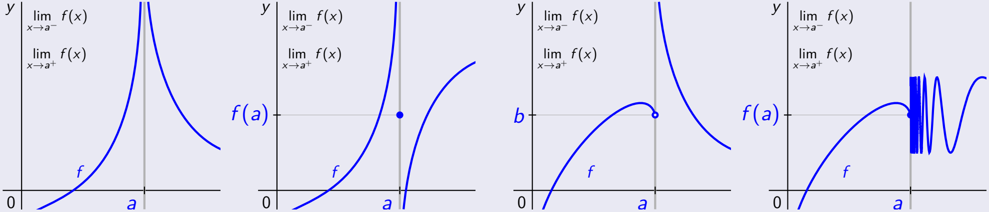
Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom **neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu** funkcie f,



Nespojitosť – Neodstrániteľná nespojitosť II. druhu

Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom **neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu** funkcie f,

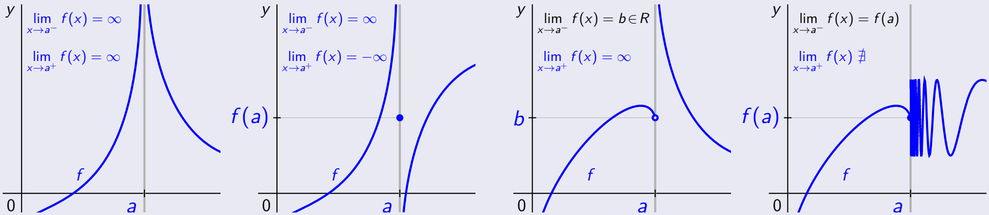
- ak aspoň jedna z limít $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$ a $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$



Nespojitosť – Neodstrániteľná nespojitosť II. druhu

Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom **neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu** funkcie f,

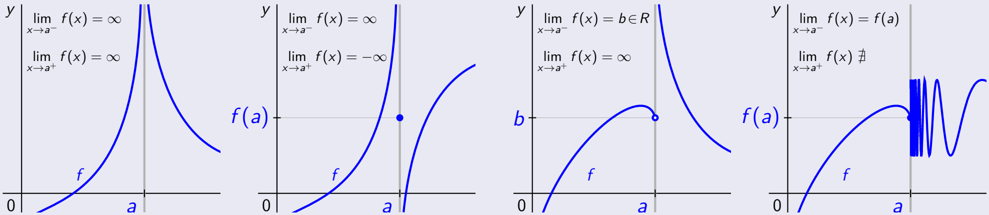
- ak aspoň jedna z limít $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$ a $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ je nevlastná alebo neexistuje.



Nespojitosť – Neodstrániteľná nespojitosť II. druhu

Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu funkcie f,

- ak aspoň jedna z limít $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$ a $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ je nevlastná alebo neexistuje.

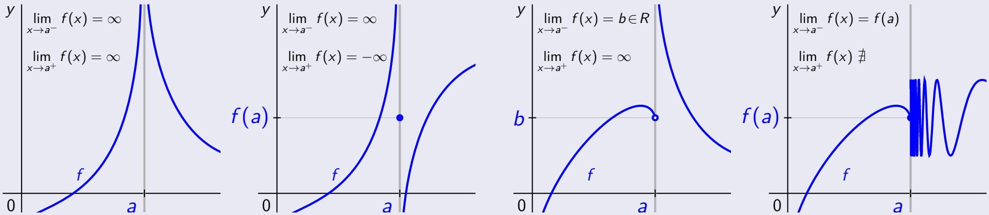


- Ak je niektorá z jednostranných limít nevlastná, nazýva sa bodom asymptotickej nespojitosti funkcie f.

Nespojitosť – Neodstrániteľná nespojitosť II. druhu

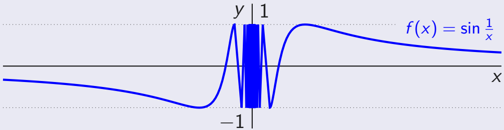
Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom **neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu** funkcie f,

- ak aspoň jedna z limít $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$ a $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ je nevlastná alebo neexistuje.



- Ak je niektorá z jednostranných limít nevlastná, nazýva sa bodom **asymptotickej nespojitosti** funkcie f.

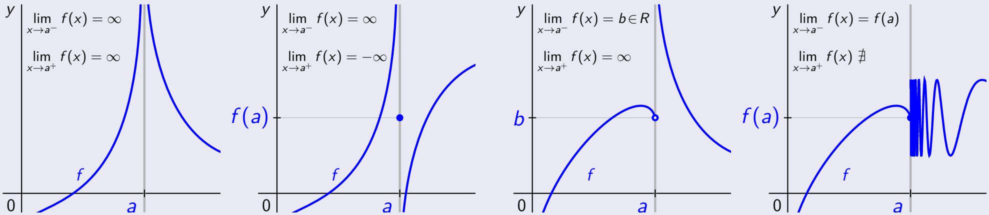
Funkcia $f\colon\, y=\sin\frac{1}{x},\ x\in R-\{0\}$ má v bode $a=0$ bod neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu.



Nespojitosť – Neodstrániteľná nespojitosť II. druhu

Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu funkcie f,

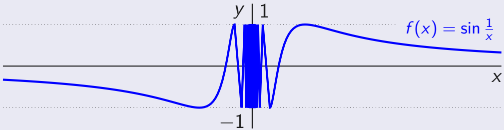
- ak aspoň jedna z limít $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$ a $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ je nevlastná alebo neexistuje.



- Ak je niektorá z jednostranných limít nevlastná, nazýva sa bodom asymptotickej nespojitosti funkcie f.

Funkcia $f\colon y=\sin\frac{1}{x}$, $x\in R-\{0\}$ má v bode $a=0$ bod neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu.

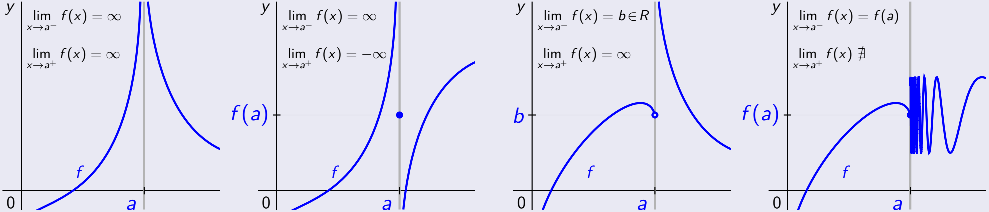
- $f(0)$ neexistuje.



Nespojitosť – Neodstrániteľná nespojitosť II. druhu

Hromadný bod a množiny $D(f)$ je bodom neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu funkcie f,

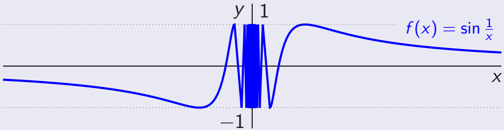
- ak aspoň jedna z limít $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$ a $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$ je nevlastná alebo neexistuje.



- Ak je niektorá z jednostranných limít nevlastná, nazýva sa bodom asymptotickej nespojitosti funkcie f.

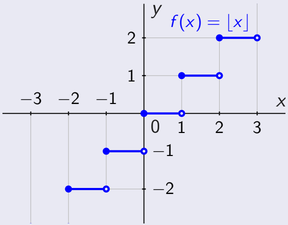
Funkcia $f\colon y=\sin\frac{1}{x}$, $x\in R-\{0\}$ má v bode $a=0$ bod neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu.

- $f(0)$ neexistuje.
- $\lim\limits_{x\to 0^-} \sin\frac{1}{x}$ a $\lim\limits_{x\to 0^+} \sin\frac{1}{x}$ neexistujú.



Nespojitosť – Príklady

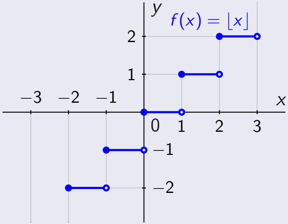
Funkcia $f\colon y = \lfloor x \rfloor,\ x \in R$ má v bodoch $a \in Z$ body neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu.



Nespojitosť – Príklady

Funkcia $f\colon y = \lfloor x \rfloor,\ x \in R$ má v bodoch $a \in Z$ body neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu.

Pre všetky $a = k \in Z$ platí:

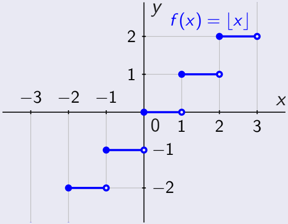


Nespojitosť – Príklady

Funkcia $f\colon y = \lfloor x \rfloor,\ x \in R$ má v bodoch $a \in Z$ body neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu.

Pre všetky $a = k \in Z$ platí:

- $\displaystyle\lim_{x \to k^-} \lfloor x \rfloor = k - 1.$

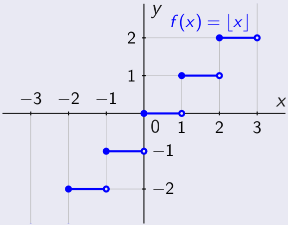


Nespojitosť – Príklady

Funkcia $f\colon y = \lfloor x \rfloor,\ x \in R$ má v bodoch $a \in Z$ body neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu.

Pre všetky $a = k \in Z$ platí:

- $\lim\limits_{x \to k^-} \lfloor x \rfloor = k - 1.$
- $\lim\limits_{x \to k^+} \lfloor x \rfloor = k.$



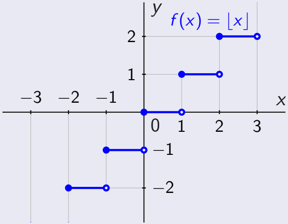
Nespojitosť – Príklady

Funkcia $f\colon y = \lfloor x \rfloor,\ x \in R$ má v bodoch $a \in Z$ body neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu.

Pre všetky $a = k \in Z$ platí:

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \lim\limits_{x\to k^-} \lfloor x \rfloor = k-1. \\ \bullet\ \lim\limits_{x\to k^+} \lfloor x \rfloor = k. \end{array}\right\} \Rightarrow$$

- Skok $c = k - (k-1) = 1.$



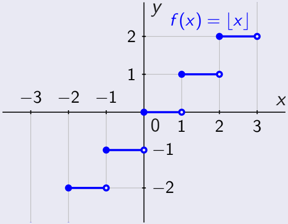
Nespojitosť – Príklady

Funkcia $f\colon y=\lfloor x\rfloor,\ x\in R$ má v bodoch $a\in Z$ body neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu.

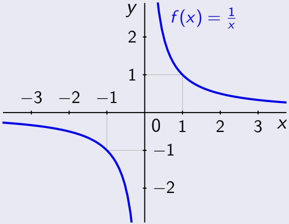
Pre všetky $a=k\in Z$ platí:

- $\lim\limits_{x\to k^-}\lfloor x\rfloor = k-1.$
- $\lim\limits_{x\to k^+}\lfloor x\rfloor = k.$

$\Rightarrow$ Skok $c=k-(k-1)=1.$



Funkcia $f\colon y=\frac{1}{x},\ x\in R-\{0\}$ má v bode $a=0$ bod neodstrániteľnej (asymptotickej) nespojitosti II. druhu.

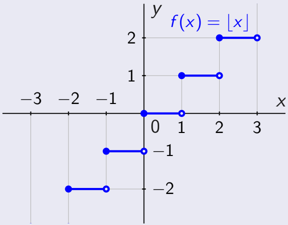


Nespojitosť – Príklady

Funkcia $f\colon y = \lfloor x \rfloor,\ x \in R$ má v bodoch $a \in Z$ body neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu.

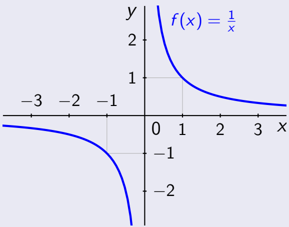
Pre všetky $a = k \in Z$ platí:

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \lim\limits_{x \to k^-} \lfloor x \rfloor = k - 1. \\ \bullet\ \lim\limits_{x \to k^+} \lfloor x \rfloor = k. \end{array}\right\} \Rightarrow \bullet\ \text{Skok } c = k - (k-1) = 1.$$



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x},\ x \in R - \{0\}$ má v bode $a = 0$ bod neodstrániteľnej (asymptotickej) nespojitosti II. druhu.

- $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty.$

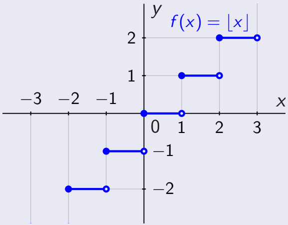


Nespojitosť – Príklady

Funkcia $f\colon y = \lfloor x \rfloor,\ x \in R$ má v bodoch $a \in Z$ body neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu.

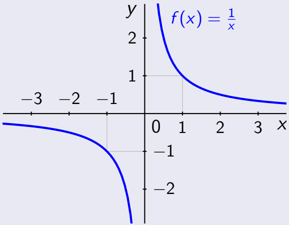
Pre všetky $a = k \in Z$ platí:

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \lim\limits_{x \to k^-} \lfloor x \rfloor = k - 1. \\ \bullet\ \lim\limits_{x \to k^+} \lfloor x \rfloor = k. \end{array}\right\} \Rightarrow \bullet \text{ Skok } c = k - (k-1) = 1.$$



Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x},\ x \in R - \{0\}$ má v bode $a = 0$ bod neodstrániteľnej (asymptotickej) nespojitosti II. druhu.

- $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{1}{x} = -\infty.$
- $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = \infty.$



Vlastnosti spojitých funkcií – Základné vlastnosti

- Pre spojité funkcie v danom bode a platia podobné tvrdenia ako pre limitu funkcie v danom bode.

Vlastnosti spojitých funkcií – Základné vlastnosti

- Pre spojité funkcie v danom bode a platia podobné tvrdenia ako pre limitu funkcie v danom bode.

Funkcie f, g sú spojité v bode $a \in D(f) \cap D(g)$, číslo $n \in N$, číslo $r \in R$.

Vlastnosti spojitých funkcií – Základné vlastnosti

- Pre spojité funkcie v danom bode a platia podobné tvrdenia ako pre limitu funkcie v danom bode.

Funkcie f, g sú spojité v bode $a \in D(f) \cap D(g)$, číslo $n \in N$, číslo $r \in R$.

$\Rightarrow$ • V bode a sú tiež spojité funkcie $|f|$, $f \pm g$, fg, f^2, f^n, $f + r$ a rf.

Vlastnosti spojitých funkcií – Základné vlastnosti

- Pre spojité funkcie v danom bode a platia podobné tvrdenia ako pre limitu funkcie v danom bode.

Funkcie f, g sú spojité v bode $a \in D(f) \cap D(g)$, číslo $n \in N$, číslo $r \in R$.

$\Rightarrow$
- V bode a sú tiež spojité funkcie $|f|$, $f \pm g$, fg, f^2, f^n, $f+r$ a rf.
- Ak $g(a) \neq 0$, potom sú v bode a tiež spojité funkcie $\frac{1}{g}$, $\frac{f}{g}$.

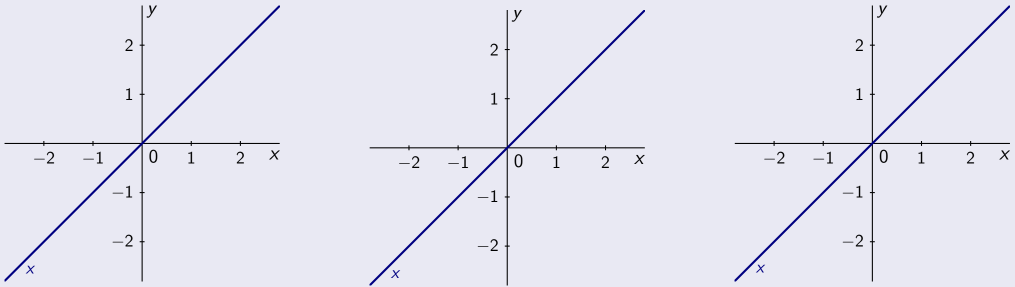
Vlastnosti spojitých funkcií – Základné vlastnosti

- Pre spojité funkcie v danom bode a platia podobné tvrdenia ako pre limitu funkcie v danom bode.

Funkcie f, g sú spojité v bode $a \in D(f) \cap D(g)$, číslo $n \in N$, číslo $r \in R$.

$\Rightarrow$
- V bode a sú tiež spojité funkcie $|f|$, $f \pm g$, fg, f^2, f^n, $f+r$ a rf.
- Ak $g(a) \neq 0$, potom sú v bode a tiež spojité funkcie $\frac{1}{g}$, $\frac{f}{g}$.

Funkcia $f\colon y = x$, $x \in R$ je spojitá v každom bode $a \in R$.



Vlastnosti spojitých funkcií – Základné vlastnosti

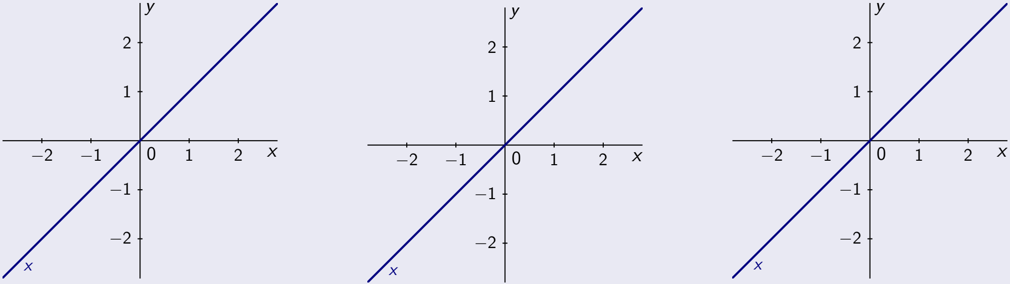
- Pre spojité funkcie v danom bode a platia podobné tvrdenia ako pre limitu funkcie v danom bode.

Funkcie f, g sú spojité v bode $a \in D(f) \cap D(g)$, číslo $n \in N$, číslo $r \in R$.

$\Rightarrow$
- V bode a sú tiež spojité funkcie $|f|$, $f \pm g$, fg, f^2, f^n, $f+r$ a rf.
- Ak $g(a) \neq 0$, potom sú v bode a tiež spojité funkcie $\frac{1}{g}$, $\frac{f}{g}$.

Funkcia $f\colon y = x$, $x \in R$ je spojitá v každom bode $a \in R$. Označme $n \in N$, $r \in R$.

- $f^n\colon y = x^n$ je spojitá v bode a.
- $\frac{1}{f^n}\colon y = x^{-n}$ je spojitá v bode $a \neq 0$.
- $rf\colon y = rx$ je spojitá v bode a.



Vlastnosti spojitých funkcií – Základné vlastnosti

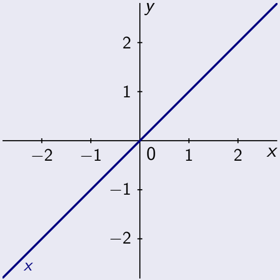
- Pre spojité funkcie v danom bode a platia podobné tvrdenia ako pre limitu funkcie v danom bode.

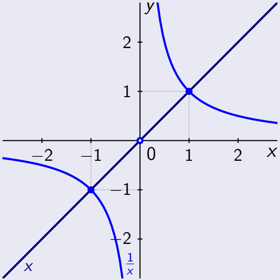
Funkcie f, g sú spojité v bode $a \in D(f) \cap D(g)$, číslo $n \in N$, číslo $r \in R$.

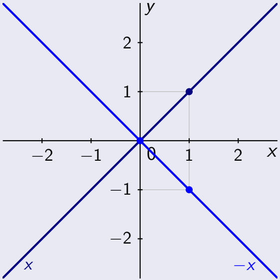
$\Rightarrow$
- V bode a sú tiež spojité funkcie $|f|$, $f \pm g$, fg, f^2, f^n, $f + r$ a rf.
- Ak $g(a) \neq 0$, potom sú v bode a tiež spojité funkcie $\frac{1}{g}$, $\frac{f}{g}$.

Funkcia $f\colon y = x$, $x \in R$ je spojitá v každom bode $a \in R$. Označme $n \in N$, $r \in R$.

- $f^n\colon y = x^n$ je spojitá v bode a.
- $\frac{1}{f^n}\colon y = x^{-n}$ je spojitá v bode $a \neq 0$.
- $rf\colon y = rx$ je spojitá v bode a.







Vlastnosti spojitých funkcií – Základné vlastnosti

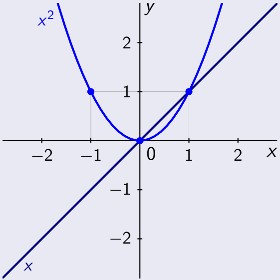
- Pre spojité funkcie v danom bode a platia podobné tvrdenia ako pre limitu funkcie v danom bode.

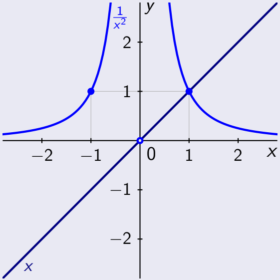
Funkcie f, g sú spojité v bode $a \in D(f) \cap D(g)$, číslo $n \in N$, číslo $r \in R$.

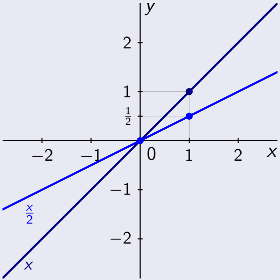
$\Rightarrow$
- V bode a sú tiež spojité funkcie $|f|$, $f \pm g$, fg, f^2, f^n, $f + r$ a rf.
- Ak $g(a) \neq 0$, potom sú v bode a tiež spojité funkcie $\frac{1}{g}$, $\frac{f}{g}$.

Funkcia $f\colon y = x$, $x \in R$ je spojitá v každom bode $a \in R$. Označme $n \in N$, $r \in R$.

- $f^n\colon y = x^n$ je spojitá v bode a.
- $\frac{1}{f^n}\colon y = x^{-n}$ je spojitá v bode $a \neq 0$.
- $rf\colon y = rx$ je spojitá v bode a.







Vlastnosti spojitých funkcií – Základné vlastnosti

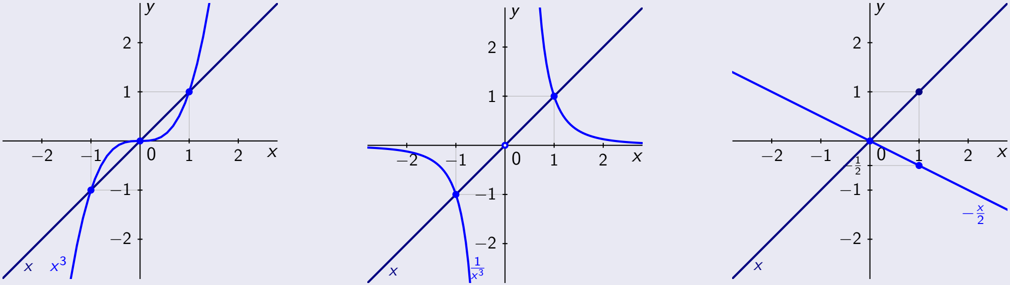
- Pre spojité funkcie v danom bode a platia podobné tvrdenia ako pre limitu funkcie v danom bode.

Funkcie f, g sú spojité v bode $a \in D(f) \cap D(g)$, číslo $n \in N$, číslo $r \in R$.

$\Rightarrow$
- V bode a sú tiež spojité funkcie $|f|$, $f \pm g$, fg, f^2, f^n, $f+r$ a rf.
- Ak $g(a) \neq 0$, potom sú v bode a tiež spojité funkcie $\frac{1}{g}$, $\frac{f}{g}$.

Funkcia $f\colon y = x$, $x \in R$ je spojitá v každom bode $a \in R$. Označme $n \in N$, $r \in R$.

- $f^n\colon y = x^n$ je spojitá v bode a.
- $\frac{1}{f^n}\colon y = x^{-n}$ je spojitá v bode $a \neq 0$.
- $rf\colon y = rx$ je spojitá v bode a.



Vlastnosti spojitých funkcií – Základné vlastnosti

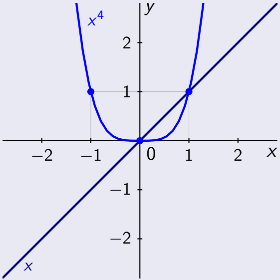
- Pre spojité funkcie v danom bode a platia podobné tvrdenia ako pre limitu funkcie v danom bode.

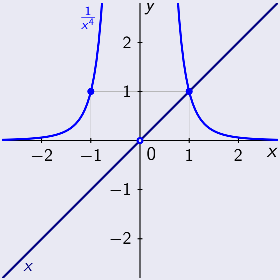
Funkcie f, g sú spojité v bode $a \in D(f) \cap D(g)$, číslo $n \in N$, číslo $r \in R$.

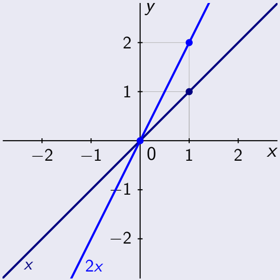
$\Rightarrow$
- V bode a sú tiež spojité funkcie $|f|$, $f \pm g$, fg, f^2, f^n, $f+r$ a rf.
- Ak $g(a) \neq 0$, potom sú v bode a tiež spojité funkcie $\frac{1}{g}$, $\frac{f}{g}$.

Funkcia $f\colon y = x$, $x \in R$ je spojitá v každom bode $a \in R$. Označme $n \in N$, $r \in R$.

- $f^n\colon y = x^n$ je spojitá v bode a.
- $\frac{1}{f^n}\colon y = x^{-n}$ je spojitá v bode $a \neq 0$.
- $rf\colon y = rx$ je spojitá v bode a.







Vlastnosti spojitých funkcií – Základné vlastnosti

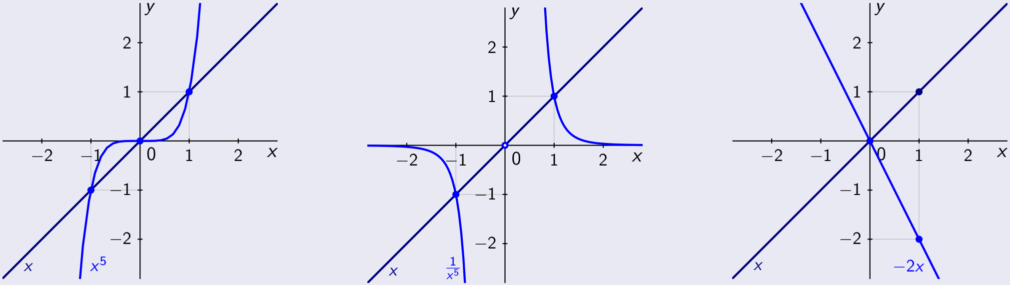
- Pre spojité funkcie v danom bode a platia podobné tvrdenia ako pre limitu funkcie v danom bode.

Funkcie f, g sú spojité v bode $a \in D(f) \cap D(g)$, číslo $n \in N$, číslo $r \in R$.

$\Rightarrow$
- V bode a sú tiež spojité funkcie $|f|$, $f \pm g$, fg, f^2, f^n, $f+r$ a rf.
- Ak $g(a) \neq 0$, potom sú v bode a tiež spojité funkcie $\frac{1}{g}$, $\frac{f}{g}$.

Funkcia $f\colon y = x$, $x \in R$ je spojitá v každom bode $a \in R$. Označme $n \in N$, $r \in R$.

- $f^n\colon y = x^n$ je spojitá v bode a.
- $\frac{1}{f^n}\colon y = x^{-n}$ je spojitá v bode $a \neq 0$.
- $rf\colon y = rx$ je spojitá v bode a.



Vlastnosti spojitých funkcií – Základné vlastnosti

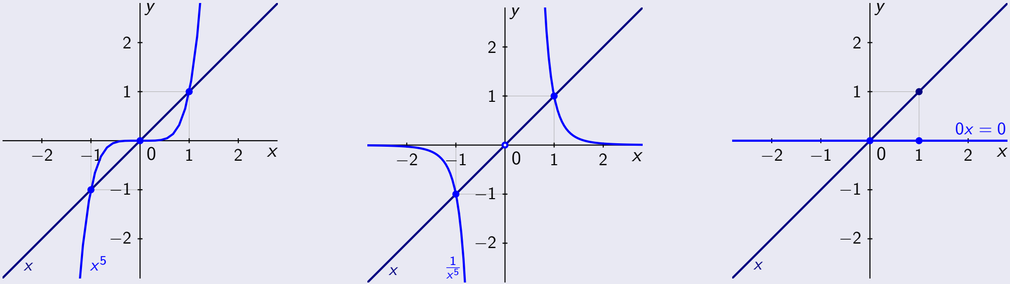
- Pre spojité funkcie v danom bode a platia podobné tvrdenia ako pre limitu funkcie v danom bode.

Funkcie f, g sú spojité v bode $a \in D(f) \cap D(g)$, číslo $n \in N$, číslo $r \in R$.

$\Rightarrow$
- V bode a sú tiež spojité funkcie $|f|$, $f \pm g$, fg, f^2, f^n, $f + r$ a rf.
- Ak $g(a) \neq 0$, potom sú v bode a tiež spojité funkcie $\frac{1}{g}$, $\frac{f}{g}$.

Funkcia $f\colon y = x$, $x \in R$ je spojitá v každom bode $a \in R$. Označme $n \in N$, $r \in R$.

- $f^n\colon y = x^n$ je spojitá v bode a.
- $\frac{1}{f^n}\colon y = x^{-n}$ je spojitá v bode $a \neq 0$.
- $rf\colon y = rx$ je spojitá v bode a.



Vlastnosti spojitých funkcií – Základné vlastnosti

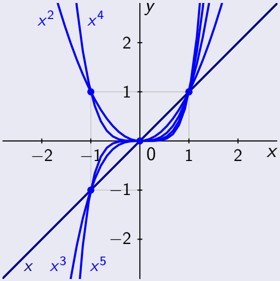
- Pre spojité funkcie v danom bode a platia podobné tvrdenia ako pre limitu funkcie v danom bode.

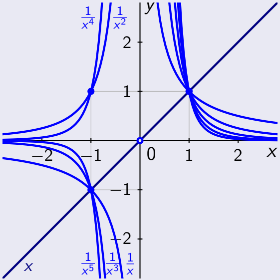
Funkcie f, g sú spojité v bode $a \in D(f) \cap D(g)$, číslo $n \in N$, číslo $r \in R$.

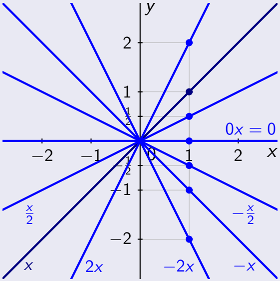
$\Rightarrow$
- V bode a sú tiež spojité funkcie $|f|$, $f \pm g$, fg, f^2, f^n, $f+r$ a rf.
- Ak $g(a) \neq 0$, potom sú v bode a tiež spojité funkcie $\frac{1}{g}$, $\frac{f}{g}$.

Funkcia $f\colon y = x$, $x \in R$ je spojitá v každom bode $a \in R$. Označme $n \in N$, $r \in R$.

- $f^n\colon y = x^n$ je spojitá v bode a.
- $\frac{1}{f^n}\colon y = x^{-n}$ je spojitá v bode $a \neq 0$.
- $rf\colon y = rx$ je spojitá v bode a.







Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť zloženej funkcie

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

Funkcia g je spojitá v bode $f(a) \in D(g)$, $H(f) \subset D(g)$.

Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť zloženej funkcie

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

Funkcia g je spojitá v bode $f(a) \in D(g)$, $H(f) \subset D(g)$.

$\Rightarrow$ • Zložená funkcia $F = g(f)$ je spojitá v bode a.

Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť zloženej funkcie

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

Funkcia g je spojitá v bode $f(a) \in D(g)$, $H(f) \subset D(g)$.

$\Rightarrow$ • Zložená funkcia $F = g(f)$ je spojitá v bode a.

Funkcia F: $y = \sqrt{x^2 + 1}$ je spojitá v každom bode $a \in D(F) = R$.

Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť zloženej funkcie

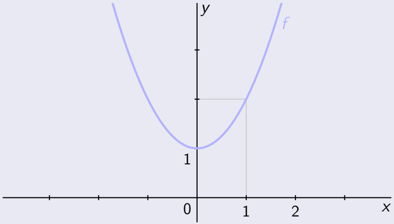
Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

Funkcia g je spojitá v bode $f(a) \in D(g)$, $H(f) \subset D(g)$.

$\Rightarrow$ • Zložená funkcia $F = g(f)$ je spojitá v bode a.

Funkcia $F\colon y = \sqrt{x^2+1}$ je spojitá v každom bode $a \in D(F) = R$.

- Označme $f\colon y = x^2+1$, $D(f) = R$, $H(f) = \langle 1; \infty)$



Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť zloženej funkcie

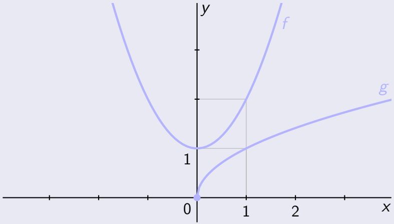
Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

Funkcia g je spojitá v bode $f(a) \in D(g)$, $H(f) \subset D(g)$.

$\Rightarrow$ • Zložená funkcia $F = g(f)$ je spojitá v bode a.

Funkcia $F\colon y = \sqrt{x^2+1}$ je spojitá v každom bode $a \in D(F) = R$.

- Označme $f\colon y = x^2 + 1$, $D(f) = R$, $H(f) = \langle 1; \infty)$
- Označme $g\colon y = \sqrt{x}$, $D(g) = \langle 0; \infty)$, $H(g) = \langle 0; \infty)$.



Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť zloženej funkcie

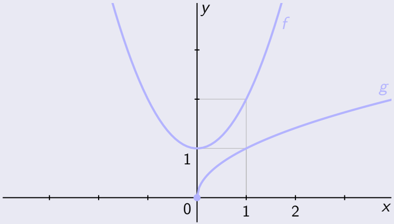
Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

Funkcia g je spojitá v bode $f(a) \in D(g)$, $H(f) \subset D(g)$.

$\Rightarrow$ • Zložená funkcia $F = g(f)$ je spojitá v bode a.

Funkcia $F\colon y = \sqrt{x^2+1}$ je spojitá v každom bode $a \in D(F) = R$.

- Označme $f\colon y = x^2+1$, $D(f) = R$, $H(f) = \langle 1; \infty) \subset D(g)$.
- Označme $g\colon y = \sqrt{x}$, $D(g) = \langle 0; \infty)$, $H(g) = \langle 0; \infty)$.



Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť zloženej funkcie

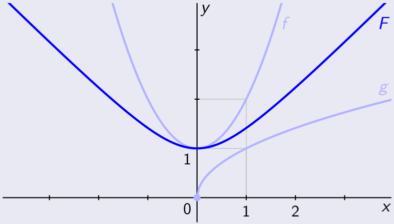
Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

Funkcia g je spojitá v bode $f(a) \in D(g)$, $H(f) \subset D(g)$.

$\Rightarrow$ • Zložená funkcia $F = g(f)$ je spojitá v bode a.

Funkcia $F\colon y = \sqrt{x^2+1}$ je spojitá v každom bode $a \in D(F) = R$.

- Označme $f\colon y = x^2+1$, $D(f) = R$, $H(f) = \langle 1; \infty) \subset D(g)$.
- Označme $g\colon y = \sqrt{x}$, $D(g) = \langle 0; \infty)$, $H(g) = \langle 0; \infty)$.
- Označme $F = g(f)\colon y = \sqrt{f(x)} = \sqrt{x^2+1}$, $D(F) = R$.



Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť zloženej funkcie

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

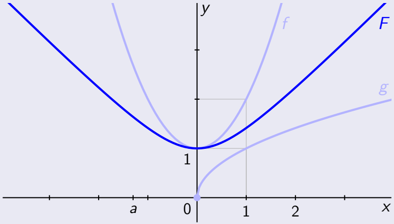
Funkcia g je spojitá v bode $f(a) \in D(g)$, $H(f) \subset D(g)$.

$\Rightarrow$ • Zložená funkcia $F = g(f)$ je spojitá v bode a.

Funkcia $F\colon y = \sqrt{x^2+1}$ je spojitá v každom bode $a \in D(F) = R$.

- Označme $f\colon y = x^2+1$, $D(f) = R$, $H(f) = \langle 1; \infty) \subset D(g)$.
- Označme $g\colon y = \sqrt{x}$, $D(g) = \langle 0; \infty)$, $H(g) = \langle 0; \infty)$.
- Označme $F = g(f)\colon y = \sqrt{f(x)} = \sqrt{x^2+1}$, $D(F) = R$.

- $a \in D(F)$.



Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť zloženej funkcie

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

Funkcia g je spojitá v bode $f(a) \in D(g)$, $H(f) \subset D(g)$.

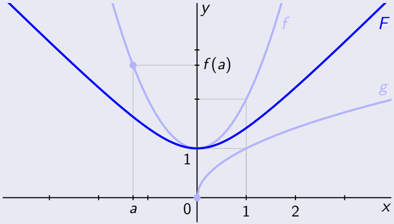
$\Rightarrow$ • Zložená funkcia $F = g(f)$ je spojitá v bode a.

Funkcia $F\colon y = \sqrt{x^2+1}$ je spojitá v každom bode $a \in D(F) = R$.

- Označme $f\colon y = x^2+1$, $D(f) = R$, $H(f) = \langle 1; \infty) \subset D(g)$. [Funkcia f je spojitá v každom bode $a \in D(f)$.]
- Označme $g\colon y = \sqrt{x}$, $D(g) = \langle 0; \infty)$, $H(g) = \langle 0; \infty)$.
- Označme $F = g(f)\colon y = \sqrt{f(x)} = \sqrt{x^2+1}$, $D(F) = R$.

- $a \in D(F)$. $\Rightarrow$ $a \in D(f)$.

  $\Rightarrow$ • f je spojitá v bode a.



Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť zloženej funkcie

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

Funkcia g je spojitá v bode $f(a) \in D(g)$, $H(f) \subset D(g)$.

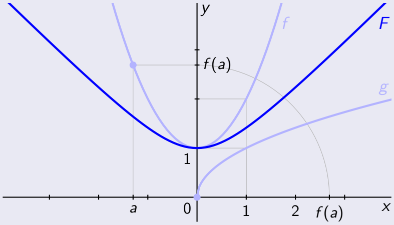
$\Rightarrow$ • Zložená funkcia $F = g(f)$ je spojitá v bode a.

Funkcia $F\colon y = \sqrt{x^2+1}$ je spojitá v každom bode $a \in D(F) = R$.

- Označme $f\colon y = x^2 + 1$, $D(f) = R$, $H(f) = \langle 1; \infty) \subset D(g)$. [Funkcia f je spojitá v každom bode $a \in D(f)$.]
- Označme $g\colon y = \sqrt{x}$, $D(g) = \langle 0; \infty)$, $H(g) = \langle 0; \infty)$.
- Označme $F = g(f)\colon y = \sqrt{f(x)} = \sqrt{x^2+1}$, $D(F) = R$.

- $a \in D(F)$. $\Rightarrow$ $a \in D(f)$. $\Rightarrow$ $f(a) \in D(g)$.

$\Rightarrow$ • f je spojitá v bode a.



Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť zloženej funkcie

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

Funkcia g je spojitá v bode $f(a) \in D(g)$, $H(f) \subset D(g)$.

$\Rightarrow$ • Zložená funkcia $F = g(f)$ je spojitá v bode a.

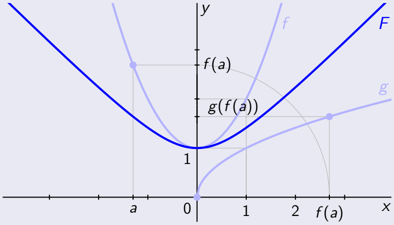
Funkcia $F\colon y = \sqrt{x^2+1}$ je spojitá v každom bode $a \in D(F) = R$.

- Označme $f\colon y = x^2+1$, $D(f) = R$, $H(f) = \langle 1; \infty) \subset D(g)$. [Funkcia f je spojitá v každom bode $a \in D(f)$.]
- Označme $g\colon y = \sqrt{x}$, $D(g) = \langle 0; \infty)$, $H(g) = \langle 0; \infty)$. [Funkcia g je spojitá v každom bode $b \in D(g)$.]
- Označme $F = g(f)\colon y = \sqrt{f(x)} = \sqrt{x^2+1}$, $D(F) = R$.

- $a \in D(F)$. $\Rightarrow$ $a \in D(f)$. $\Rightarrow$ $f(a) \in D(g)$.

  $\Rightarrow$ • f je spojitá v bode a.

  $\Rightarrow$ • g je spojitá v bode $f(a)$.



Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť zloženej funkcie

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

Funkcia g je spojitá v bode $f(a) \in D(g)$, $H(f) \subset D(g)$.

$\Rightarrow$ • Zložená funkcia $F = g(f)$ je spojitá v bode a.

Funkcia $F\colon y = \sqrt{x^2+1}$ je spojitá v každom bode $a \in D(F) = R$.

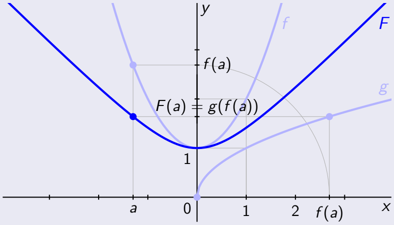
- Označme $f\colon y = x^2+1$, $D(f) = R$, $H(f) = \langle 1; \infty) \subset D(g)$. [Funkcia f je spojitá v každom bode $a \in D(f)$.]
- Označme $g\colon y = \sqrt{x}$, $D(g) = \langle 0; \infty)$, $H(g) = \langle 0; \infty)$. [Funkcia g je spojitá v každom bode $b \in D(g)$.]
- Označme $F = g(f)\colon y = \sqrt{f(x)} = \sqrt{x^2+1}$, $D(F) = R$.

- $a \in D(F)$. $\Rightarrow$ $a \in D(f)$. $\Rightarrow$ $f(a) \in D(g)$.

$\Rightarrow$ • f je spojitá v bode a.

$\Rightarrow$ • g je spojitá v bode $f(a)$.

$\Rightarrow$ • $F = g(f)$ je spojitá v bode a.



Vlastnosti spojitých funkcií – Veta o zovretí (o 2 policajtoch)

- Spojitosť funkcie f v bode $a \in D(f)$ charakterizuje lokálne vlastnosti funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

Vlastnosti spojitých funkcií – Veta o zovretí (o 2 policajtoch)

- Spojitosť funkcie f v bode $a \in D(f)$ charakterizuje lokálne vlastnosti funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

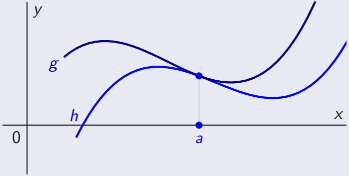
Označme prienik definičných oborov $D(f) \cap D(g) \cap D(h) = D_{fgh}$.

Vlastnosti spojitých funkcií – Veta o zovretí (o 2 policajtoch)

- Spojitosť funkcie f v bode $a \in D(f)$ charakterizuje lokálne vlastnosti funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

Označme prienik definičných oborov $D(f) \cap D(g) \cap D(h) = D_{fgh}$.

Funkcie g a h sú spojité v bode $a \in D_{fgh}$.



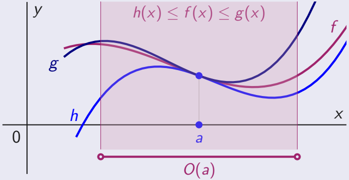
Vlastnosti spojitých funkcií – Veta o zovretí (o 2 policajtoch)

- Spojitosť funkcie f v bode $a\in D(f)$ charakterizuje lokálne vlastnosti funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

Označme prienik definičných oborov $D(f)\cap D(g)\cap D(h) = D_{fgh}$.

Funkcie g a h sú spojité v bode $a\in D_{fgh}$.

Existuje okolie $O(a)$ také, že pre všetky $x\in O(a)\cap D_{fgh}$ platí $h(x)\leq f(x)\leq g(x)$.



Vlastnosti spojitých funkcií – Veta o zovretí (o 2 policajtoch)

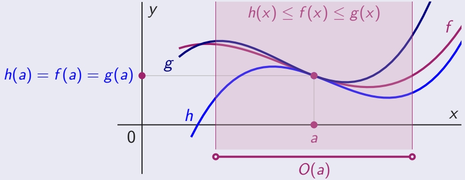
- Spojitosť funkcie f v bode $a \in D(f)$ charakterizuje lokálne vlastnosti funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

Označme prienik definičných oborov $D(f) \cap D(g) \cap D(h) = D_{fgh}$.

Funkcie g a h sú spojité v bode $a \in D_{fgh}$.

Existuje okolie $O(a)$ také, že pre všetky $x \in O(a) \cap D_{fgh}$ platí $h(x) \leq f(x) \leq g(x)$.

- $h(a) = f(a) = g(a)$.



Vlastnosti spojitých funkcií – Veta o zovretí (o 2 policajtoch)

- Spojitosť funkcie f v bode $a \in D(f)$ charakterizuje lokálne vlastnosti funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

[Veta o zovretí (o dvoch policajtoch).]

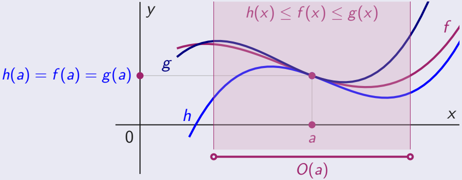
Označme prienik definičných oborov $D(f) \cap D(g) \cap D(h) = D_{fgh}$.

Funkcie g a h sú spojité v bode $a \in D_{fgh}$.

Existuje okolie $O(a)$ také, že pre všetky $x \in O(a) \cap D_{fgh}$ platí $h(x) \le f(x) \le g(x)$.

- $h(a) = f(a) = g(a)$.

$\Rightarrow$ • Funkcia f je spojitá v bode a.



Vlastnosti spojitých funkcií – Veta o zovretí (o 2 policajtoch)

- Spojitosť funkcie f v bode $a \in D(f)$ charakterizuje lokálne vlastnosti funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

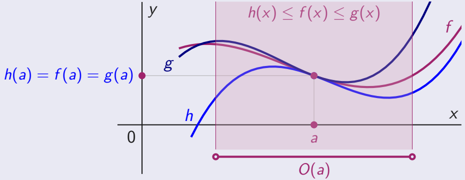
Označme prienik definičných oborov $D(f) \cap D(g) \cap D(h) = D_{fgh}$. [Veta o zovretí (o dvoch policajtoch).]

Funkcie g a h sú spojité v bode $a \in D_{fgh}$.

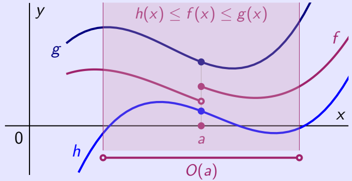
Existuje okolie $O(a)$ také, že pre všetky $x \in O(a) \cap D_{fgh}$ platí $h(x) \leq f(x) \leq g(x)$.

- $h(a) = f(a) = g(a)$.

$\Rightarrow$ • Funkcia f je spojitá v bode a.



- Predpoklad $h(a) = f(a) = g(a)$ je dôležitý.



Vlastnosti spojitých funkcií – Veta o zovretí (o 2 policajtoch)

- Spojitosť funkcie f v bode $a \in D(f)$ charakterizuje lokálne vlastnosti funkcie v nejakom okolí $O(a)$.

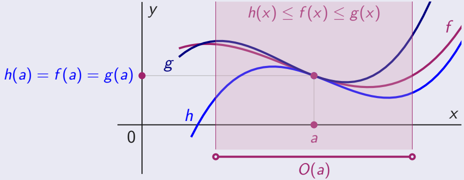
Označme prienik definičných oborov $D(f) \cap D(g) \cap D(h) = D_{fgh}$. [Veta o zovretí (o dvoch policajtoch).]

Funkcie g a h sú spojité v bode $a \in D_{fgh}$.

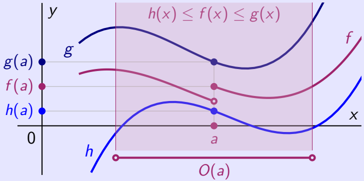
Existuje okolie $O(a)$ také, že pre všetky $x \in O(a) \cap D_{fgh}$ platí $h(x) \leq f(x) \leq g(x)$.

- $h(a) = f(a) = g(a)$.

$\Rightarrow$ • Funkcia f je spojitá v bode a.



- Predpoklad $h(a) = f(a) = g(a)$ je dôležitý.
- Ak neplatí, funkcia f nemusí byť spojitá v bode a.



Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť vzhľadom na množinu

Funkcia f je spojitá v bode $a \in A$, pričom $A \subset D(f)$.

Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť vzhľadom na množinu

Funkcia f je spojitá v bode $a \in A$, pričom $A \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Reštrikcia $g = f|_A$ je spojitá v bode a.

Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť vzhľadom na množinu

Funkcia f je spojitá v bode $a \in A$, pričom $A \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Reštrikcia $g = f|_A$ je spojitá v bode a.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$ vzhľadom na množinu $A \subset D(f)$,

Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť vzhľadom na množinu

Funkcia f je spojitá v bode $a \in A$, pričom $A \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Reštrikcia $g = f|_A$ je spojitá v bode a.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$ vzhľadom na množinu $A \subset D(f)$, ak:

- je spojité zúženie $f|_A$ v bode a.

Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť vzhľadom na množinu

Funkcia f je spojitá v bode $a \in A$, pričom $A \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Reštrikcia $g = f|_A$ je spojitá v bode a.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$ vzhľadom na množinu $A \subset D(f)$, ak:

- je spojité zúženie $f|_A$ v bode a.

- Pre všetky postupnosti $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset A$ také, že $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$, platí $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a)$.

Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť vzhľadom na množinu

Funkcia f je spojitá v bode $a \in A$, pričom $A \subset D(f)$.

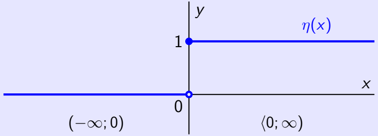
$\Rightarrow$ • Reštrikcia $g = f|_A$ je spojitá v bode a.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$ vzhľadom na množinu $A \subset D(f)$, ak:

- je spojité zúženie $f|_A$ v bode a.

- Pre všetky postupnosti $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset A$ také, že $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$, platí $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a)$.

Heavisideova jednotková funkcia $\eta(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in \langle 0; \infty), \\ 0 & \text{pre } x \in (-\infty; 0). \end{cases}$



Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť vzhľadom na množinu

Funkcia f je spojitá v bode $a \in A$, pričom $A \subset D(f)$.

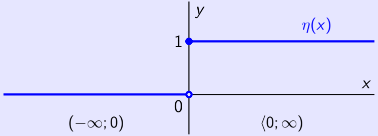
$\Rightarrow$ • Reštrikcia $g = f|_A$ je spojitá v bode a.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$ vzhľadom na množinu $A \subset D(f)$, ak:

- je spojité zúženie $f|_A$ v bode a.
- Pre všetky postupnosti $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset A$ také, že $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$, platí $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a)$.

Heavisideova jednotková funkcia $\eta(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in \langle 0; \infty), \\ 0 & \text{pre } x \in (-\infty; 0). \end{cases}$

[Heavisideova jednotková funkcia má veľký význam a často sa používa najmä v elektrotechnike.]



Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť vzhľadom na množinu

Funkcia f je spojitá v bode $a \in A$, pričom $A \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Reštrikcia $g = f|_A$ je spojitá v bode a.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$ vzhľadom na množinu $A \subset D(f)$, ak:

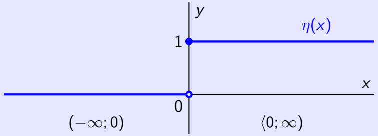
- je spojité zúženie $f|_A$ v bode a.

- Pre všetky postupnosti $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset A$ také, že $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$, platí $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a)$.

Heavisideova jednotková funkcia $\eta(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in \langle 0; \infty), \\ 0 & \text{pre } x \in (-\infty; 0). \end{cases}$

[Heavisideova jednotková funkcia má veľký význam a často sa používa najmä v elektrotechnike.]

- Funkcia η je spojitá v každom bode $a \in D(\eta)$, $a \neq 0$.



Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť vzhľadom na množinu

Funkcia f je spojitá v bode $a \in A$, pričom $A \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Reštrikcia $g = f|_A$ je spojitá v bode a.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$ vzhľadom na množinu $A \subset D(f)$, ak:

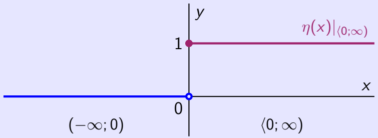
- je spojité zúženie $f|_A$ v bode a.

- Pre všetky postupnosti $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset A$ také, že $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$, platí $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a)$.

Heavisideova jednotková funkcia $\eta(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in \langle 0; \infty), \\ 0 & \text{pre } x \in (-\infty; 0). \end{cases}$

[Heavisideova jednotková funkcia má veľký význam a často sa používa najmä v elektrotechnike.]

- Funkcia η je spojitá v každom bode $a \in D(\eta)$, $a \neq 0$.
- Funkcia η je v bode $a = 0$ spojitá vzhľadom na množinu $\langle 0; \infty)$.



Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť vzhľadom na množinu

Funkcia f je spojitá v bode $a \in A$, pričom $A \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Reštrikcia $g = f|_A$ je spojitá v bode a.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$ vzhľadom na množinu $A \subset D(f)$, ak:

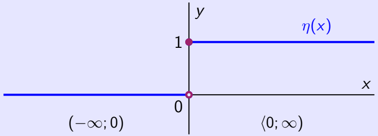
- je spojité zúženie $f|_A$ v bode a.

- Pre všetky postupnosti $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset A$ také, že $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$, platí $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a)$.

Heavisideova jednotková funkcia $\eta(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in \langle 0; \infty), \\ 0 & \text{pre } x \in (-\infty; 0). \end{cases}$

[Heavisideova jednotková funkcia má veľký význam a často sa používa najmä v elektrotechnike.]

- Funkcia η je spojitá v každom bode $a \in D(\eta)$, $a \neq 0$.
- Funkcia η je v bode $a = 0$ spojitá vzhľadom na množinu $\langle 0; \infty)$.
- Funkcia η je v bode $a = 0$ nespojitá.



Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť vzhľadom na množinu

Funkcia f je spojitá v bode $a \in A$, pričom $A \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Reštrikcia $g = f|_A$ je spojitá v bode a.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$ vzhľadom na množinu $A \subset D(f)$, ak:

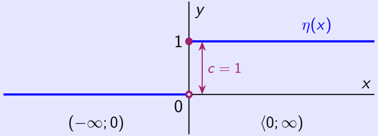
- je spojité zúženie $f|_A$ v bode a.

- Pre všetky postupnosti $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset A$ také, že $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$, platí $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a)$.

Heavisideova jednotková funkcia $\eta(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in \langle 0; \infty), \\ 0 & \text{pre } x \in (-\infty; 0). \end{cases}$

[Heavisideova jednotková funkcia má veľký význam a často sa používa najmä v elektrotechnike.]

- Funkcia η je spojitá v každom bode $a \in D(\eta)$, $a \neq 0$.
- Funkcia η je v bode $a = 0$ spojitá vzhľadom na množinu $\langle 0; \infty)$.
- Funkcia η je v bode $a = 0$ nespojitá.



[Neodstrániteľná nespojitosť 1. druhu, skok $c = 1$.]

Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť vzhľadom na množinu

Funkcia f je spojitá v bode $a \in A$, pričom $A \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Reštrikcia $g = f|_A$ je spojitá v bode a.

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$ vzhľadom na množinu $A \subset D(f)$, ak:

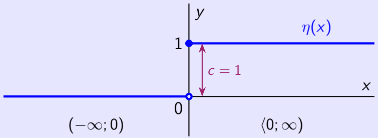
- je spojité zúženie $f|_A$ v bode a.

- Pre všetky postupnosti $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \subset A$ také, že $\{x_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow a$, platí $\{f(x_n)\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow f(a)$.

Heavisideova jednotková funkcia $\eta(x) = \begin{cases} 1 & \text{pre } x \in \langle 0; \infty), \\ 0 & \text{pre } x \in (-\infty; 0). \end{cases}$

[Heavisideova jednotková funkcia má veľký význam a často sa používa najmä v elektrotechnike.]

- Funkcia η je spojitá v každom bode $a \in D(\eta)$, $a \neq 0$.
- Funkcia η je v bode $a = 0$ spojitá vzhľadom na množinu $\langle 0; \infty)$.
- Funkcia η je v bode $a = 0$ nespojitá.



[Neodstrániteľná nespojitosť 1. druhu, skok $c = 1$.]

Vlastnosti spojitých funkcií – Jednostranná spojitosť

Pre množinu $A \subset R$ a bod $a \in R$ označme:

Pre funkciu f a bod $a \in R$ označme:

Vlastnosti spojitých funkcií – Jednostranná spojitosť

Pre množinu $A \subset R$ a bod $a \in R$ označme: • $A_a^{\ominus} = A \cap (-\infty; a\rangle = \{x \in A;\ x \le a\}$,

---

Pre funkciu f a bod $a \in R$ označme: • $f^{\ominus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap(-\infty;a\rangle} = f(x)|_{D(f)_a^{\ominus}}$ (zúženie naľavo).

Vlastnosti spojitých funkcií – Jednostranná spojitosť

Pre množinu $A \subset R$ a bod $a \in R$ označme:

- $A_a^{\ominus} = A \cap (-\infty; a\rangle = \{x \in A;\ x \leq a\}$,
- $A_a^{\oplus} = A \cap \langle a; \infty) = \{x \in A;\ x \geq a\}$.

Pre funkciu f a bod $a \in R$ označme:

- $f^{\ominus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap(-\infty;a\rangle} = f(x)|_{D(f)_a^{\ominus}}$ (zúženie naľavo).
- $f^{\oplus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap\langle a;\infty)} = f(x)|_{D(f)_a^{\oplus}}$ (zúženie napravo).

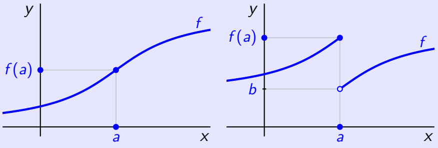
Vlastnosti spojitých funkcií – Jednostranná spojitosť

Pre množinu $A \subset R$ a bod $a \in R$ označme:
- $A_a^{\ominus} = A \cap (-\infty; a\rangle = \{x \in A;\ x \leq a\}$,
- $A_a^{\oplus} = A \cap \langle a; \infty) = \{x \in A;\ x \geq a\}$.

Pre funkciu f a bod $a \in R$ označme:
- $f^{\ominus}(x) = f(x)|_{D(f) \cap (-\infty; a\rangle} = f(x)|_{D(f)_a^{\ominus}}$ (zúženie naľavo).
- $f^{\oplus}(x) = f(x)|_{D(f) \cap \langle a; \infty)} = f(x)|_{D(f)_a^{\oplus}}$ (zúženie napravo).

Funkcia f je spojitá zľava v bode $a \in D(f)$,

Funkcia f je spojitá sprava v bode $a \in D(f)$,



Vlastnosti spojitých funkcií – Jednostranná spojitosť

Pre množinu $A \subset R$ a bod $a \in R$ označme:

- $A_a^{\ominus} = A \cap (-\infty; a\rangle = \{x \in A;\ x \leq a\}$,
- $A_a^{\oplus} = A \cap \langle a; \infty) = \{x \in A;\ x \geq a\}$.

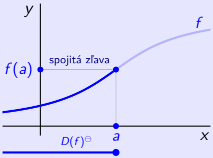
Pre funkciu f a bod $a \in R$ označme:

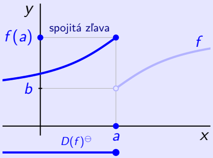
- $f^{\ominus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap(-\infty;a\rangle} = f(x)|_{D(f)_a^{\ominus}}$ (zúženie naľavo).
- $f^{\oplus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap\langle a;\infty)} = f(x)|_{D(f)_a^{\oplus}}$ (zúženie napravo).

Funkcia f je spojitá zľava v bode $a \in D(f)$, ak:

- je f spojitá vzhľadom na množinu $D(f)_a^{\ominus}$ v bode a,

Funkcia f je spojitá sprava v bode $a \in D(f)$,





Vlastnosti spojitých funkcií – Jednostranná spojitosť

Pre množinu $A \subset R$ a bod $a \in R$ označme:

- $A_a^{\ominus} = A \cap (-\infty; a\rangle = \{x \in A;\ x \leq a\}$,
- $A_a^{\oplus} = A \cap \langle a; \infty) = \{x \in A;\ x \geq a\}$.

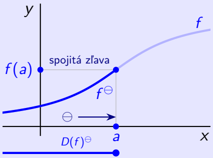
Pre funkciu f a bod $a \in R$ označme:

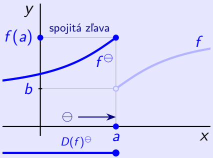
- $f^{\ominus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap(-\infty;a\rangle} = f(x)|_{D(f)_a^{\ominus}}$ (zúženie naľavo).
- $f^{\oplus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap\langle a;\infty)} = f(x)|_{D(f)_a^{\oplus}}$ (zúženie napravo).

Funkcia f je spojitá zľava v bode $a \in D(f)$, ak:

- je f spojitá vzhľadom na množinu $D(f)_a^{\ominus}$ v bode a, t. j.
- v bode a je spojitá funkcia $f^{\ominus}(x)$.

Funkcia f je spojitá sprava v bode $a \in D(f)$,





Vlastnosti spojitých funkcií – Jednostranná spojitosť

Pre množinu $A \subset R$ a bod $a \in R$ označme:

- $A_a^{\ominus} = A \cap (-\infty; a\rangle = \{x \in A;\ x \leq a\}$,
- $A_a^{\oplus} = A \cap \langle a; \infty) = \{x \in A;\ x \geq a\}$.

Pre funkciu f a bod $a \in R$ označme:

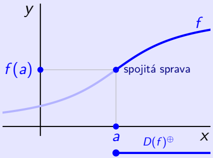
- $f^{\ominus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap(-\infty;a\rangle} = f(x)|_{D(f)_a^{\ominus}}$ (zúženie naľavo).
- $f^{\oplus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap\langle a;\infty)} = f(x)|_{D(f)_a^{\oplus}}$ (zúženie napravo).

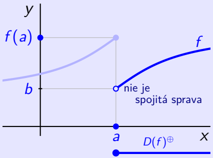
Funkcia f je spojitá zľava v bode $a \in D(f)$, ak:

- je f spojitá vzhľadom na množinu $D(f)_a^{\ominus}$ v bode a, t. j.
- v bode a je spojitá funkcia $f^{\ominus}(x)$.

Funkcia f je spojitá sprava v bode $a \in D(f)$, ak:

- je f spojitá vzhľadom na množinu $D(f)_a^{\oplus}$ v bode a,





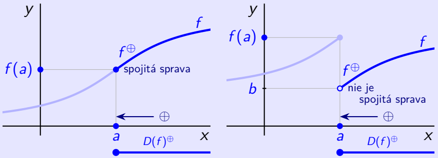
Vlastnosti spojitých funkcií – Jednostranná spojitosť

Pre množinu $A \subset R$ a bod $a \in R$ označme:
- $A_a^{\ominus} = A \cap (-\infty; a\rangle = \{x \in A;\ x \leq a\}$,
- $A_a^{\oplus} = A \cap \langle a; \infty) = \{x \in A;\ x \geq a\}$.

Pre funkciu f a bod $a \in R$ označme:
- $f^{\ominus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap(-\infty;a\rangle} = f(x)|_{D(f)_a^{\ominus}}$ (zúženie naľavo).
- $f^{\oplus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap\langle a;\infty)} = f(x)|_{D(f)_a^{\oplus}}$ (zúženie napravo).

Funkcia f je **spojitá zľava** v bode $a \in D(f)$, ak:
- je f spojitá vzhľadom na množinu $D(f)_a^{\ominus}$ v bode a, t. j.
- v bode a je spojitá funkcia $f^{\ominus}(x)$.

Funkcia f je **spojitá sprava** v bode $a \in D(f)$, ak:
- je f spojitá vzhľadom na množinu $D(f)_a^{\oplus}$ v bode a, t. j.
- v bode a je spojitá funkcia $f^{\oplus}(x)$.



Vlastnosti spojitých funkcií – Jednostranná spojitosť

Pre množinu $A \subset R$ a bod $a \in R$ označme:

- $A_a^{\ominus} = A \cap (-\infty; a\rangle = \{x \in A;\, x \leq a\}$,
- $A_a^{\oplus} = A \cap \langle a; \infty) = \{x \in A;\, x \geq a\}$.

Pre funkciu f a bod $a \in R$ označme:

- $f^{\ominus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap(-\infty;a\rangle} = f(x)|_{D(f)_a^{\ominus}}$ (zúženie naľavo).
- $f^{\oplus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap\langle a;\infty)} = f(x)|_{D(f)_a^{\oplus}}$ (zúženie napravo).

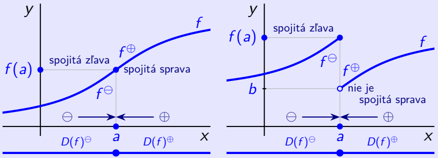
Funkcia f je spojitá zľava v bode $a \in D(f)$, ak:

- je f spojitá vzhľadom na množinu $D(f)_a^{\ominus}$ v bode a, t. j.
- v bode a je spojitá funkcia $f^{\ominus}(x)$.

Funkcia f je spojitá sprava v bode $a \in D(f)$, ak:

- je f spojitá vzhľadom na množinu $D(f)_a^{\oplus}$ v bode a, t. j.
- v bode a je spojitá funkcia $f^{\oplus}(x)$.

- f je v bode a



Vlastnosti spojitých funkcií – Jednostranná spojitosť

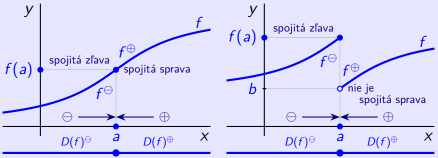
Pre množinu $A \subset R$ a bod $a \in R$ označme:
- $A_a^{\ominus} = A \cap (-\infty; a\rangle = \{x \in A;\ x \leq a\}$,
- $A_a^{\oplus} = A \cap \langle a; \infty) = \{x \in A;\ x \geq a\}$.

Pre funkciu f a bod $a \in R$ označme:
- $f^{\ominus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap(-\infty;a\rangle} = f(x)|_{D(f)_a^{\ominus}}$ (zúženie naľavo).
- $f^{\oplus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap\langle a;\infty)} = f(x)|_{D(f)_a^{\oplus}}$ (zúženie napravo).

Funkcia f je spojitá zľava v bode $a \in D(f)$, ak:
- je f spojitá vzhľadom na množinu $D(f)_a^{\ominus}$ v bode a, t. j. • v bode a je spojitá funkcia $f^{\ominus}(x)$.

Funkcia f je spojitá sprava v bode $a \in D(f)$, ak:
- je f spojitá vzhľadom na množinu $D(f)_a^{\oplus}$ v bode a, t. j. • v bode a je spojitá funkcia $f^{\oplus}(x)$.

- f je v bode a $\begin{cases} \text{spojitá zľava} \\ \text{spojitá sprava} \end{cases}$



Vlastnosti spojitých funkcií – Jednostranná spojitosť

Pre množinu $A \subset R$ a bod $a \in R$ označme:

- $A_a^{\ominus} = A \cap (-\infty; a\rangle = \{x \in A;\ x \leq a\}$,
- $A_a^{\oplus} = A \cap \langle a; \infty) = \{x \in A;\ x \geq a\}$.

Pre funkciu f a bod $a \in R$ označme:

- $f^{\ominus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap(-\infty;a\rangle} = f(x)|_{D(f)_a^{\ominus}}$ (zúženie naľavo).
- $f^{\oplus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap\langle a;\infty)} = f(x)|_{D(f)_a^{\oplus}}$ (zúženie napravo).

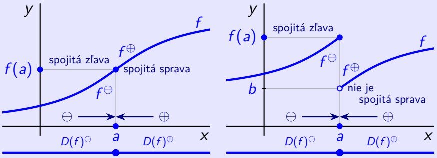
Funkcia f je spojitá zľava v bode $a \in D(f)$, ak:

- je f spojitá vzhľadom na množinu $D(f)_a^{\ominus}$ v bode a, t. j. • v bode a je spojitá funkcia $f^{\ominus}(x)$.

Funkcia f je spojitá sprava v bode $a \in D(f)$, ak:

- je f spojitá vzhľadom na množinu $D(f)_a^{\oplus}$ v bode a, t. j. • v bode a je spojitá funkcia $f^{\oplus}(x)$.

- f je v bode a $\left\{ \begin{array}{l} \text{spojitá zľava} \\ \text{spojitá sprava} \end{array} \right.$ spojitá



Vlastnosti spojitých funkcií – Jednostranná spojitosť

Pre množinu $A \subset R$ a bod $a \in R$ označme:

- $A_a^{\ominus} = A \cap (-\infty; a\rangle = \{x \in A;\ x \leq a\}$,
- $A_a^{\oplus} = A \cap \langle a; \infty) = \{x \in A;\ x \geq a\}$.

Pre funkciu f a bod $a \in R$ označme:

- $f^{\ominus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap(-\infty;a\rangle} = f(x)|_{D(f)_a^{\ominus}}$ (zúženie naľavo).
- $f^{\oplus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap\langle a;\infty)} = f(x)|_{D(f)_a^{\oplus}}$ (zúženie napravo).

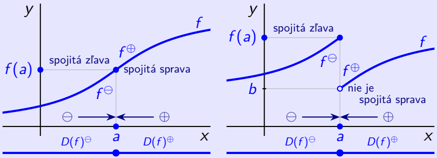
Funkcia f je spojitá zľava v bode $a \in D(f)$, ak:

- je f spojitá vzhľadom na množinu $D(f)_a^{\ominus}$ v bode a, t. j. • v bode a je spojitá funkcia $f^{\ominus}(x)$.

Funkcia f je spojitá sprava v bode $a \in D(f)$, ak:

- je f spojitá vzhľadom na množinu $D(f)_a^{\oplus}$ v bode a, t. j. • v bode a je spojitá funkcia $f^{\oplus}(x)$.

- f je v bode a $\left\{ \begin{array}{l} \left.\begin{array}{l}\text{spojitá zľava}\\ \text{spojitá sprava}\end{array}\right\} \bullet \text{ Jednostranná spojitosť.} \\ \hline \text{spojitá} \end{array} \right.$



Vlastnosti spojitých funkcií – Jednostranná spojitosť

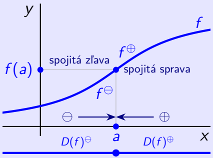
Pre množinu $A \subset R$ a bod $a \in R$ označme:
- $A_a^{\ominus} = A \cap (-\infty; a\rangle = \{x \in A;\ x \le a\}$,
- $A_a^{\oplus} = A \cap \langle a; \infty) = \{x \in A;\ x \ge a\}$.

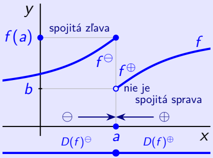
Pre funkciu f a bod $a \in R$ označme:
- $f^{\ominus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap(-\infty;a\rangle} = f(x)|_{D(f)_a^{\ominus}}$ (zúženie naľavo).
- $f^{\oplus}(x) = f(x)|_{D(f)\cap\langle a;\infty)} = f(x)|_{D(f)_a^{\oplus}}$ (zúženie napravo).

Funkcia f je spojitá zľava v bode $a \in D(f)$, ak:
- je f spojitá vzhľadom na množinu $D(f)_a^{\ominus}$ v bode a, t. j.
- v bode a je spojitá funkcia $f^{\ominus}(x)$.

Funkcia f je spojitá sprava v bode $a \in D(f)$, ak:
- je f spojitá vzhľadom na množinu $D(f)_a^{\oplus}$ v bode a, t. j.
- v bode a je spojitá funkcia $f^{\oplus}(x)$.

- f je v bode a:
  - spojitá zľava, spojitá sprava — Jednostranná spojitosť.
  - spojitá — Obojstranná spojitosť.





Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť na množine

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$. [Obojstranná spojitosť.]

Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť na množine

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$. [Obojstranná spojitosť.]

$\Leftrightarrow$ • Funkcia f je spojitá zľava a súčasne spojitá sprava v bode a.

Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť na množine

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$. [Obojstranná spojitosť.]

$\Leftrightarrow$ • Funkcia f je spojitá zľava a súčasne spojitá sprava v bode a.

Funkcia f je spojitá na množine $A \subset D(f)$,

Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť na množine

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$. [Obojstranná spojitosť.]

$\Leftrightarrow$ • Funkcia f je spojitá zľava a súčasne spojitá sprava v bode a.

Funkcia f je spojitá na množine $A \subset D(f)$,

ak je spojitá v každom bode $a \in A$.

Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť na množine

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$. [Obojstranná spojitosť.]

$\Leftrightarrow$ • Funkcia f je spojitá zľava a súčasne spojitá sprava v bode a.

Funkcia f je spojitá na množine $A \subset D(f)$,

ak je spojitá v každom bode $a \in A$.

- Funkcia f je spojitá,

Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť na množine

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$. [Obojstranná spojitosť.]

$\Leftrightarrow$ • Funkcia f je spojitá zľava a súčasne spojitá sprava v bode a.

Funkcia f je spojitá na množine $A \subset D(f)$,

ak je spojitá v každom bode $a \in A$.

- Funkcia f je spojitá, ak je spojitá na celom svojom $D(f)$. [f je spojitá v každom bode $a \in D(f)$.]

Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť na množine

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$. [Obojstranná spojitosť.]

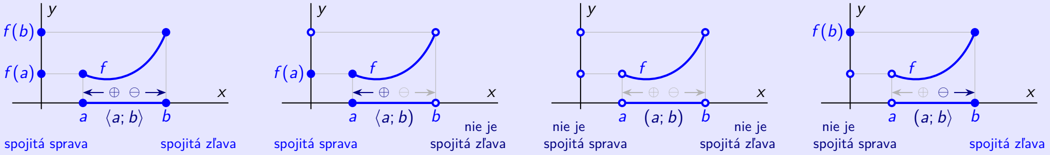
$\Leftrightarrow$ • Funkcia f je spojitá zľava a súčasne spojitá sprava v bode a.

Funkcia f je spojitá na množine $A \subset D(f)$,

ak je spojitá v každom bode $a \in A$.

• Funkcia f je spojitá, ak je spojitá na celom svojom $D(f)$. [f je spojitá v každom bode $a \in D(f)$.]

• V krajných bodoch (polo)uzavretých intervalov myslíme jednostrannú spojitosť (zľava alebo sprava).



Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť na množine

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$. [Obojstranná spojitosť.]

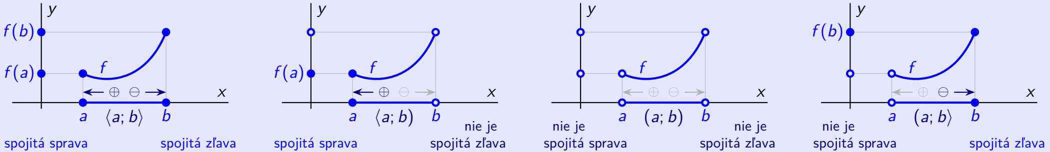
$\Leftrightarrow$ • Funkcia f je spojitá zľava a súčasne spojitá sprava v bode a.

Funkcia f je spojitá na množine $A \subset D(f)$,

ak je spojitá v každom bode $a \in A$.

• Funkcia f je spojitá, ak je spojitá na celom svojom $D(f)$. [f je spojitá v každom bode $a \in D(f)$.]

• V krajných bodoch (polo)uzavretých intervalov myslíme jednostrannú spojitosť (zľava alebo sprava).



Funkcia f je spojitá na množine $A \subset D(f)$, množina $B \subset A$.

Vlastnosti spojitých funkcií – Spojitosť na množine

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$. [Obojstranná spojitosť.]

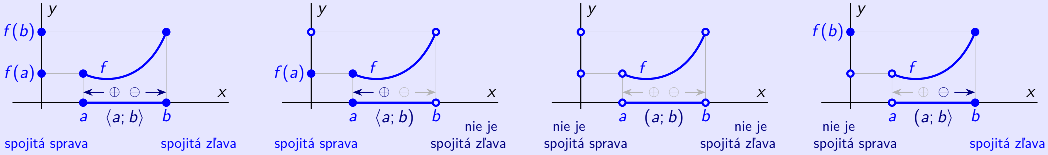
$\Leftrightarrow$ • Funkcia f je spojitá zľava a súčasne spojitá sprava v bode a.

Funkcia f je spojitá na množine $A \subset D(f)$,

ak je spojitá v každom bode $a \in A$.

• Funkcia f je spojitá, ak je spojitá na celom svojom $D(f)$. [f je spojitá v každom bode $a \in D(f)$.]

• V krajných bodoch (polo)uzavretých intervalov myslíme jednostrannú spojitosť (zľava alebo sprava).



Funkcia f je spojitá na množine $A \subset D(f)$, množina $B \subset A$.

$\Rightarrow$ • Funkcia f je spojitá na množine B.

Vlastnosti spojitých funkcií – Po častiach spojitá funkcia

Funkcia f je po častiach spojitá na (uzavretom) intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$, kde $a,b \in R$, $a < b$,

Vlastnosti spojitých funkcií – Po častiach spojitá funkcia

Funkcia f je po častiach spojitá na (uzavretom) intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$,

ak má funkcia f na intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$ konečný počet bodov nespojitosti

Vlastnosti spojitých funkcií – Po častiach spojitá funkcia

Funkcia f je po častiach spojitá na (uzavretom) intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$,

ak má funkcia f na intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$ konečný počet bodov nespojitosti a žiadny nie je neodstrániteľný II. druhu.

Vlastnosti spojitých funkcií – Po častiach spojitá funkcia

Funkcia f je po častiach spojitá na (uzavretom) intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$,

ak má funkcia f na intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$ konečný počet bodov nespojitosti

a žiadny nie je neodstrániteľný II. druhu.

[Všetky body nespojitosti (konečný počet) sú odstrániteľné alebo neodstrániteľné I. druhu (skok).]

Vlastnosti spojitých funkcií – Po častiach spojitá funkcia

Funkcia f je **po častiach spojitá** na (uzavretom) intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$, kde $a,b \in R$, $a < b$,

ak má funkcia f na intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$ konečný počet bodov nespojitosti

a žiadny nie je neodstrániteľný II. druhu.

[Všetky body nespojitosti (konečný počet) sú odstrániteľné alebo neodstrániteľné I. druhu (skok).]

- Spojitosť po častiach môžeme rozšíriť na ľubovoľný interval $I \subset D(f)$.

Vlastnosti spojitých funkcií – Po častiach spojitá funkcia

Funkcia f je po častiach spojitá na (uzavretom) intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$,

ak má funkcia f na intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$ konečný počet bodov nespojitosti
a žiadny nie je neodstrániteľný II. druhu.

[Všetky body nespojitosti (konečný počet) sú odstrániteľné alebo neodstrániteľné I. druhu (skok).]

- Spojitosť po častiach môžeme rozšíriť na ľubovoľný interval $I \subset D(f)$.

Funkcia f je po častiach spojitá na intervale $I \subset D(f)$,

Vlastnosti spojitých funkcií – Po častiach spojitá funkcia

Funkcia f je po častiach spojitá na (uzavretom) intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$,

ak má funkcia f na intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$ konečný počet bodov nespojitosti
a žiadny nie je neodstrániteľný II. druhu.

[Všetky body nespojitosti (konečný počet) sú odstrániteľné alebo neodstrániteľné I. druhu (skok).]

- Spojitosť po častiach môžeme rozšíriť na ľubovoľný interval $I \subset D(f)$.

Funkcia f je po častiach spojitá na intervale $I \subset D(f)$,

ak je funkcia f po častiach spojitá na každom uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \subset I$, kde $a, b \in R$, $a < b$.

Vlastnosti spojitých funkcií – Po častiach spojitá funkcia

Funkcia f je po častiach spojitá na (uzavretom) intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$,

ak má funkcia f na intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$ konečný počet bodov nespojitosti
a žiadny nie je neodstrániteľný II. druhu.

[Všetky body nespojitosti (konečný počet) sú odstrániteľné alebo neodstrániteľné I. druhu (skok).]

- Spojitosť po častiach môžeme rozšíriť na ľubovoľný interval $I \subset D(f)$.

Funkcia f je po častiach spojitá na intervale $I \subset D(f)$,

ak je funkcia f po častiach spojitá na každom uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \subset I$, kde $a, b \in R$, $a < b$.

[Interval I môže byť aj neohraničený, napr. $R = (-\infty; \infty)$, $(0; \infty)$, $(-\infty; 0\rangle$, ap.]

Vlastnosti spojitých funkcií – Po častiach spojitá funkcia

Funkcia f je po častiach spojitá na (uzavretom) intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$, kde $a,b \in R$, $a < b$,

ak má funkcia f na intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$ konečný počet bodov nespojitosti a žiadny nie je neodstrániteľný II. druhu.

[Všetky body nespojitosti (konečný počet) sú odstrániteľné alebo neodstrániteľné I. druhu (skok).]

- Spojitosť po častiach môžeme rozšíriť na ľubovoľný interval $I \subset D(f)$.

Funkcia f je po častiach spojitá na intervale $I \subset D(f)$,

ak je funkcia f po častiach spojitá na každom uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \subset I$, kde $a,b \in R$, $a < b$.

[Interval I môže byť aj neohraničený, napr. $R = (-\infty; \infty)$, $(0; \infty)$, $(-\infty; 0\rangle$, ap.]

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$.

Vlastnosti spojitých funkcií – Po častiach spojitá funkcia

Funkcia f je po častiach spojitá na (uzavretom) intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$, kde $a,b \in R$, $a < b$,

ak má funkcia f na intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$ konečný počet bodov nespojitosti a žiadny nie je neodstrániteľný II. druhu.

[Všetky body nespojitosti (konečný počet) sú odstrániteľné alebo neodstrániteľné I. druhu (skok).]

- Spojitosť po častiach môžeme rozšíriť na ľubovoľný interval $I \subset D(f)$.

Funkcia f je po častiach spojitá na intervale $I \subset D(f)$,

ak je funkcia f po častiach spojitá na každom uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \subset I$, kde $a,b \in R$, $a < b$.

[Interval I môže byť aj neohraničený, napr. $R = (-\infty; \infty)$, $(0; \infty)$, $(-\infty; 0\rangle$, ap.]

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Funkcia f je po častiach spojitá na intervale I.

Vlastnosti spojitých funkcií – Po častiach spojitá funkcia

Funkcia f je po častiach spojitá na (uzavretom) intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$,

ak má funkcia f na intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$ konečný počet bodov nespojitosti

a žiadny nie je neodstrániteľný II. druhu.

[Všetky body nespojitosti (konečný počet) sú odstrániteľné alebo neodstrániteľné I. druhu (skok).]

- Spojitosť po častiach môžeme rozšíriť na ľubovoľný interval $I \subset D(f)$.

Funkcia f je po častiach spojitá na intervale $I \subset D(f)$,

ak je funkcia f po častiach spojitá na každom uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \subset I$, kde $a, b \in R$, $a < b$.

[Interval I môže byť aj neohraničený, napr. $R = (-\infty; \infty)$, $(0; \infty)$, $(-\infty; 0\rangle$, ap.]

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Funkcia f je po častiach spojitá na intervale I. [f nemá body nespojitosti, t. j. má konečný počet bodov nespojitosti.]

Vlastnosti spojitých funkcií – Po častiach spojitá funkcia

Funkcia f je po častiach spojitá na (uzavretom) intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$,

ak má funkcia f na intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$ konečný počet bodov nespojitosti a žiadny nie je neodstrániteľný II. druhu.

[Všetky body nespojitosti (konečný počet) sú odstrániteľné alebo neodstrániteľné I. druhu (skok).]

- Spojitosť po častiach môžeme rozšíriť na ľubovoľný interval $I \subset D(f)$.

Funkcia f je po častiach spojitá na intervale $I \subset D(f)$,

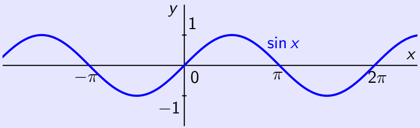
ak je funkcia f po častiach spojitá na každom uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \subset I$, kde $a, b \in R$, $a < b$.

[Interval I môže byť aj neohraničený, napr. $R = (-\infty; \infty)$, $(0; \infty)$, $(-\infty; 0\rangle$, ap.]

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Funkcia f je po častiach spojitá na intervale I. [f nemá body nespojitosti, t. j. má konečný počet bodov nespojitosti.]

- $f\colon y = \sin x$ je spojitá na R.



Vlastnosti spojitých funkcií – Po častiach spojitá funkcia

Funkcia f je po častiach spojitá na (uzavretom) intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$,

ak má funkcia f na intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$ konečný počet bodov nespojitosti
a žiadny nie je neodstrániteľný II. druhu.

[Všetky body nespojitosti (konečný počet) sú odstrániteľné alebo neodstrániteľné I. druhu (skok).]

- Spojitosť po častiach môžeme rozšíriť na ľubovoľný interval $I \subset D(f)$.

Funkcia f je po častiach spojitá na intervale $I \subset D(f)$,

ak je funkcia f po častiach spojitá na každom uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \subset I$, kde $a, b \in R$, $a < b$.

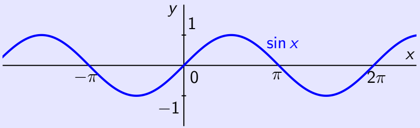
[Interval I môže byť aj neohraničený, napr. $R = (-\infty; \infty)$, $(0; \infty)$, $(-\infty; 0\rangle$, ap.]

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Funkcia f je po častiach spojitá na intervale I. [f nemá body nespojitosti, t. j. má konečný počet bodov nespojitosti.]

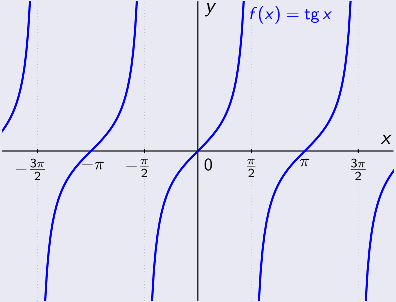
- $f\colon y = \sin x$ je spojitá na R.

  $\Rightarrow$ • f je po častiach spojitá na R.

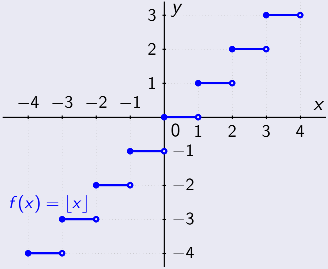


Vlastnosti spojitých funkcií – Príklady

Funkcia $f\colon y = \operatorname{tg} x$. [Funkcia tangens.]



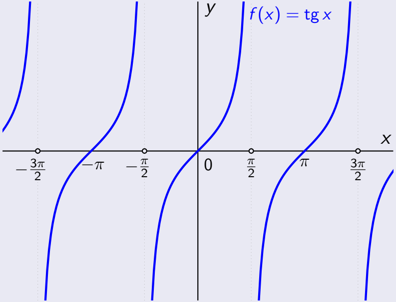
Funkcia $f\colon y = \lfloor x \rfloor$. [Funkcia celá časť.]



Vlastnosti spojitých funkcií – Príklady

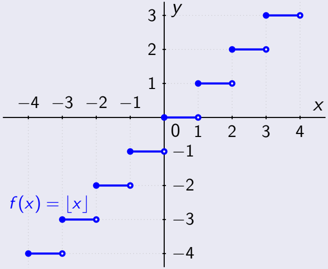
Funkcia $f\colon y = \operatorname{tg} x$. [Funkcia tangens.]

- $D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}$.



Funkcia $f\colon y = \lfloor x \rfloor$. [Funkcia celá časť.]

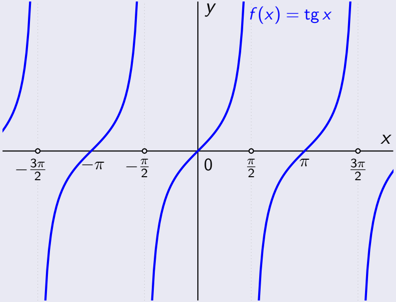
- $D(f) = R = (-\infty; \infty)$.



Vlastnosti spojitých funkcií – Príklady

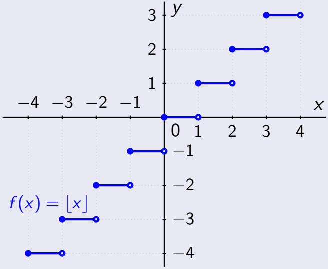
Funkcia $f\colon y = \operatorname{tg} x$. [Funkcia tangens.]

- $D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}$.
- f je spojitá na celom svojom $D(f)$.



Funkcia $f\colon y = \lfloor x \rfloor$. [Funkcia celá časť.]

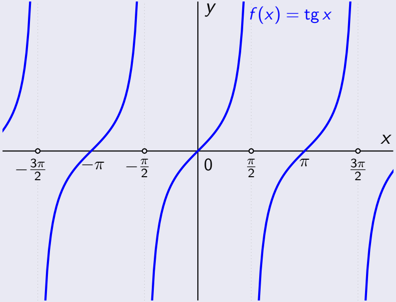
- $D(f) = R = (-\infty; \infty)$.
- f nie je spojitá na svojom $D(f)$.



Vlastnosti spojitých funkcií – Príklady

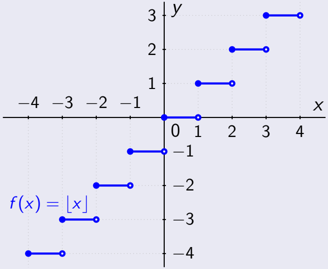
Funkcia $f\colon y = \operatorname{tg} x$. [Funkcia tangens.]

- $D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}$. [Nie je interval.]
- f je spojitá na celom svojom $D(f)$.
- f nie je po častiach spojitá na R.



Funkcia $f\colon y = \lfloor x \rfloor$. [Funkcia celá časť.]

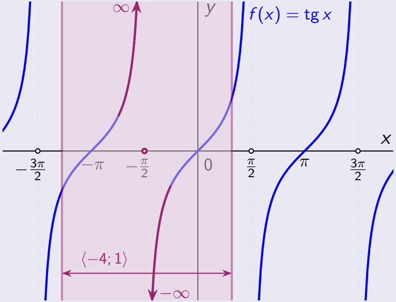
- $D(f) = R = (-\infty; \infty)$. [Je interval.]
- f nie je spojitá na svojom $D(f)$.
- f je po častiach spojitá na $D(f) = R$.



Vlastnosti spojitých funkcií – Príklady

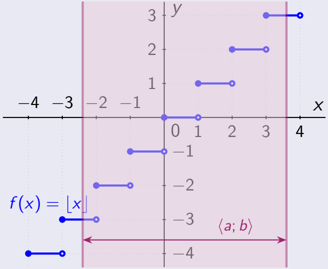
Funkcia $f\colon y = \operatorname{tg} x$. [Funkcia tangens.]

- $D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}$. [Nie je interval.]
- f je spojitá na celom svojom $D(f)$.
- f nie je po častiach spojitá na R.



Funkcia $f\colon y = \lfloor x \rfloor$. [Funkcia celá časť.]

- $D(f) = R = (-\infty; \infty)$. [Je interval.]
- f nie je spojitá na svojom $D(f)$.
- f je po častiach spojitá na $D(f) = R$.
  - f je po častiach spojitá na každom $\langle a; b\rangle$, kde $a, b \in R$, $a < b$.

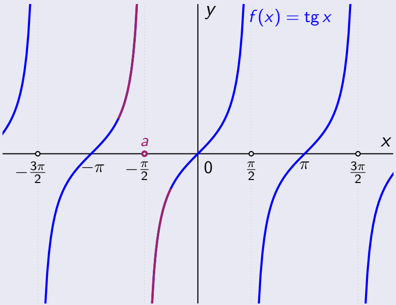


Vlastnosti spojitých funkcií – Príklady

Funkcia $f\colon y = \operatorname{tg} x$. [Funkcia tangens.]

- $D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}$. [Nie je interval.]
- f je spojitá na celom svojom $D(f)$.
- f nie je po častiach spojitá na R.

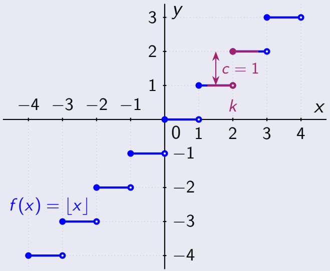
- $a = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in Z$ sú body neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu.



Funkcia $f\colon y = \lfloor x \rfloor$. [Funkcia celá časť.]

- $D(f) = R = (-\infty; \infty)$. [Je interval.]
- f nie je spojitá na svojom $D(f)$.
- f je po častiach spojitá na $D(f) = R$.

- f je po častiach spojitá na každom $\langle a; b\rangle$, kde $a, b \in R$, $a < b$.
- $k \in Z$ sú body neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu (skok $c = 1$).

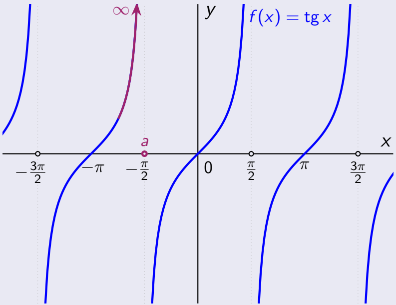


Vlastnosti spojitých funkcií – Príklady

Funkcia $f\colon y = \operatorname{tg} x$. [Funkcia tangens.]

- $D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}$. [Nie je interval.]
- f je spojitá na celom svojom $D(f)$.
- f nie je po častiach spojitá na R.

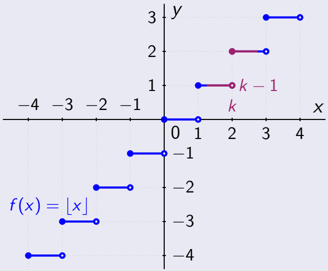
- $a = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in Z$ sú body neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu.
- $\lim\limits_{x \to a^-} \operatorname{tg} x = \infty$.



Funkcia $f\colon y = \lfloor x \rfloor$. [Funkcia celá časť.]

- $D(f) = R = (-\infty; \infty)$. [Je interval.]
- f nie je spojitá na svojom $D(f)$.
- f je po častiach spojitá na $D(f) = R$.

- f je po častiach spojitá na každom $\langle a; b \rangle$, kde $a, b \in R$, $a < b$.
- $k \in Z$ sú body neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu (skok $c = 1$).
- $\lim\limits_{x \to k^-} \operatorname{tg} x = k - 1$.

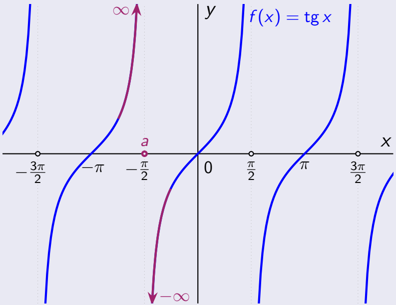


Vlastnosti spojitých funkcií – Príklady

Funkcia $f\colon y = \operatorname{tg} x$. [Funkcia tangens.]

- $D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}$. [Nie je interval.]
- f je spojitá na celom svojom $D(f)$.
- f nie je po častiach spojitá na R.

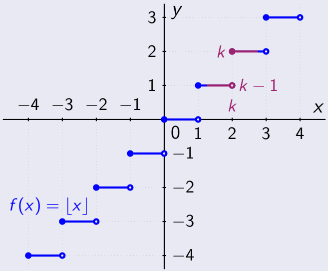
- $a = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in Z$ sú body neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu.
- $\lim\limits_{x\to a^-} \operatorname{tg} x = \infty$.
- $\lim\limits_{x\to a^+} \operatorname{tg} x = -\infty$.



Funkcia $f\colon y = \lfloor x \rfloor$. [Funkcia celá časť.]

- $D(f) = R = (-\infty; \infty)$. [Je interval.]
- f nie je spojitá na svojom $D(f)$.
- f je po častiach spojitá na $D(f) = R$.

- f je po častiach spojitá na každom $\langle a; b\rangle$, kde $a, b \in R$, $a < b$.
- $k \in Z$ sú body neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu (skok $c = 1$).
- $\lim\limits_{x\to k^-} \operatorname{tg} x = k - 1$.
- $\lim\limits_{x\to k^+} \operatorname{tg} x = k$.

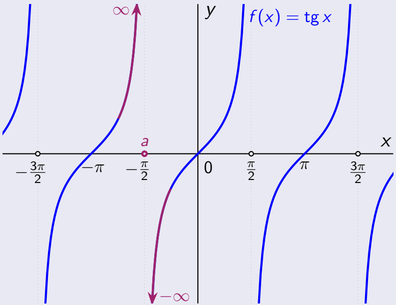


Vlastnosti spojitých funkcií – Príklady

Funkcia $f\colon y = \operatorname{tg} x$. [Funkcia tangens.]

- $D(f) = R - \{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z\}$. [Nie je interval.]
- f je spojitá na celom svojom $D(f)$.
- f nie je po častiach spojitá na R.

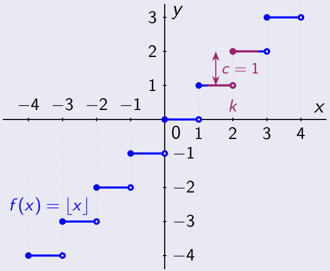
- $a = \frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in Z$ sú body neodstrániteľnej nespojitosti II. druhu.
- $\lim\limits_{x\to a^-} \operatorname{tg} x = \infty$.
- $\lim\limits_{x\to a^+} \operatorname{tg} x = -\infty$.



Funkcia $f\colon y = \lfloor x \rfloor$. [Funkcia celá časť.]

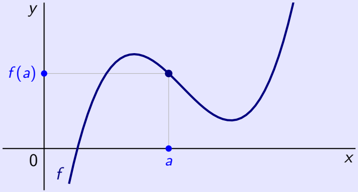
- $D(f) = R = (-\infty; \infty)$. [Je interval.]
- f nie je spojitá na svojom $D(f)$.
- f je po častiach spojitá na $D(f) = R$.

- f je po častiach spojitá na každom $\langle a; b\rangle$, kde $a, b \in R$, $a < b$.
- $k \in Z$ sú body neodstrániteľnej nespojitosti I. druhu (skok $c = 1$).
- $\lim\limits_{x\to k^-} \operatorname{tg} x = k - 1$.
- $\lim\limits_{x\to k^+} \operatorname{tg} x = k$.



Vlastnosti spojitých funkcií – Lokálna ohraničenosť

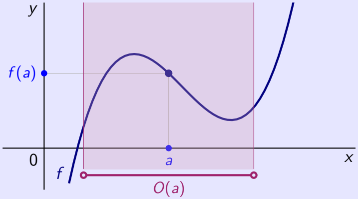
Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.



Vlastnosti spojitých funkcií – Lokálna ohraničenosť

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

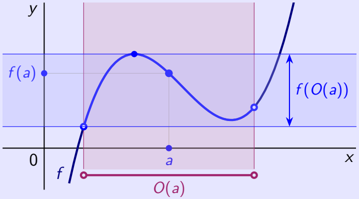
$\Rightarrow$ • Existuje okolie $O(a)$,



Vlastnosti spojitých funkcií – Lokálna ohraničenosť

Funkcia f je **spojitá** v bode $a \in D(f)$.

$\Longrightarrow$ • Existuje okolie $O(a)$, v ktorom je funkcia f ohraničená. [f je lokálne ohraničená v nejakom okolí $O(a)$.]

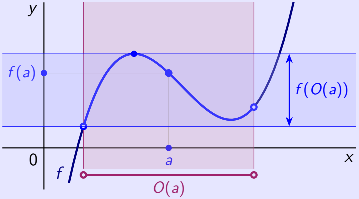


Vlastnosti spojitých funkcií – Lokálna ohraničenosť

Funkcia f je **spojitá** v bode $a \in D(f)$.

$\Longrightarrow$ • Existuje okolie $O(a)$, v ktorom je funkcia f ohraničená. [f je lokálne ohraničená v nejakom okolí $O(a)$.]

• Funkcia f je **spojitá** na množine $A \subset D(f)$.

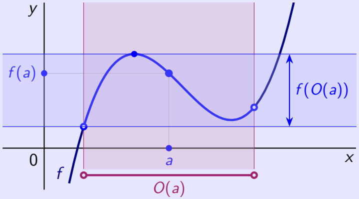


Vlastnosti spojitých funkcií – Lokálna ohraničenosť

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

$\Rightarrow$ • Existuje okolie $O(a)$, v ktorom je funkcia f ohraničená. [f je lokálne ohraničená v nejakom okolí $O(a)$.]

• Funkcia f je spojitá na množine $A \subset D(f)$. $\Rightarrow$ • f nemusí byť ohraničená na množine A.

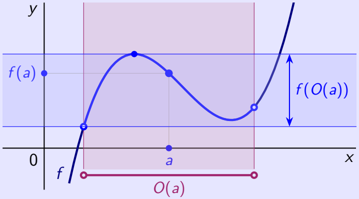


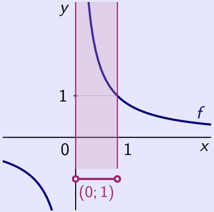
Vlastnosti spojitých funkcií – Lokálna ohraničenosť

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

$\Rightarrow$ • Existuje okolie $O(a)$, v ktorom je funkcia f ohraničená. [f je lokálne ohraničená v nejakom okolí $O(a)$.]

- Funkcia f je spojitá na množine $A \subset D(f)$. $\Rightarrow$ • f nemusí byť ohraničená na množine A.
- Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x}$, $x \in R - \{0\}$ je spojitá na $(0; 1)$,



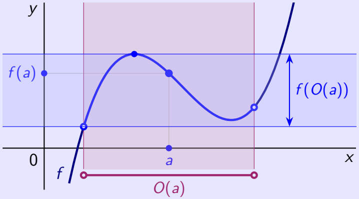


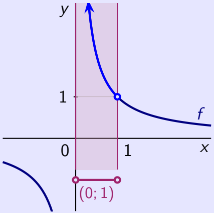
Vlastnosti spojitých funkcií – Lokálna ohraničenosť

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

$\Rightarrow$ • Existuje okolie $O(a)$, v ktorom je funkcia f ohraničená. [f je lokálne ohraničená v nejakom okolí $O(a)$.]

- Funkcia f je spojitá na množine $A \subset D(f)$. $\Rightarrow$ • f nemusí byť ohraničená na množine A.
- Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x}$, $x \in R - \{0\}$ je spojitá na $(0;1)$, ale nie je ohraničená na $(0;1)$.



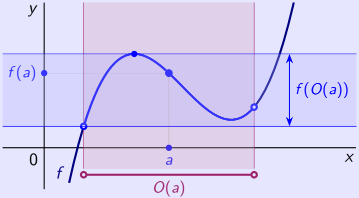


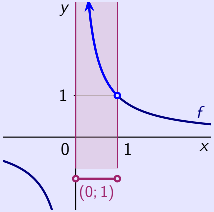
Vlastnosti spojitých funkcií – Lokálna ohraničenosť

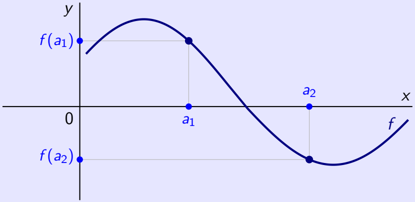
Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

$\Rightarrow$ • Existuje okolie $O(a)$, v ktorom je funkcia f ohraničená. [f je lokálne ohraničená v nejakom okolí $O(a)$.]

- Funkcia f je spojitá na množine $A \subset D(f)$. $\Rightarrow$ • f nemusí byť ohraničená na množine A.
- Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x}$, $x \in R - \{0\}$ je spojitá na $(0;1)$, ale nie je ohraničená na $(0;1)$.







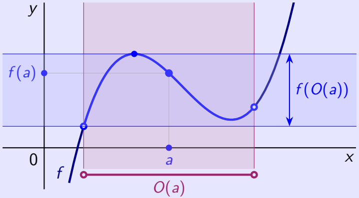
Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

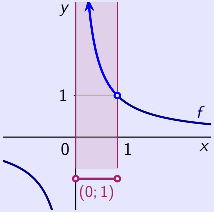
Vlastnosti spojitých funkcií – Lokálna ohraničenosť

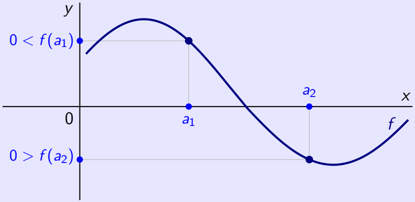
Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

$\Rightarrow$ • Existuje okolie $O(a)$, v ktorom je funkcia f ohraničená. [f je lokálne ohraničená v nejakom okolí $O(a)$.]

- Funkcia f je spojitá na množine $A \subset D(f)$. $\Rightarrow$ • f nemusí byť ohraničená na množine A.
- Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x}$, $x \in R - \{0\}$ je spojitá na $(0; 1)$, ale nie je ohraničená na $(0; 1)$.







Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

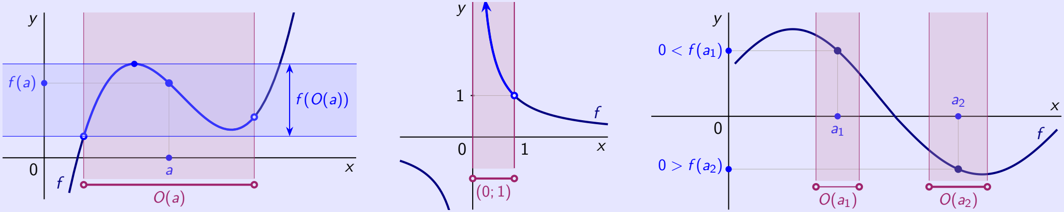
- $f(a) > 0$.
- $f(a) < 0$.

Vlastnosti spojitých funkcií – Lokálna ohraničenosť

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

$\Rightarrow$ • Existuje okolie $O(a)$, v ktorom je funkcia f ohraničená. [f je lokálne ohraničená v nejakom okolí $O(a)$.]

- Funkcia f je spojitá na množine $A \subset D(f)$. $\Rightarrow$ • f nemusí byť ohraničená na množine A.
- Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x}$, $x \in R - \{0\}$ je spojitá na $(0; 1)$, ale nie je ohraničená na $(0; 1)$.



Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

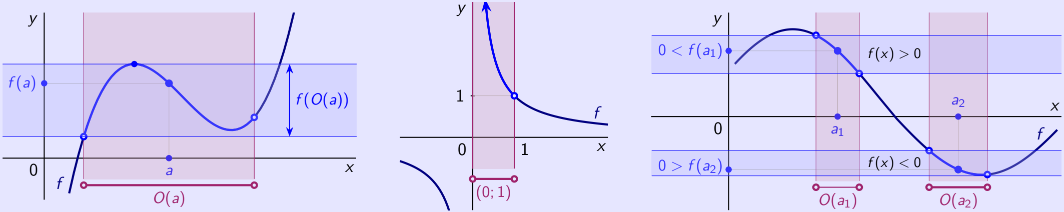
- $f(a) > 0$. $\Rightarrow$ • Existuje okolie $O(a)$
- $f(a) < 0$. $\Rightarrow$ • Existuje okolie $O(a)$

Vlastnosti spojitých funkcií – Lokálna ohraničenosť

Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

$\Rightarrow$ • Existuje okolie $O(a)$, v ktorom je funkcia f ohraničená. [f je lokálne ohraničená v nejakom okolí $O(a)$.]

- Funkcia f je spojitá na množine $A \subset D(f)$. $\Rightarrow$ • f nemusí byť ohraničená na množine A.
- Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x}$, $x \in R - \{0\}$ je spojitá na $(0;1)$, ale nie je ohraničená na $(0;1)$.

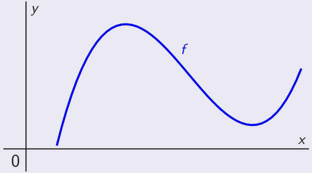


Funkcia f je spojitá v bode $a \in D(f)$.

- $f(a) > 0$. $\Rightarrow$ • Existuje okolie $O(a)$ také, že pre všetky $x \in O(a)$ platí $f(x) > 0$.
- $f(a) < 0$. $\Rightarrow$ • Existuje okolie $O(a)$ také, že pre všetky $x \in O(a)$ platí $f(x) < 0$.

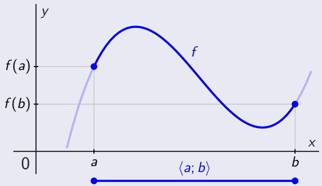
Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

Funkcia f [Weierstrasseho veta.]



Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

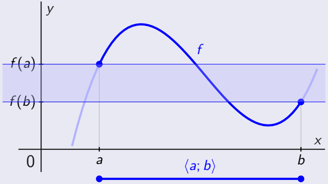
Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \in D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$. [Weierstrasseho veta.]



Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \in D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$. [Weierstrasseho veta.]

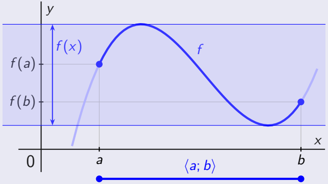
$\Rightarrow$ • f je ohraničená na intervale $\langle a; b\rangle$.



Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \in D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$. [Weierstrasseho veta.]

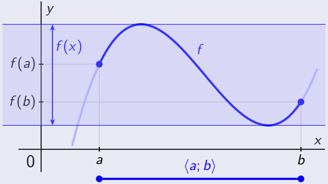
$\Rightarrow$ • f je ohraničená na intervale $\langle a; b\rangle$.



Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a;\, b\rangle \in D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$. [Weierstrasseho veta.]

$\Rightarrow$
- f je ohraničená na intervale $\langle a;\, b\rangle$.
- f nadobúda na intervale $\langle a;\, b\rangle$ svoje extrémy.

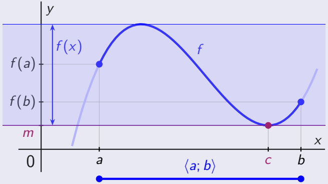


Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \in D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$. [Weierstrasseho veta.]

$\Rightarrow$
- f je ohraničená na intervale $\langle a; b\rangle$.
- f nadobúda na intervale $\langle a; b\rangle$ svoje extrémy.

  $[c \in \langle a; b\rangle,\ m = f(c) = \min\{f(x), x \in \langle a; b\rangle\},$

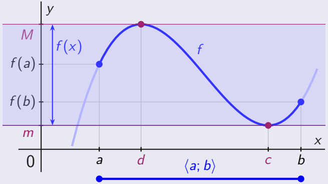


Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a;b\rangle \in D(f)$, kde $a,b \in R$, $a < b$. [Weierstrasseho veta.]

$\Rightarrow$
- f je ohraničená na intervale $\langle a;b\rangle$.
- f nadobúda na intervale $\langle a;b\rangle$ svoje extrémy.

[$c,d \in \langle a;b\rangle$, $m = f(c) = \min\{f(x), x \in \langle a;b\rangle\}$, $M = f(d) = \max\{f(x), x \in \langle a;b\rangle\}$.]

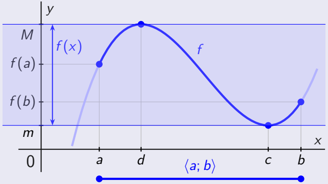


Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a;\, b\rangle \in D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$. [Weierstrasseho veta.]

$\Rightarrow$
- f je ohraničená na intervale $\langle a;\, b\rangle$.
- f nadobúda na intervale $\langle a;\, b\rangle$ svoje extrémy.

  [$c, d \in \langle a;\, b\rangle$, $m = f(c) = \min\{f(x), x \in \langle a;\, b\rangle\}$, $M = f(d) = \max\{f(x), x \in \langle a;\, b\rangle\}$.]

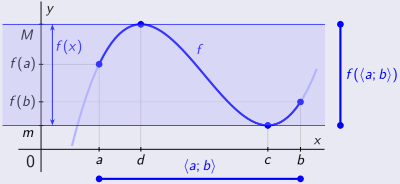


Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a;b\rangle \in D(f)$, kde $a,b \in R$, $a<b$. [Weierstrasseho veta.]

$\Rightarrow$

- f je ohraničená na intervale $\langle a;b\rangle$.
- f nadobúda na intervale $\langle a;b\rangle$ svoje extrémy.
  $[c,d\in\langle a;b\rangle,\ m=f(c)=\min\{f(x), x\in\langle a;b\rangle\},\ M=f(d)=\max\{f(x), x\in\langle a;b\rangle\}.]$
- $f(\langle a;b\rangle)$ je uzavretý interval.

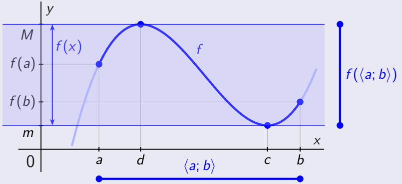


Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \in D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$. [Weierstrasseho veta.]

$\Rightarrow$

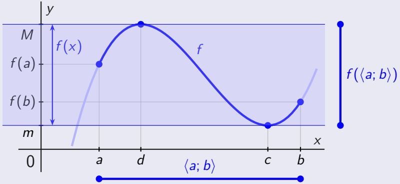
- f je ohraničená na intervale $\langle a; b\rangle$.
- f nadobúda na intervale $\langle a; b\rangle$ svoje extrémy.
  $[c, d \in \langle a; b\rangle,\ m = f(c) = \min\{f(x), x \in \langle a; b\rangle\},\ M = f(d) = \max\{f(x), x \in \langle a; b\rangle\}.]$
- $f(\langle a; b\rangle)$ je uzavretý interval. $[f(\langle a; b\rangle) = \langle m; M\rangle.]$



Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a;\, b\rangle \in D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$. [Weierstrasseho veta.]

$\Rightarrow$
- f je ohraničená na intervale $\langle a;\, b\rangle$.
- f nadobúda na intervale $\langle a;\, b\rangle$ svoje extrémy.
  $[c, d \in \langle a;\, b\rangle,\ m = f(c) = \min\{f(x), x \in \langle a;\, b\rangle\},\ M = f(d) = \max\{f(x), x \in \langle a;\, b\rangle\}.]$
- $f(\langle a;\, b\rangle)$ je uzavretý interval. $[f(\langle a;\, b\rangle) = \langle m;\, M\rangle.]$



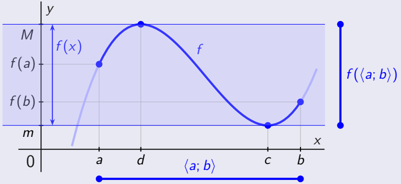
- Tvrdenia platia iba pre uzavretý interval I.

Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \in D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$. [Weierstrasseho veta.]

$\Rightarrow$

- f je ohraničená na intervale $\langle a; b\rangle$.
- f nadobúda na intervale $\langle a; b\rangle$ svoje extrémy.
  [$c, d \in \langle a; b\rangle$, $m = f(c) = \min\{f(x), x \in \langle a; b\rangle\}$, $M = f(d) = \max\{f(x), x \in \langle a; b\rangle\}$.]
- $f(\langle a; b\rangle)$ je uzavretý interval. [$f(\langle a; b\rangle) = \langle m; M\rangle$.]

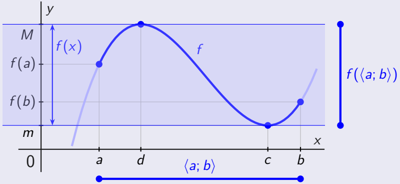


- Tvrdenia platia iba pre uzavretý interval I. [Ak interval I nie je uzavretý, tvrdenia nemusia platiť.]

Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

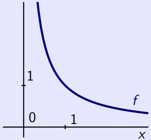
Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \in D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$. [Weierstrasseho veta.]

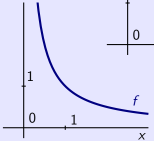
$\Rightarrow$
- f je ohraničená na intervale $\langle a; b\rangle$.
- f nadobúda na intervale $\langle a; b\rangle$ svoje extrémy.
  [$c, d \in \langle a; b\rangle$, $m = f(c) = \min\{f(x), x \in \langle a; b\rangle\}$, $M = f(d) = \max\{f(x), x \in \langle a; b\rangle\}$.]
- $f(\langle a; b\rangle)$ je uzavretý interval. [$f(\langle a; b\rangle) = \langle m; M\rangle$.]



- Tvrdenia platia iba pre uzavretý interval I. [Ak interval I nie je uzavretý, tvrdenia nemusia platiť.]

Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x}$ je spojitá na svojom $D(f) = R - \{0\}$.



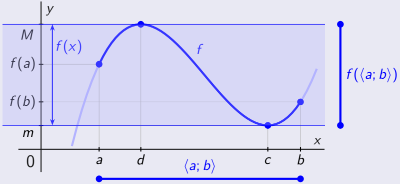


Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \in D(f)$, kde $a,b \in R$, $a < b$. [Weierstrasseho veta.]

$\Rightarrow$

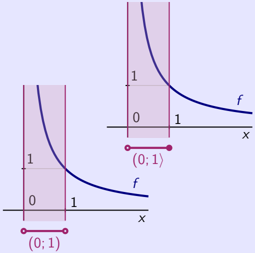
- f je ohraničená na intervale $\langle a; b\rangle$.
- f nadobúda na intervale $\langle a; b\rangle$ svoje extrémy.
  $[c,d \in \langle a; b\rangle,\ m = f(c) = \min\{f(x), x \in \langle a; b\rangle\},\ M = f(d) = \max\{f(x), x \in \langle a; b\rangle\}.]$
- $f(\langle a; b\rangle)$ je uzavretý interval. $[f(\langle a; b\rangle) = \langle m; M\rangle.]$



- Tvrdenia platia iba pre uzavretý interval I. [Ak interval I nie je uzavretý, tvrdenia nemusia platiť.]

Funkcia $f\colon y = \dfrac{1}{x}$ je spojitá na svojom $D(f) = R - \{0\}$.

- f je spojitá na intervaloch $I_1 = (0; 1)$ a $I_2 = (0; 1\rangle$.

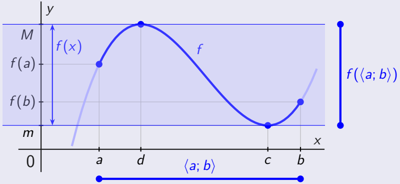


Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \in D(f)$, kde $a,b\in R$, $a<b$. [Weierstrasseho veta.]

$\Rightarrow$

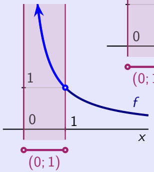
- f je ohraničená na intervale $\langle a; b\rangle$.
- f nadobúda na intervale $\langle a; b\rangle$ svoje extrémy.
  $[c,d\in\langle a;b\rangle,\ m=f(c)=\min\{f(x), x\in\langle a;b\rangle\},\ M=f(d)=\max\{f(x), x\in\langle a;b\rangle\}.]$
- $f(\langle a; b\rangle)$ je uzavretý interval. $[f(\langle a;b\rangle)=\langle m;M\rangle.]$

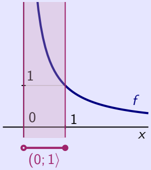


- Tvrdenia platia iba pre uzavretý interval I. [Ak interval I nie je uzavretý, tvrdenia nemusia platiť.]

Funkcia $f\colon y=\frac{1}{x}$ je spojitá na svojom $D(f)=R-\{0\}$.

- f je spojitá na intervaloch $I_1=(0;1)$ a $I_2=(0;1\rangle$.
- f nie je ohraničená na I_1



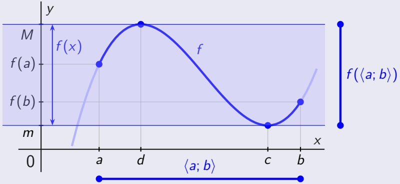


Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \in D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$. [Weierstrasseho veta.]

$\Rightarrow$

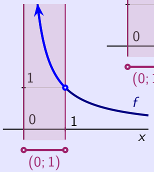
- f je ohraničená na intervale $\langle a; b\rangle$.
- f nadobúda na intervale $\langle a; b\rangle$ svoje extrémy.
  [$c, d \in \langle a; b\rangle$, $m = f(c) = \min\{f(x), x \in \langle a; b\rangle\}$, $M = f(d) = \max\{f(x), x \in \langle a; b\rangle\}$.]
- $f(\langle a; b\rangle)$ je uzavretý interval. [$f(\langle a; b\rangle) = \langle m; M\rangle$.]

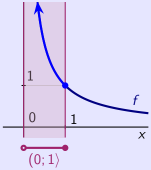


- Tvrdenia platia iba pre uzavretý interval I. [Ak interval I nie je uzavretý, tvrdenia nemusia platiť.]

Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x}$ je spojitá na svojom $D(f) = R - \{0\}$.

- f je spojitá na intervaloch $I_1 = (0; 1)$ a $I_2 = (0; 1\rangle$.
- f nie je ohraničená na I_1 a ani na I_2.



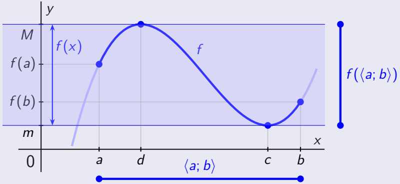


Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \in D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$. [Weierstrasseho veta.]

$\Rightarrow$

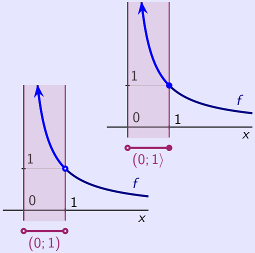
- f je ohraničená na intervale $\langle a; b\rangle$.
- f nadobúda na intervale $\langle a; b\rangle$ svoje extrémy.
  $[c, d \in \langle a; b\rangle,\ m = f(c) = \min\{f(x), x \in \langle a; b\rangle\},\ M = f(d) = \max\{f(x), x \in \langle a; b\rangle\}.]$
- $f(\langle a; b\rangle)$ je uzavretý interval. $[f(\langle a; b\rangle) = \langle m; M\rangle.]$



- Tvrdenia platia iba pre uzavretý interval I. [Ak interval I nie je uzavretý, tvrdenia nemusia platiť.]

Funkcia $f\colon y = \dfrac{1}{x}$ je spojitá na svojom $D(f) = R - \{0\}$.

- f je spojitá na intervaloch $I_1 = (0; 1)$ a $I_2 = (0; 1\rangle$.
- f nie je ohraničená na I_1 a ani na I_2.
- f nenadobúda extrémy na I_1,



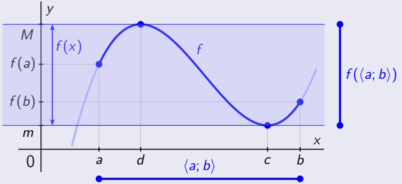
Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \in D(f)$, kde $a,b \in R$, $a < b$. [Weierstrasseho veta.]

$\Rightarrow$

- f je ohraničená na intervale $\langle a; b\rangle$.
- f nadobúda na intervale $\langle a; b\rangle$ svoje extrémy.

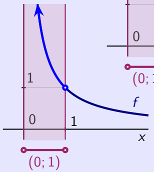
  [$c,d \in \langle a; b\rangle$, $m = f(c) = \min\{f(x), x \in \langle a; b\rangle\}$, $M = f(d) = \max\{f(x), x \in \langle a; b\rangle\}$.]
- $f(\langle a; b\rangle)$ je uzavretý interval. [$f(\langle a; b\rangle) = \langle m; M\rangle$.]

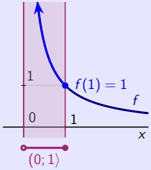


- Tvrdenia platia iba pre uzavretý interval I. [Ak interval I nie je uzavretý, tvrdenia nemusia platiť.]

Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x}$ je spojitá na svojom $D(f) = R - \{0\}$.

- f je spojitá na intervaloch $I_1 = (0; 1)$ a $I_2 = (0; 1\rangle$.
- f nie je ohraničená na I_1 a ani na I_2.
- f nenadobúda extrémy na I_1, na I_2 nadobúda minimum, nie maximum.



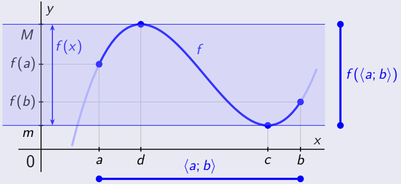


Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a;\, b\rangle \in D(f)$, kde $a,b \in R$, $a < b$. [Weierstrasseho veta.]

$\Rightarrow$

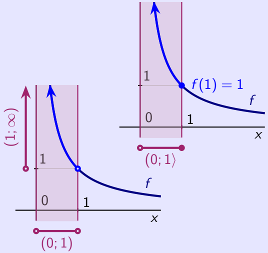
- f je ohraničená na intervale $\langle a;\, b\rangle$.
- f nadobúda na intervale $\langle a;\, b\rangle$ svoje extrémy.
  [$c,d \in \langle a;\, b\rangle$, $m = f(c) = \min\{f(x), x \in \langle a;\, b\rangle\}$, $M = f(d) = \max\{f(x), x \in \langle a;\, b\rangle\}$.]
- $f(\langle a;\, b\rangle)$ je uzavretý interval. [$f(\langle a;\, b\rangle) = \langle m;\, M\rangle$.]



- Tvrdenia platia iba pre uzavretý interval I. [Ak interval I nie je uzavretý, tvrdenia nemusia platiť.]

Funkcia $f\colon\, y = \frac{1}{x}$ je spojitá na svojom $D(f) = R - \{0\}$.

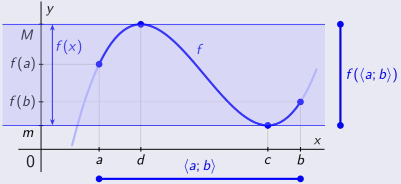
- f je spojitá na intervaloch $I_1 = (0;\, 1)$ a $I_2 = (0;\, 1\rangle$.
- f nie je ohraničená na I_1 a ani na I_2.
- f nenadobúda extrémy na I_1, na I_2 nadobúda minimum, nie maximum.
- $f((0;\, 1)) = (1;\, \infty)$,



Spojitosť na intervaloch – Weierstrasseho veta

Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \in D(f)$, kde $a, b \in R$, $a < b$. [Weierstrasseho veta.]

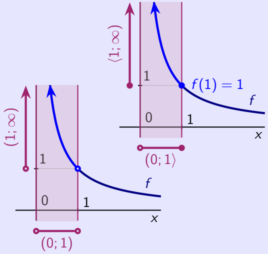
$\Rightarrow$
- f je ohraničená na intervale $\langle a; b\rangle$.
- f nadobúda na intervale $\langle a; b\rangle$ svoje extrémy.
  $[c, d \in \langle a; b\rangle,\ m = f(c) = \min\{f(x), x \in \langle a; b\rangle\},\ M = f(d) = \max\{f(x), x \in \langle a; b\rangle\}.]$
- $f(\langle a; b\rangle)$ je uzavretý interval. $[f(\langle a; b\rangle) = \langle m; M\rangle.]$



- Tvrdenia platia iba pre uzavretý interval I. [Ak interval I nie je uzavretý, tvrdenia nemusia platiť.]

Funkcia $f\colon y = \frac{1}{x}$ je spojitá na svojom $D(f) = R - \{0\}$.

- f je spojitá na intervaloch $I_1 = (0; 1)$ a $I_2 = (0; 1\rangle$.
- f nie je ohraničená na I_1 a ani na I_2.
- f nenadobúda extrémy na I_1, na I_2 nadobúda minimum, nie maximum.
- $f((0; 1)) = (1; \infty)$, $f((0; 1\rangle) = \langle 1; \infty)$ nie sú uzavreté intervaly.



Spojitosť na intervaloch – Veta o medzihodnote

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$.

Spojitosť na intervaloch – Veta o medzihodnote

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • $f(I)$ je interval.

Spojitosť na intervaloch – Veta o medzihodnote

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. [Spojitá funkcia zobrazuje interval na interval.]

$\Rightarrow$ • $f(I)$ je interval.

Spojitosť na intervaloch – Veta o medzihodnote

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. [Spojitá funkcia zobrazuje interval na interval.]

$\Rightarrow$ • $f(I)$ je interval. [Ak je I uzavretý, je aj $f(I)$ uzavretý interval (Weierstrasse).

Spojitosť na intervaloch – Veta o medzihodnote

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. [Spojitá funkcia zobrazuje interval na interval.]

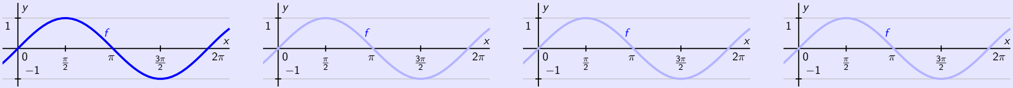
$\Rightarrow$ • $f(I)$ je interval. [Ak je I uzavretý, je aj $f(I)$ uzavretý interval (Weierstrasse). Ak I nie je uzavretý, typ $f(I)$ môže byť hocijaký.]

Spojitosť na intervaloch – Veta o medzihodnote

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. [Spojitá funkcia zobrazuje interval na interval.]

$\Rightarrow$ • $f(I)$ je interval. [Ak je I uzavretý, je aj $f(I)$ uzavretý interval (Weierstrasse). Ak I nie je uzavretý, typ $f(I)$ môže byť hocijaký.]

- Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$

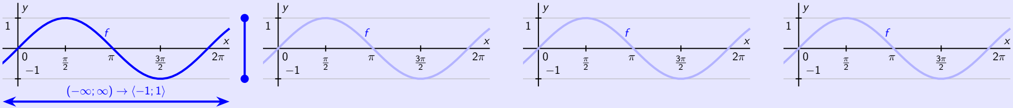


Spojitosť na intervaloch – Veta o medzihodnote

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. [Spojitá funkcia zobrazuje interval na interval.]

$\Rightarrow$ • $f(I)$ je interval. [Ak je I uzavretý, je aj $f(I)$ uzavretý interval (Weierstrasse). Ak I nie je uzavretý, typ $f(I)$ môže byť hocijaký.]

- Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$ zobrazuje interval $R = (-\infty; \infty)$ na interval $\langle -1; 1 \rangle$.

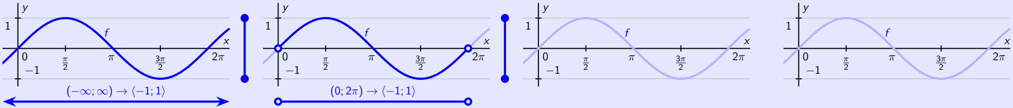


Spojitosť na intervaloch – Veta o medzihodnote

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. [Spojitá funkcia zobrazuje interval na interval.]

$\Rightarrow$ • $f(I)$ je interval. [Ak je I uzavretý, je aj $f(I)$ uzavretý interval (Weierstrasse). Ak I nie je uzavretý, typ $f(I)$ môže byť hocijaký.]

- Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$ zobrazuje interval $R = (-\infty; \infty)$ na interval $\langle -1; 1\rangle$.

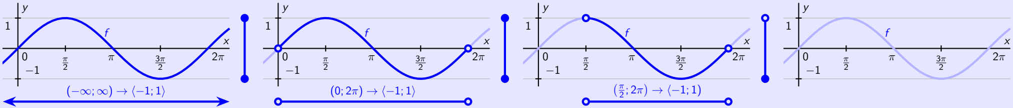


Spojitosť na intervaloch – Veta o medzihodnote

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. [Spojitá funkcia zobrazuje interval na interval.]

$\Rightarrow$ • $f(I)$ je interval. [Ak je I uzavretý, je aj $f(I)$ uzavretý interval (Weierstrasse). Ak I nie je uzavretý, typ $f(I)$ môže byť hocijaký.]

- Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$ zobrazuje interval $R = (-\infty; \infty)$ na interval $\langle -1; 1\rangle$.

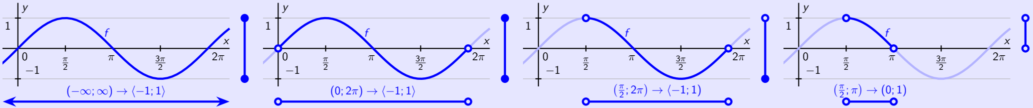


Spojitosť na intervaloch – Veta o medzihodnote

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. [Spojitá funkcia zobrazuje interval na interval.]

$\Rightarrow$ • $f(I)$ je interval. [Ak je I uzavretý, je aj $f(I)$ uzavretý interval (Weierstrasse). Ak I nie je uzavretý, typ $f(I)$ môže byť hocijaký.]

- Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$ zobrazuje interval $R = (-\infty; \infty)$ na interval $\langle -1; 1\rangle$.

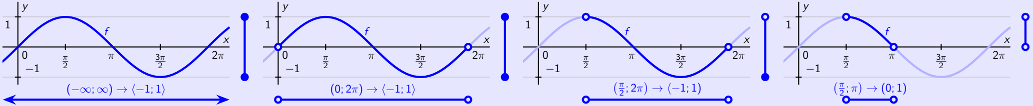


Spojitosť na intervaloch – Veta o medzihodnote

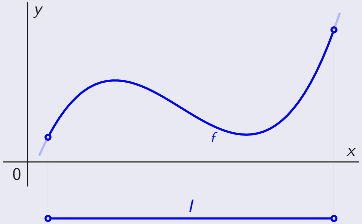
Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. [Spojitá funkcia zobrazuje interval na interval.]

$\Rightarrow$ • $f(I)$ je interval. [Ak je I uzavretý, je aj $f(I)$ uzavretý interval (Weierstrasse). Ak I nie je uzavretý, typ $f(I)$ môže byť hocijaký.]

- Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$ zobrazuje interval $R = (-\infty; \infty)$ na interval $\langle -1; 1\rangle$.



Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. [Veta o medzihodnote.]

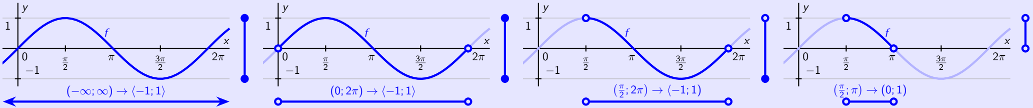


Spojitosť na intervaloch – Veta o medzihodnote

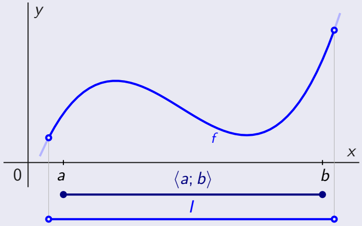
Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. [Spojitá funkcia zobrazuje interval na interval.]

$\Rightarrow$ • $f(I)$ je interval. [Ak je I uzavretý, je aj $f(I)$ uzavretý interval (Weierstrasse). Ak I nie je uzavretý, typ $f(I)$ môže byť hocijaký.]

- Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$ zobrazuje interval $R = (-\infty; \infty)$ na interval $\langle -1; 1\rangle$.



Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Body $a, b \in I$, $a < b$. [Veta o medzihodnote.]

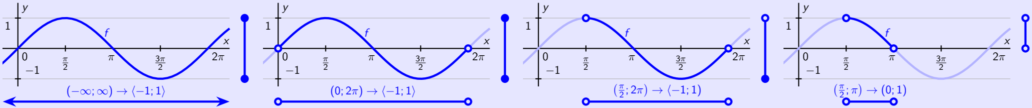


Spojitosť na intervaloch – Veta o medzihodnote

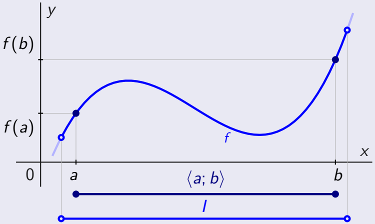
Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. [Spojitá funkcia zobrazuje interval na interval.]

$\Rightarrow$ • $f(I)$ je interval. [Ak je I uzavretý, je aj $f(I)$ uzavretý interval (Weierstrasse). Ak I nie je uzavretý, typ $f(I)$ môže byť hocijaký.]

• Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$ zobrazuje interval $R = (-\infty; \infty)$ na interval $\langle -1; 1 \rangle$.



Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Body $a, b \in I$, $a < b$. [Veta o medzihodnote.]

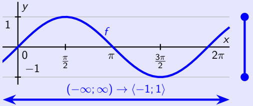


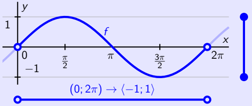
Spojitosť na intervaloch – Veta o medzihodnote

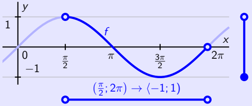
Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. [Spojitá funkcia zobrazuje interval na interval.]

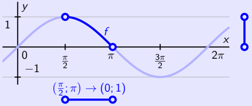
$\Rightarrow$ • $f(I)$ je interval. [Ak je I uzavretý, je aj $f(I)$ uzavretý interval (Weierstrasse). Ak I nie je uzavretý, typ $f(I)$ môže byť hocijaký.]

• Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$ zobrazuje interval $R = (-\infty; \infty)$ na interval $\langle -1; 1\rangle$.



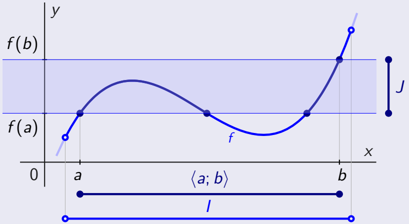






Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Body $a, b \in I$, $a < b$. [Veta o medzihodnote.]

$\Rightarrow$ • f nadobúda všetky hodnoty z intervalu J s koncovými bodmi $f(a)$, $f(b)$.

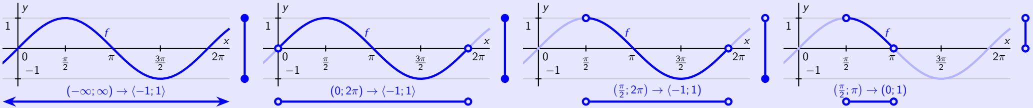


Spojitosť na intervaloch – Veta o medzihodnote

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. [Spojitá funkcia zobrazuje interval na interval.]

$\Rightarrow$ • $f(I)$ je interval. [Ak je I uzavretý, je aj $f(I)$ uzavretý interval (Weierstrasse). Ak I nie je uzavretý, typ $f(I)$ môže byť hocijaký.]

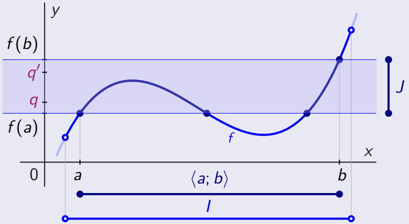
• Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$ zobrazuje interval $R = (-\infty; \infty)$ na interval $\langle -1; 1\rangle$.



Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Body $a, b \in I$, $a < b$. [Veta o medzihodnote.]

$\Rightarrow$ • f nadobúda všetky hodnoty z intervalu J s koncovými bodmi $f(a)$, $f(b)$.

[Pre každé $q \in J$,

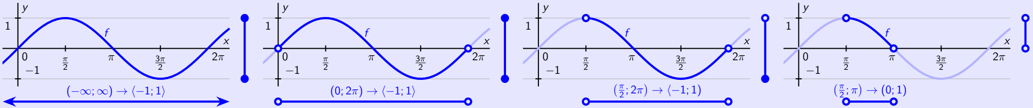


Spojitosť na intervaloch – Veta o medzihodnote

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. [Spojitá funkcia zobrazuje interval na interval.]

$\Rightarrow$ • $f(I)$ je interval. [Ak je I uzavretý, je aj $f(I)$ uzavretý interval (Weierstrasse). Ak I nie je uzavretý, typ $f(I)$ môže byť hocijaký.]

• Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$ zobrazuje interval $R = (-\infty; \infty)$ na interval $\langle -1; 1\rangle$.

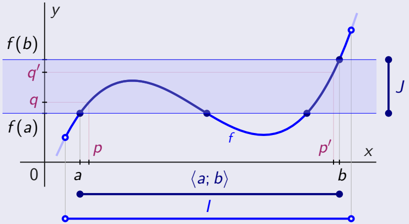


Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Body $a, b \in I$, $a < b$. [Veta o medzihodnote.]

$\Rightarrow$ • f nadobúda všetky hodnoty z intervalu J

s koncovými bodmi $f(a)$, $f(b)$.

[Pre každé $q \in J$, existuje $p \in (a; b)$

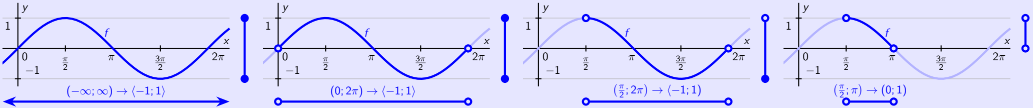


Spojitosť na intervaloch – Veta o medzihodnote

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. [Spojitá funkcia zobrazuje interval na interval.]

$\Rightarrow$ • $f(I)$ je interval. [Ak je I uzavretý, je aj $f(I)$ uzavretý interval (Weierstrasse). Ak I nie je uzavretý, typ $f(I)$ môže byť hocijaký.]

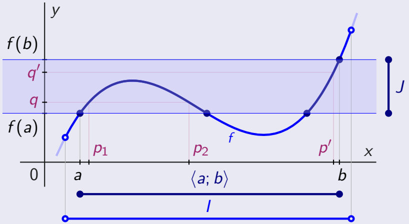
• Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$ zobrazuje interval $R = (-\infty; \infty)$ na interval $\langle -1; 1\rangle$.



Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Body $a, b \in I$, $a < b$. [Veta o medzihodnote.]

$\Rightarrow$ • f nadobúda všetky hodnoty z intervalu J s koncovými bodmi $f(a)$, $f(b)$.

[Pre každé $q \in J$, existuje $p \in (a; b)$]

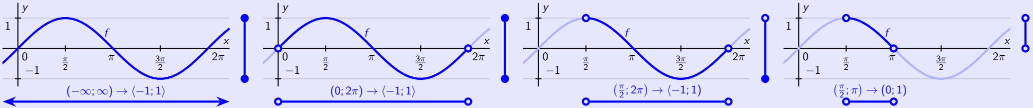


Spojitosť na intervaloch – Veta o medzihodnote

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. [Spojitá funkcia zobrazuje interval na interval.]

$\Rightarrow$ • $f(I)$ je interval. [Ak je I uzavretý, je aj $f(I)$ uzavretý interval (Weierstrasse). Ak I nie je uzavretý, typ $f(I)$ môže byť hocijaký.]

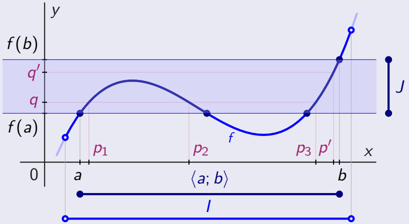
• Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$ zobrazuje interval $R = (-\infty; \infty)$ na interval $\langle -1; 1\rangle$.



Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Body $a, b \in I$, $a < b$. [Veta o medzihodnote.]

$\Rightarrow$ • f nadobúda všetky hodnoty z intervalu J s koncovými bodmi $f(a)$, $f(b)$.

[Pre každé $q \in J$, existuje $p \in (a; b)$

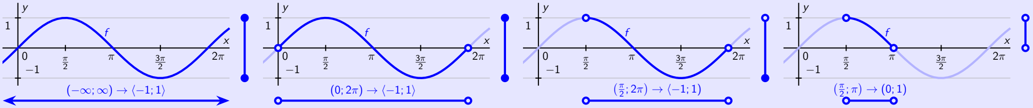


Spojitosť na intervaloch – Veta o medzihodnote

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. [Spojitá funkcia zobrazuje interval na interval.]

$\Rightarrow$ • $f(I)$ je interval. [Ak je I uzavretý, je aj $f(I)$ uzavretý interval (Weierstrasse). Ak I nie je uzavretý, typ $f(I)$ môže byť hocijaký.]

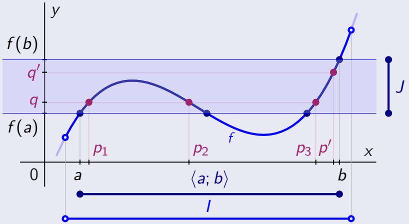
• Funkcia $f\colon y = \sin x,\ x \in R$ zobrazuje interval $R = (-\infty; \infty)$ na interval $\langle -1; 1\rangle$.



Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Body $a, b \in I$, $a < b$. [Veta o medzihodnote.]

$\Rightarrow$ • f nadobúda všetky hodnoty z intervalu J s koncovými bodmi $f(a)$, $f(b)$.

[Pre každé $q \in J$, existuje $p \in (a; b)$ také, že platí $f(p) = q$.]



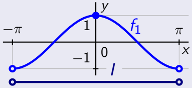
Spojitosť na intervaloch – Príklady

Príklady zobrazenia intervalu $I = (-\pi; \pi)$ spojitými funkciami.

Spojitosť na intervaloch – Príklady

Príklady zobrazenia intervalu $I = (-\pi; \pi)$ spojitými funkciami.

- $f_1(x) = \cos x$:

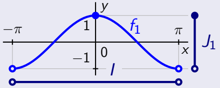


Spojitosť na intervaloch – Príklady

Príklady zobrazenia intervalu $I = (-\pi; \pi)$ spojitými funkciami.

- $f_1(x) = \cos x$:

$$I \to J_1 = (-1; 1\rangle.$$



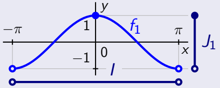
Spojitosť na intervaloch – Príklady

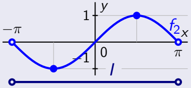
Príklady zobrazenia intervalu $I = (-\pi; \pi)$ spojitými funkciami.

- $f_1(x) = \cos x$:

  $I \to J_1 = (-1; 1\rangle$.

- $f_2(x) = \sin x$:





Spojitosť na intervaloch – Príklady

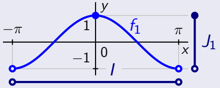
Príklady zobrazenia intervalu $I = (-\pi; \pi)$ spojitými funkciami.

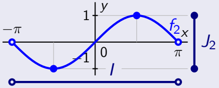
- $f_1(x) = \cos x$:

  $I \to J_1 = (-1; 1\rangle$.

- $f_2(x) = \sin x$:

  $I \to J_2 = \langle -1; 1\rangle$.





Spojitosť na intervaloch – Príklady

Príklady zobrazenia intervalu $I = (-\pi; \pi)$ spojitými funkciami.

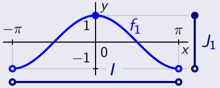
- $f_1(x) = \cos x$:

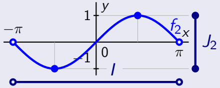
  $I \to J_1 = (-1; 1\rangle$.

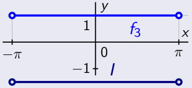
- $f_2(x) = \sin x$:

  $I \to J_2 = \langle -1; 1\rangle$.

- $f_3(x) = 1$:





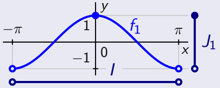


Spojitosť na intervaloch – Príklady

Príklady zobrazenia intervalu $I = (-\pi; \pi)$ spojitými funkciami.

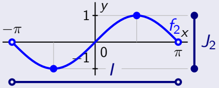
- $f_1(x) = \cos x$:

  $I \to J_1 = (-1; 1\rangle$.



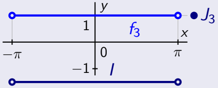
- $f_2(x) = \sin x$:

  $I \to J_2 = \langle -1; 1\rangle$.



- $f_3(x) = 1$:

  $I \to J_3 = \{1\}$.

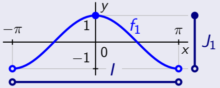


Spojitosť na intervaloch – Príklady

Príklady zobrazenia intervalu $I = (-\pi; \pi)$ spojitými funkciami.

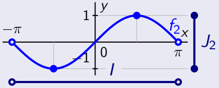
- $f_1(x) = \cos x$:

  $I \to J_1 = (-1; 1\rangle$.



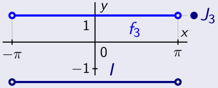
- $f_2(x) = \sin x$:

  $I \to J_2 = \langle -1; 1\rangle$.

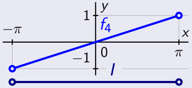


- $f_3(x) = 1$:

  $I \to J_3 = \{1\}$.



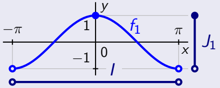
- $f_4(x) = \frac{x}{\pi}$:



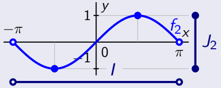
Spojitosť na intervaloch – Príklady

Príklady zobrazenia intervalu $I = (-\pi; \pi)$ spojitými funkciami.

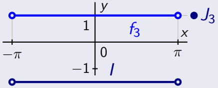
- $f_1(x) = \cos x$: $I \to J_1 = (-1; 1\rangle$.



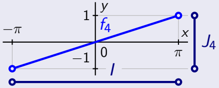
- $f_2(x) = \sin x$: $I \to J_2 = \langle -1; 1\rangle$.



- $f_3(x) = 1$: $I \to J_3 = \{1\}$.



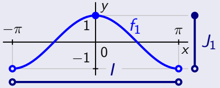
- $f_4(x) = \frac{x}{\pi}$: $I \to J_4 = (-1; 1)$.



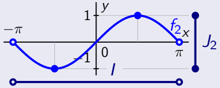
Spojitosť na intervaloch – Príklady

Príklady zobrazenia intervalu $I = (-\pi; \pi)$ spojitými funkciami.

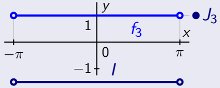
- $f_1(x) = \cos x$: $I \to J_1 = (-1; 1\rangle$.



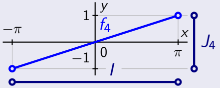
- $f_2(x) = \sin x$: $I \to J_2 = \langle -1; 1\rangle$.



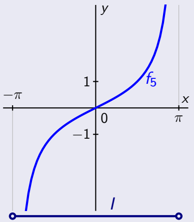
- $f_3(x) = 1$: $I \to J_3 = \{1\}$.



- $f_4(x) = \frac{x}{\pi}$: $I \to J_4 = (-1; 1)$.



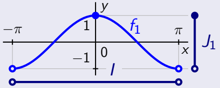
- $f_5(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$: $I \to R$.



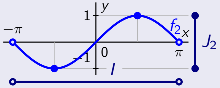
Spojitosť na intervaloch – Príklady

Príklady zobrazenia intervalu $I = (-\pi; \pi)$ spojitými funkciami.

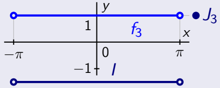
- $f_1(x) = \cos x$: $\quad I \to J_1 = (-1; 1\rangle$.



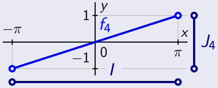
- $f_2(x) = \sin x$: $\quad I \to J_2 = \langle -1; 1\rangle$.



- $f_3(x) = 1$: $\quad I \to J_3 = \{1\}$.

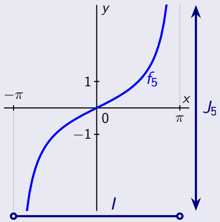


- $f_4(x) = \frac{x}{\pi}$: $\quad I \to J_4 = (-1; 1)$.



- $f_5(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$: $I \to R$.

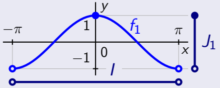
  $I \to J_5 = (-\infty; \infty)$.



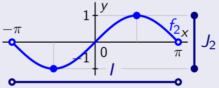
Spojitosť na intervaloch – Príklady

Príklady zobrazenia intervalu $I = (-\pi; \pi)$ spojitými funkciami.

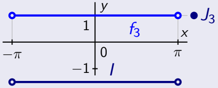
- $f_1(x) = \cos x$: $I \to J_1 = (-1; 1\rangle$.



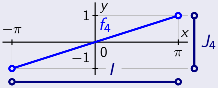
- $f_2(x) = \sin x$: $I \to J_2 = \langle -1; 1\rangle$.



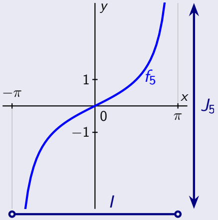
- $f_3(x) = 1$: $I \to J_3 = \{1\}$.



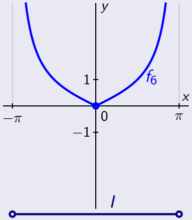
- $f_4(x) = \frac{x}{\pi}$: $I \to J_4 = (-1; 1)$.



- $f_5(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$: $I \to R$. $I \to J_5 = (-\infty; \infty)$.



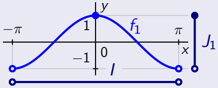
- $f_6(x) = \left|\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right|$:



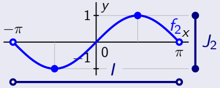
Spojitosť na intervaloch – Príklady

Príklady zobrazenia intervalu $I = (-\pi; \pi)$ spojitými funkciami.

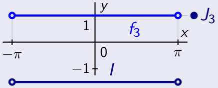
- $f_1(x) = \cos x$: $I \to J_1 = (-1; 1\rangle$.



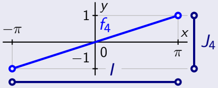
- $f_2(x) = \sin x$: $I \to J_2 = \langle -1; 1\rangle$.



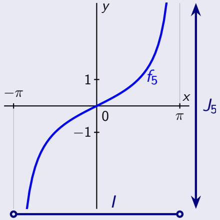
- $f_3(x) = 1$: $I \to J_3 = \{1\}$.



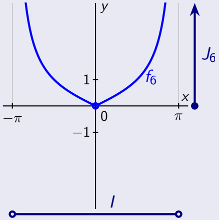
- $f_4(x) = \frac{x}{\pi}$: $I \to J_4 = (-1; 1)$.



- $f_5(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$: $I \to R$. $I \to J_5 = (-\infty; \infty)$.



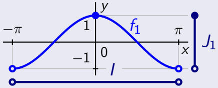
- $f_6(x) = \left|\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right|$: $I \to J_6 = \langle 0; \infty)$.



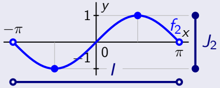
Spojitosť na intervaloch – Príklady

Príklady zobrazenia intervalu $I = (-\pi; \pi)$ spojitými funkciami.

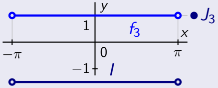
- $f_1(x) = \cos x$: $I \to J_1 = (-1; 1\rangle$.



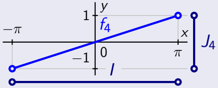
- $f_2(x) = \sin x$: $I \to J_2 = \langle -1; 1\rangle$.



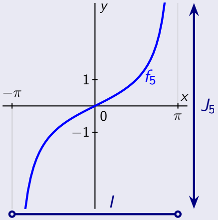
- $f_3(x) = 1$: $I \to J_3 = \{1\}$.



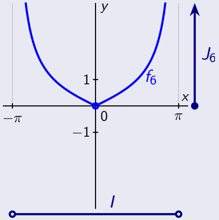
- $f_4(x) = \frac{x}{\pi}$: $I \to J_4 = (-1; 1)$.



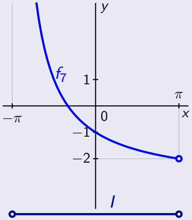
- $f_5(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$: $I \to R$. $I \to J_5 = (-\infty; \infty)$.



- $f_6(x) = \left|\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right|$: $I \to J_6 = \langle 0; \infty)$.



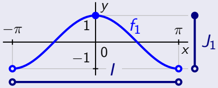
- $f_7(x) = -\frac{3x+\pi}{x+\pi}$:



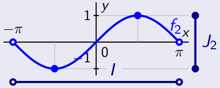
Spojitosť na intervaloch – Príklady

Príklady zobrazenia intervalu $I = (-\pi; \pi)$ spojitými funkciami.

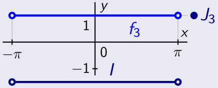
- $f_1(x) = \cos x$: $I \to J_1 = (-1; 1\rangle$.



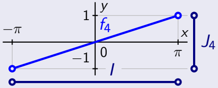
- $f_2(x) = \sin x$: $I \to J_2 = \langle -1; 1\rangle$.



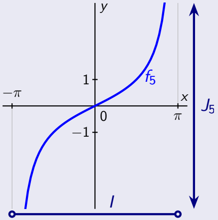
- $f_3(x) = 1$: $I \to J_3 = \{1\}$.



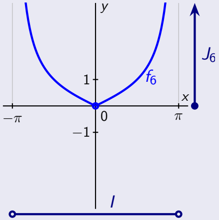
- $f_4(x) = \frac{x}{\pi}$: $I \to J_4 = (-1; 1)$.



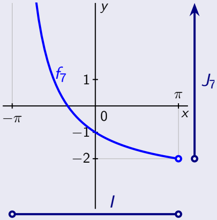
- $f_5(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{2}$: $I \to R$. $I \to J_5 = (-\infty; \infty)$.



- $f_6(x) = \left|\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right|$: $I \to J_6 = \langle 0; \infty)$.



- $f_7(x) = -\frac{3x+\pi}{x+\pi}$: $I \to J_7 = (-2; \infty)$.



Spojitosť na intervaloch – Spojitosť a monotonnosť

Funkcia f je spojitá a rýdzo monotónna na intervale $I \subset D(f)$.

Spojitosť na intervaloch – Spojitosť a monotonnosť

Funkcia f je spojitá a rýdzo monotónna na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Intervaly I a $f(I)$ majú rovnaký typ.

Spojitosť na intervaloch – Spojitosť a monotonnosť

Funkcia f je spojitá a rýdzo monotónna na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Intervaly I a $f(I)$ majú rovnaký typ. [Oba sú otvorené, resp. uzavreté, resp. z jednej strany otvorené a z druhej uzavreté.]

Spojitosť na intervaloch – Spojitosť a monotonnosť

Funkcia f je spojitá a rýdzo monotónna na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Intervaly I a $f(I)$ majú rovnaký typ. [Oba sú otvorené, resp. uzavreté, resp. z jednej strany otvorené a z druhej uzavreté.]

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$.

Spojitosť na intervaloch – Spojitosť a monotonnosť

Funkcia f je spojitá a rýdzo monotónna na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Intervaly I a $f(I)$ majú rovnaký typ. [Oba sú otvorené, resp. uzavreté, resp. z jednej strany otvorené a z druhej uzavreté.]

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Potom platí:

- f je prostá na I.

Spojitosť na intervaloch – Spojitosť a monotonnosť

Funkcia f je spojitá a rýdzo monotónna na intervale $I \subset D(f)$.

$\Longrightarrow$ • Intervaly I a $f(I)$ majú rovnaký typ. [Oba sú otvorené, resp. uzavreté, resp. z jednej strany otvorené a z druhej uzavreté.]

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Potom platí:

• f je prostá na I. $\Leftrightarrow$ • f je rýdzo monotónna na I (rastúca alebo klesajúca).

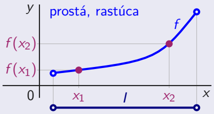
Spojitosť na intervaloch – Spojitosť a monotonnosť

Funkcia f je spojitá a rýdzo monotónna na intervale $I \subset D(f)$.

$\Longrightarrow$ • Intervaly I a $f(I)$ majú rovnaký typ. [Oba sú otvorené, resp. uzavreté, resp. z jednej strany otvorené a z druhej uzavreté.]

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Potom platí:

• f je prostá na I. $\Leftrightarrow$ • f je rýdzo monotónna na I (rastúca alebo klesajúca).



Spojitosť na intervaloch – Spojitosť a monotonnosť

Funkcia f je spojitá a rýdzo monotónna na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Intervaly I a $f(I)$ majú rovnaký typ. [Oba sú otvorené, resp. uzavreté, resp. z jednej strany otvorené a z druhej uzavreté.]

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Potom platí:

• f je prostá na I. $\Leftrightarrow$ • f je rýdzo monotónna na I (rastúca alebo klesajúca).

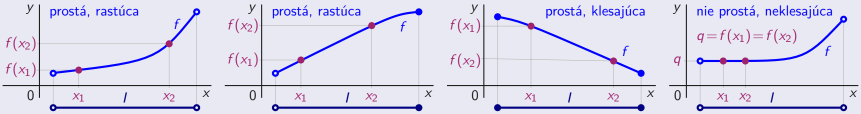
Spojitosť na intervaloch – Spojitosť a monotonnosť

Funkcia f je spojitá a rýdzo monotónna na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Intervaly I a $f(I)$ majú rovnaký typ. [Oba sú otvorené, resp. uzavreté, resp. z jednej strany otvorené a z druhej uzavreté.]

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Potom platí:

• f je prostá na I. $\Leftrightarrow$ • f je rýdzo monotónna na I (rastúca alebo klesajúca).



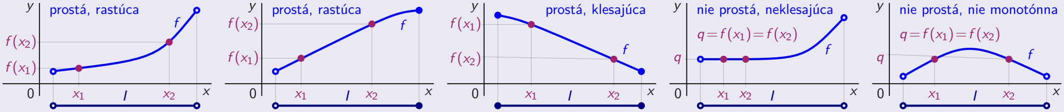
Spojitosť na intervaloch – Spojitosť a monotonnosť

Funkcia f je spojitá a rýdzo monotónna na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Intervaly I a $f(I)$ majú rovnaký typ. [Oba sú otvorené, resp. uzavreté, resp. z jednej strany otvorené a z druhej uzavreté.]

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Potom platí:

• f je prostá na I. $\Leftrightarrow$ • f je rýdzo monotónna na I (rastúca alebo klesajúca).



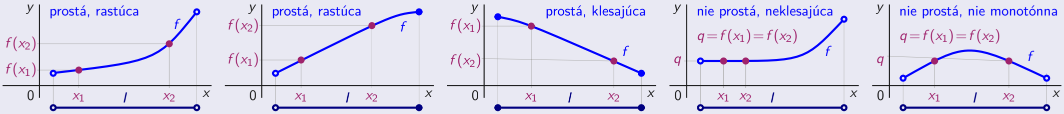
Spojitosť na intervaloch – Spojitosť a monotonnosť

Funkcia f je spojitá a rýdzo monotónna na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Intervaly I a $f(I)$ majú rovnaký typ. [Oba sú otvorené, resp. uzavreté, resp. z jednej strany otvorené a z druhej uzavreté.]

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Potom platí:

• f je prostá na I. $\Leftrightarrow$ • f je rýdzo monotónna na I (rastúca alebo klesajúca).



• Ak množina I nie je interval, potom tvrdenie neplatí.

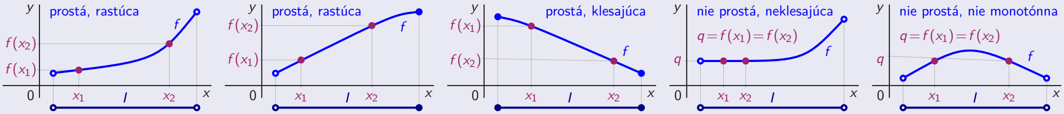
Spojitosť na intervaloch – Spojitosť a monotonnosť

Funkcia f je spojitá a rýdzo monotónna na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Intervaly I a $f(I)$ majú rovnaký typ. [Oba sú otvorené, resp. uzavreté, resp. z jednej strany otvorené a z druhej uzavreté.]

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Potom platí:

• f je prostá na I. $\Leftrightarrow$ • f je rýdzo monotónna na I (rastúca alebo klesajúca).



• Ak množina I nie je interval, potom tvrdenie neplatí. [Množinu I musíme rozdeliť na disjunktné intervaly.]

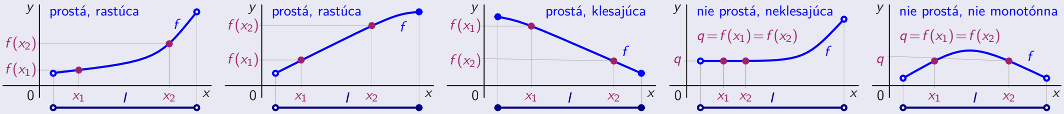
Spojitosť na intervaloch – Spojitosť a monotonnosť

Funkcia f je spojitá a rýdzo monotónna na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Intervaly I a $f(I)$ majú rovnaký typ. [Oba sú otvorené, resp. uzavreté, resp. z jednej strany otvorené a z druhej uzavreté.]

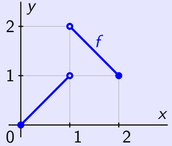
Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Potom platí:

• f je prostá na I. $\Leftrightarrow$ • f je rýdzo monotónna na I (rastúca alebo klesajúca).



• Ak množina I nie je interval, potom tvrdenie neplatí. [Množinu I musíme rozdeliť na disjunktné intervaly.]

Označme $f\colon y = \begin{cases} x & \text{pre } x \in \langle 0; 1), \\ 3 - x & \text{pre } x \in (1; 2\rangle. \end{cases}$



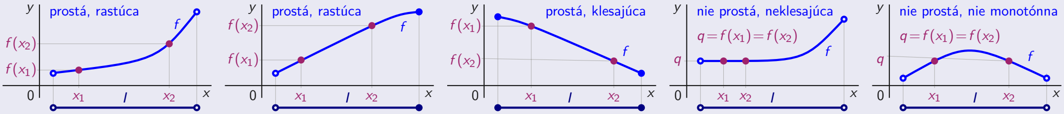
Spojitosť na intervaloch – Spojitosť a monotonnosť

Funkcia f je spojitá a rýdzo monotónna na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Intervaly I a $f(I)$ majú rovnaký typ. [Oba sú otvorené, resp. uzavreté, resp. z jednej strany otvorené a z druhej uzavreté.]

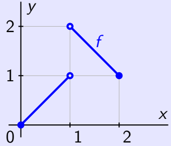
Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Potom platí:

• f je prostá na I. $\Leftrightarrow$ • f je rýdzo monotónna na I (rastúca alebo klesajúca).



• Ak množina I nie je interval, potom tvrdenie neplatí. [Množinu I musíme rozdeliť na disjunktné intervaly.]

Označme $f\colon y = \begin{cases} x & \text{pre } x \in \langle 0; 1), \\ 3-x & \text{pre } x \in (1; 2\rangle. \end{cases}$



• f je spojitá

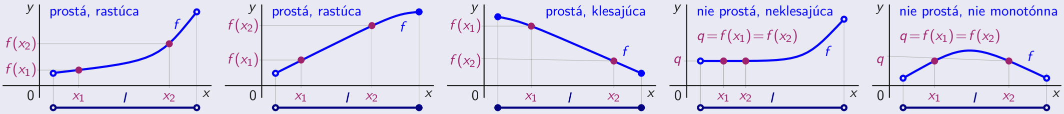
Spojitosť na intervaloch – Spojitosť a monotonnosť

Funkcia f je spojitá a rýdzo monotónna na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Intervaly I a $f(I)$ majú rovnaký typ. [Oba sú otvorené, resp. uzavreté, resp. z jednej strany otvorené a z druhej uzavreté.]

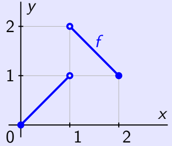
Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Potom platí:

• f je prostá na I. $\Leftrightarrow$ • f je rýdzo monotónna na I (rastúca alebo klesajúca).



• Ak množina I nie je interval, potom tvrdenie neplatí. [Množinu I musíme rozdeliť na disjunktné intervaly.]

Označme $f\colon y = \begin{cases} x & \text{pre } x \in \langle 0; 1), \\ 3-x & \text{pre } x \in (1; 2\rangle. \end{cases}$



• f je spojitá a prostá,

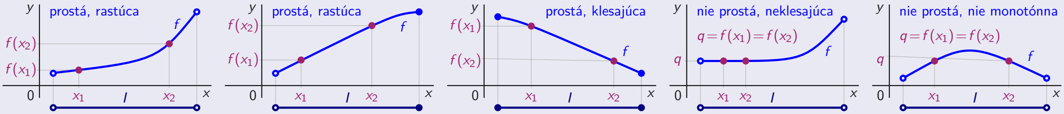
Spojitosť na intervaloch – Spojitosť a monotonnosť

Funkcia f je spojitá a rýdzo monotónna na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Intervaly I a $f(I)$ majú rovnaký typ. [Oba sú otvorené, resp. uzavreté, resp. z jednej strany otvorené a z druhej uzavreté.]

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Potom platí:

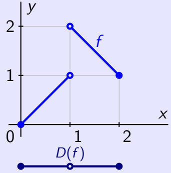
• f je prostá na I. $\Leftrightarrow$ • f je rýdzo monotónna na I (rastúca alebo klesajúca).



• Ak množina I nie je interval, potom tvrdenie neplatí. [Množinu I musíme rozdeliť na disjunktné intervaly.]

Označme $f\colon y = \begin{cases} x & \text{pre } x \in \langle 0;1), \\ 3-x & \text{pre } x \in (1;2\rangle. \end{cases}$

• f je spojitá a prostá, ale nie monotónna na svojom $D(f) = \langle 0;2\rangle - \{1\}$.



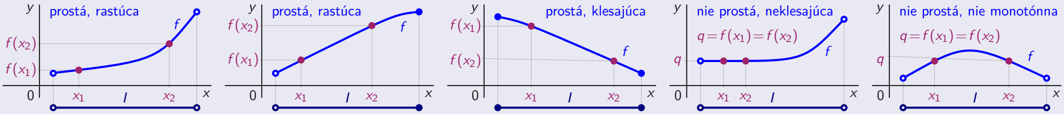
Spojitosť na intervaloch – Spojitosť a monotonnosť

Funkcia f je spojitá a rýdzo monotónna na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Intervaly I a $f(I)$ majú rovnaký typ. [Oba sú otvorené, resp. uzavreté, resp. z jednej strany otvorené a z druhej uzavreté.]

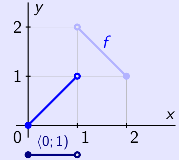
Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Potom platí:

• f je prostá na I. $\Leftrightarrow$ • f je rýdzo monotónna na I (rastúca alebo klesajúca).



• Ak množina I nie je interval, potom tvrdenie neplatí. [Množinu I musíme rozdeliť na disjunktné intervaly.]

Označme $f\colon y = \begin{cases} x & \text{pre } x \in \langle 0; 1), \\ 3-x & \text{pre } x \in (1; 2\rangle. \end{cases}$



• f je spojitá a prostá, ale nie monotónna na svojom $D(f) = \langle 0; 2\rangle - \{1\}$.

• f je rastúca a prostá na $\langle 0; 1)$,

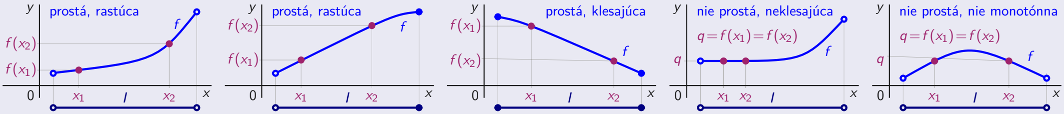
Spojitosť na intervaloch – Spojitosť a monotonnosť

Funkcia f je spojitá a rýdzo monotónna na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Intervaly I a $f(I)$ majú rovnaký typ. [Oba sú otvorené, resp. uzavreté, resp. z jednej strany otvorené a z druhej uzavreté.]

Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Potom platí:

• f je prostá na I. $\Leftrightarrow$ • f je rýdzo monotónna na I (rastúca alebo klesajúca).

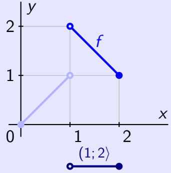


• Ak množina I nie je interval, potom tvrdenie neplatí. [Množinu I musíme rozdeliť na disjunktné intervaly.]

Označme $f\colon y = \begin{cases} x & \text{pre } x \in \langle 0;1), \\ 3-x & \text{pre } x \in (1;2\rangle. \end{cases}$

• f je spojitá a prostá, ale nie monotónna na svojom $D(f) = \langle 0;2\rangle - \{1\}$.

• f je rastúca a prostá na $\langle 0;1)$, klesajúca a prostá na $(1;2\rangle$.



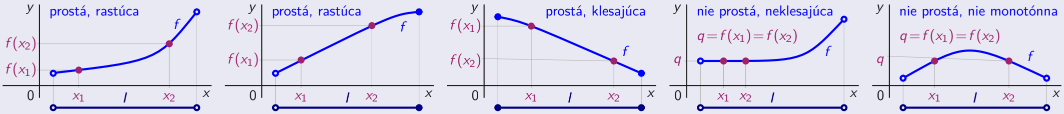
Spojitosť na intervaloch – Spojitosť a monotonnosť

Funkcia f je spojitá a rýdzo monotónna na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Intervaly I a $f(I)$ majú rovnaký typ. [Oba sú otvorené, resp. uzavreté, resp. z jednej strany otvorené a z druhej uzavreté.]

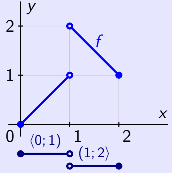
Funkcia f je spojitá na intervale $I \subset D(f)$. Potom platí:

• f je prostá na I. $\Leftrightarrow$ • f je rýdzo monotónna na I (rastúca alebo klesajúca).



• Ak množina I nie je interval, potom tvrdenie neplatí. [Množinu I musíme rozdeliť na disjunktné intervaly.]

Označme $f\colon y = \begin{cases} x & \text{pre } x \in \langle 0;1), \\ 3-x & \text{pre } x \in (1;2\rangle. \end{cases}$



• f je spojitá a prostá, ale nie monotónna na svojom $D(f) = \langle 0;2\rangle - \{1\}$.

• f je rastúca a prostá na $\langle 0;1)$, klesajúca a prostá na $(1;2\rangle$.

Spojitosť na intervaloch – Spojitosť na intervale (nie uzavretom)

Spojitá (nekonštantná) funkcia f zobrazuje interval (neuzavretý) $I \subset D(f)$

$(a; b)$

$\langle a; b)$

$(a; \infty)$

$\langle a; \infty)$

$(-\infty; \infty)$

Spojitosť na intervaloch – Spojitosť na intervale (nie uzavretom)

Spojitá (nekonštantná) funkcia f zobrazuje interval (neuzavretý) $I \subset D(f)$ na interval $f(I)$.

$I \longmapsto f(I)$

$(a; b)$

$\langle a; b)$

$(a; \infty)$

$\langle a; \infty)$

$(-\infty; \infty)$

Spojitosť na intervaloch – Spojitosť na intervale (nie uzavretom)

Spojitá (nekonštantná) funkcia f zobrazuje interval (neuzavretý) $I \subset D(f)$ na interval $f(I)$.

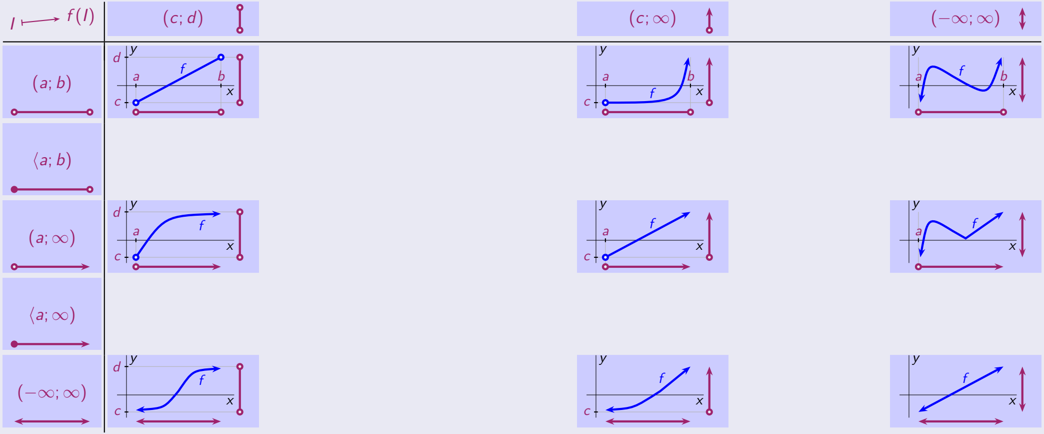
$f(I)$ môže byť:

$I \longmapsto f(I)$	
$(a; b)$	
$\langle a; b)$	
$(a; \infty)$	
$\langle a; \infty)$	
$(-\infty; \infty)$	

Spojitosť na intervaloch – Spojitosť na intervale (nie uzavretom)

Spojitá (nekonštantná) funkcia f zobrazuje interval (neuzavretý) $I \subset D(f)$ na interval $f(I)$.

$f(I)$ môže byť: • otvorený,

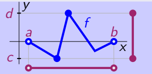
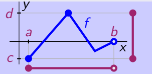
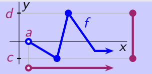
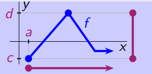
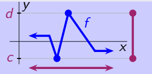


Spojitosť na intervaloch – Spojitosť na intervale (nie uzavretom)

Spojitá (nekonštantná) funkcia f zobrazuje interval (neuzavretý) $I \subset D(f)$ na interval $f(I)$.

$f(I)$ môže byť:

- uzavretý,

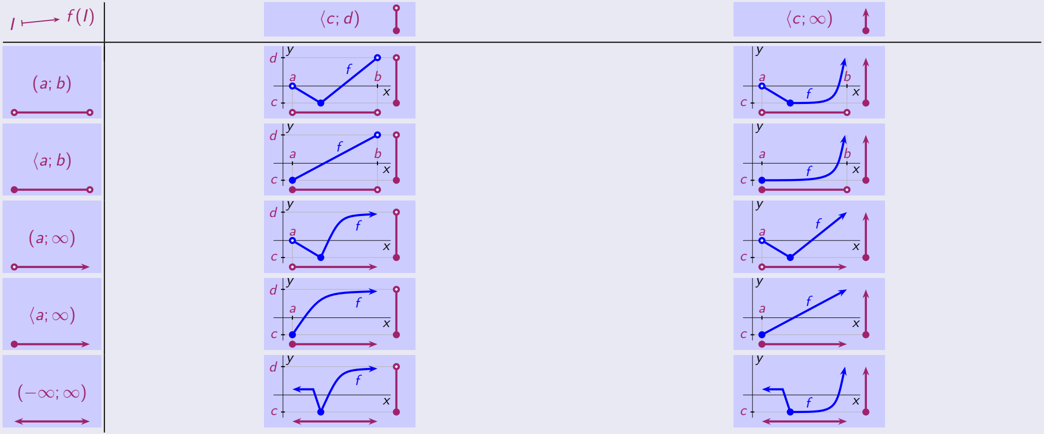
$I \longmapsto f(I)$	$\langle c; d \rangle$
$(a; b)$	
$\langle a; b)$	
$(a; \infty)$	
$\langle a; \infty)$	
$(-\infty; \infty)$	

Spojitosť na intervaloch – Spojitosť na intervale (nie uzavretom)

Spojitá (nekonštantná) funkcia f zobrazuje interval (neuzavretý) $I \subset D(f)$ na interval $f(I)$.

$f(I)$ môže byť:

- z jednej strany otvorený a z druhej uzavretý,

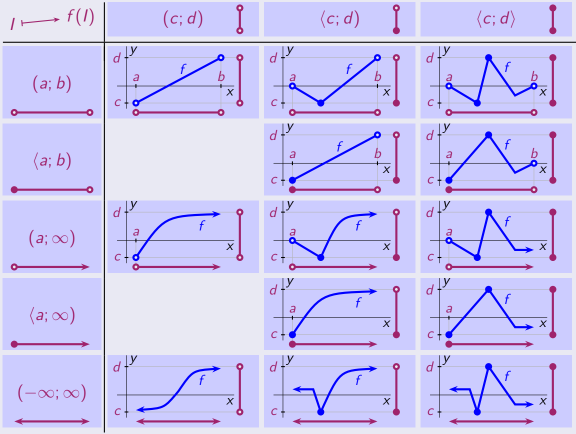


Spojitosť na intervaloch – Spojitosť na intervale (nie uzavretom)

Spojitá (nekonštantná) funkcia f zobrazuje interval (neuzavretý) $I \subset D(f)$ na interval $f(I)$.

$f(I)$ môže byť:

- ohraničený,

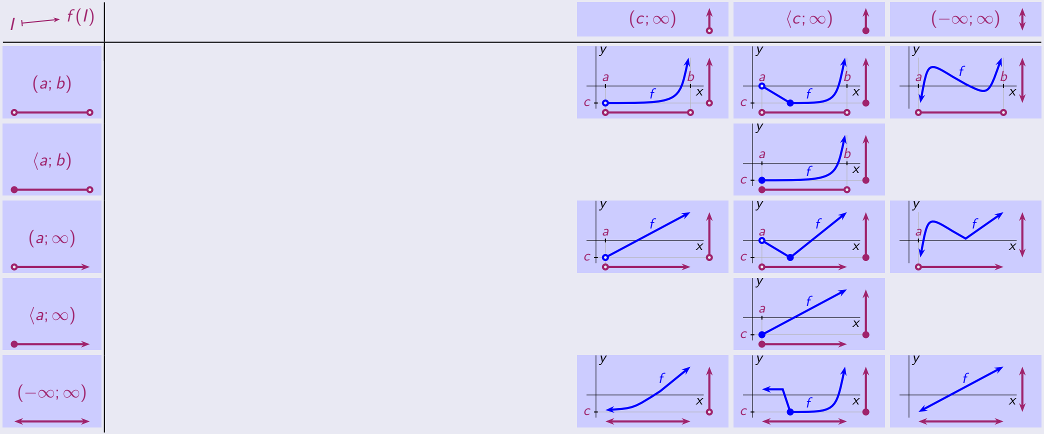


Spojitosť na intervaloch – Spojitosť na intervale (nie uzavretom)

Spojitá (nekonštantná) funkcia f zobrazuje interval (neuzavretý) $I \subset D(f)$ na interval $f(I)$.

$f(I)$ môže byť:

- neohraničený zdola alebo zhora,

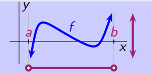
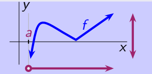
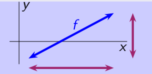


Spojitosť na intervaloch – Spojitosť na intervale (nie uzavretom)

Spojitá (nekonštantná) funkcia f zobrazuje interval (neuzavretý) $I \subset D(f)$ na interval $f(I)$.

$f(I)$ môže byť:

- neohraničený zdola a aj zhora.

$I \longmapsto f(I)$	$(-\infty; \infty)$
$(a; b)$	
$\langle a; b)$	
$(a; \infty)$	
$\langle a; \infty)$	
$(-\infty; \infty)$	

Spojitosť na intervaloch – Spojitosť na intervale (nie uzavretom)

Spojitá (nekonštantná) funkcia f zobrazuje interval (neuzavretý) $I \subset D(f)$ na interval $f(I)$.

$f(I)$ môže byť:

[Ak je I uzavretý, je aj $f(I)$ uzavretý interval (Weierstrasse).]

$I \longmapsto f(I)$	
$(a; b)$	
$\langle a; b)$	
$(a; \infty)$	
$\langle a; \infty)$	
$(-\infty; \infty)$	

Spojitosť na intervaloch – Spojitosť na intervale (nie uzavretom)

Spojitá (nekonštantná) funkcia f zobrazuje interval (neuzavretý) $I \subset D(f)$ na interval $f(I)$.

$f(I)$ môže byť:

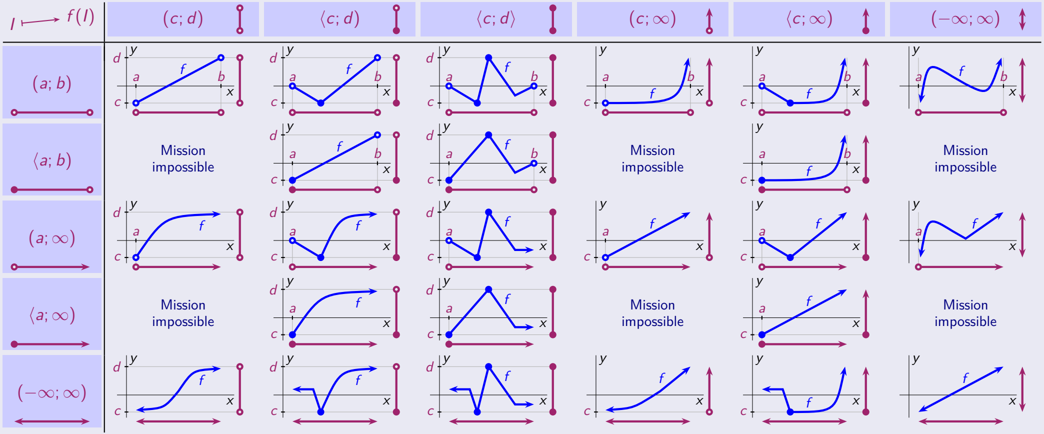
$I \longmapsto f(I)$	$(c; d)$	$(c; \infty)$	$(-\infty; \infty)$
$(a; b)$			
$\langle a; b)$	Mission impossible	Mission impossible	Mission impossible
$(a; \infty)$			
$\langle a; \infty)$	Mission impossible	Mission impossible	Mission impossible
$(-\infty; \infty)$			

Spojitosť na intervaloch – Spojitosť na intervale (nie uzavretom)

Spojitá (nekonštantná) funkcia f zobrazuje interval (neuzavretý) $I \subset D(f)$ na interval $f(I)$.

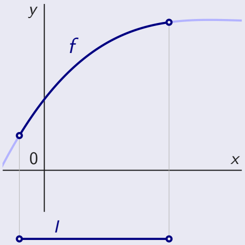
$f(I)$ môže byť:
- otvorený,
- uzavretý,
- z jednej strany otvorený a z druhej uzavretý,
- ohraničený,
- neohraničený zdola alebo zhora,
- neohraničený zdola a aj zhora.

[Ak je I uzavretý, je aj $f(I)$ uzavretý interval (Weierstrasse).]



Spojitosť na intervaloch – Veta o nulovom bode

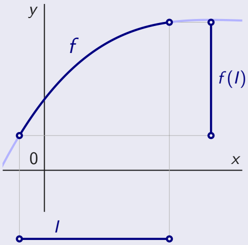
Funkcia f je prostá a spojitá na intervale $I \subset D(f)$.



Spojitosť na intervaloch – Veta o nulovom bode

Funkcia f je prostá a spojitá na intervale $I \subset D(f)$.

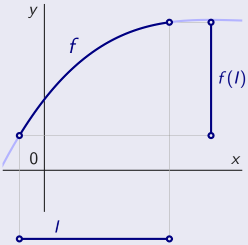
[$f\colon I \to f(I)$ je spojitá a prostá na intervale I.



Spojitosť na intervaloch – Veta o nulovom bode

Funkcia f je prostá a spojitá na intervale $I \subset D(f)$.

[$f\colon I \to f(I)$ je spojitá a prostá na intervale I. $\Rightarrow$ f je rýdzo monotónna, t. j. rastúca alebo klesajúca na I.]

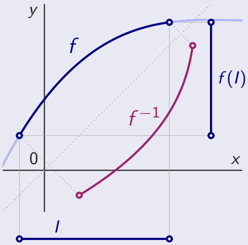


Spojitosť na intervaloch – Veta o nulovom bode

Funkcia f je prostá a spojitá na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Inverzná funkcia f^{-1}

[$f\colon I \to f(I)$ je spojitá a prostá na intervale I. $\Rightarrow$ f je rýdzo monotónna, t. j. rastúca alebo klesajúca na I.]

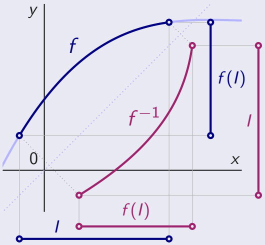


Spojitosť na intervaloch – Veta o nulovom bode

Funkcia f je prostá a spojitá na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Inverzná funkcia f^{-1} je spojitá na intervale $f(I)$.

[$f\colon I \to f(I)$ je spojitá a prostá na intervale I. $\Rightarrow$ f je rýdzo monotónna, t. j. rastúca alebo klesajúca na I.]

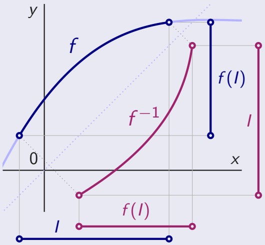


Spojitosť na intervaloch – Veta o nulovom bode

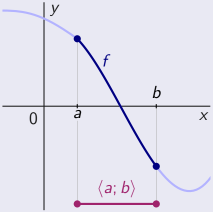
Funkcia f je prostá a spojitá na intervale $I \subset D(f)$.

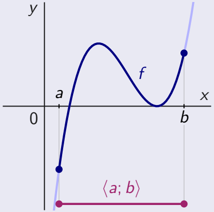
$\Rightarrow$ • Inverzná funkcia f^{-1} je spojitá na intervale $f(I)$.

[$f\colon I \to f(I)$ je spojitá a prostá na intervale I. $\Rightarrow$ f je rýdzo monotónna, t. j. rastúca alebo klesajúca na I.]



Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$.



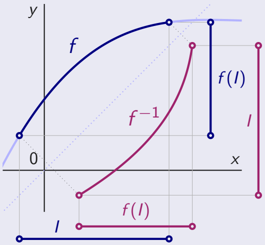


Spojitosť na intervaloch – Veta o nulovom bode

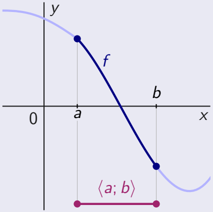
Funkcia f je prostá a spojitá na intervale $I \subset D(f)$.

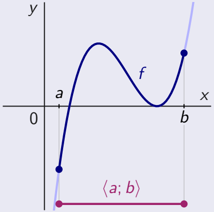
$\Rightarrow$ • Inverzná funkcia f^{-1} je spojitá na intervale $f(I)$.

[$f\colon I \to f(I)$ je spojitá a prostá na intervale I. $\Rightarrow$ f je rýdzo monotónna, t. j. rastúca alebo klesajúca na I.]



Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$. Platí $f(a) \cdot f(b) < 0$.



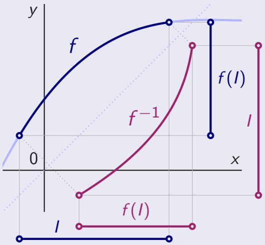


Spojitosť na intervaloch – Veta o nulovom bode

Funkcia f je prostá a spojitá na intervale $I \subset D(f)$.

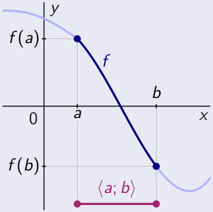
$\Rightarrow$ • Inverzná funkcia f^{-1} je spojitá na intervale $f(I)$.

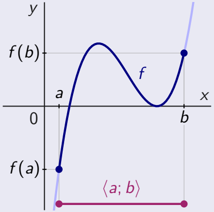
[$f\colon I \to f(I)$ je spojitá a prostá na intervale I. $\Rightarrow$ f je rýdzo monotónna, t. j. rastúca alebo klesajúca na I.]



Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$. Platí $f(a) \cdot f(b) < 0$.

[Nerovnosť $f(a) \cdot f(b) < 0$ znamená jednu z možností:



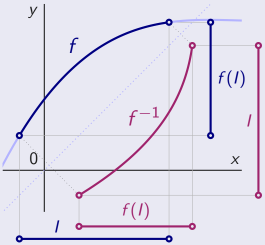


Spojitosť na intervaloch – Veta o nulovom bode

Funkcia f je prostá a spojitá na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Inverzná funkcia f^{-1} je spojitá na intervale $f(I)$.

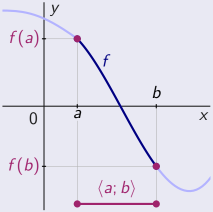
[$f\colon I \to f(I)$ je spojitá a prostá na intervale I. $\Rightarrow$ f je rýdzo monotónna, t. j. rastúca alebo klesajúca na I.]

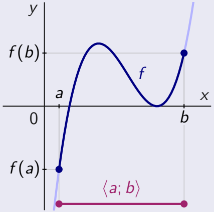


Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$. Platí $f(a) \cdot f(b) < 0$.

[Nerovnosť $f(a) \cdot f(b) < 0$ znamená jednu z možností:

• $f(a) > 0 > f(b)$,



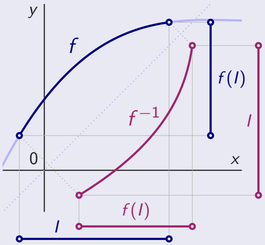


Spojitosť na intervaloch – Veta o nulovom bode

Funkcia f je prostá a spojitá na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Inverzná funkcia f^{-1} je spojitá na intervale $f(I)$.

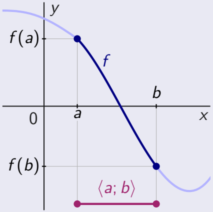
[$f\colon I \to f(I)$ je spojitá a prostá na intervale I. $\Rightarrow$ f je rýdzo monotónna, t. j. rastúca alebo klesajúca na I.]

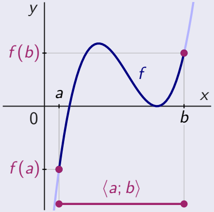


Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$. Platí $f(a) \cdot f(b) < 0$.

[Nerovnosť $f(a) \cdot f(b) < 0$ znamená jednu z možností:

- $f(a) > 0 > f(b)$,
- $f(a) < 0 < f(b)$.]



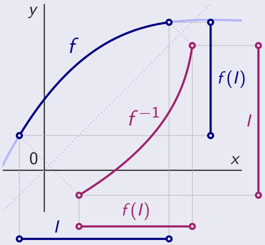


Spojitosť na intervaloch – Veta o nulovom bode

Funkcia f je prostá a spojitá na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Inverzná funkcia f^{-1} je spojitá na intervale $f(I)$.

[$f\colon I \to f(I)$ je spojitá a prostá na intervale I. $\Rightarrow$ f je rýdzo monotónna, t. j. rastúca alebo klesajúca na I.]

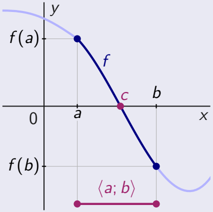


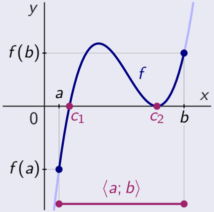
Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$. Platí $f(a)\cdot f(b) < 0$.

$\Rightarrow$ • Existuje $c \in (a; b)$ také, že $f(c) = 0$.

[Nerovnosť $f(a)\cdot f(b) < 0$ znamená jednu z možností:

- $f(a) > 0 > f(b)$,
- $f(a) < 0 < f(b)$.]



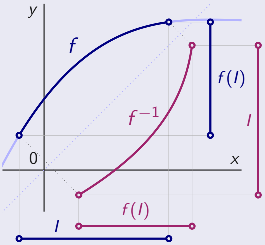


Spojitosť na intervaloch – Veta o nulovom bode

Funkcia f je prostá a spojitá na intervale $I \subset D(f)$.

$\Rightarrow$ • Inverzná funkcia f^{-1} je spojitá na intervale $f(I)$.

[$f\colon I \to f(I)$ je spojitá a prostá na intervale I. $\Rightarrow$ f je rýdzo monotónna, t. j. rastúca alebo klesajúca na I.]



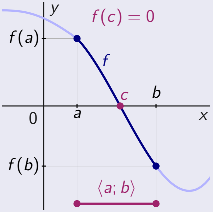
Funkcia f je spojitá na uzavretom intervale $\langle a; b\rangle \subset D(f)$. Platí $f(a) \cdot f(b) < 0$.

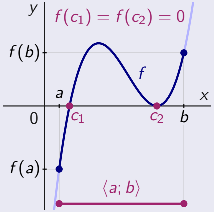
$\Rightarrow$ • Existuje $c \in (a; b)$ také, že $f(c) = 0$.

[Rovnica $f(x) = 0$ má reálny koreň, t. j. nulový bod na intervale $(a; b)$.]

[Nerovnosť $f(a) \cdot f(b) < 0$ znamená jednu z možností:

- $f(a) > 0 > f(b)$,
- $f(a) < 0 < f(b)$.]





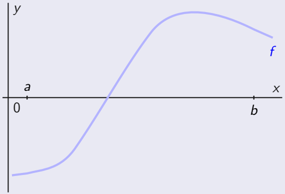
Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

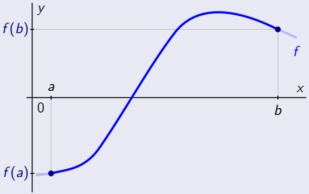
f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b \rangle$,



Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a) \cdot f(b) < 0$.



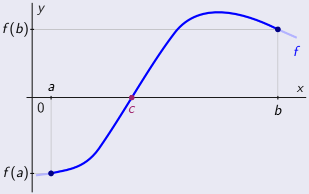
$0 < f(b)$

$f(a) < 0$

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a) \cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.



$0 < f(b)$

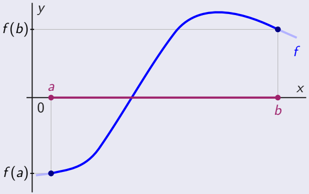
$f(a) < 0$

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

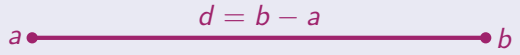
f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b \rangle$, pričom $f(a) \cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b \rangle$.



$0 < f(b)$

$f(a) < 0$

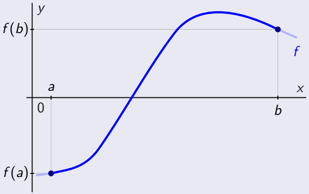


Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

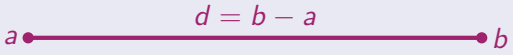
f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a) \cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.



$0 < f(b)$

$f(a) < 0$

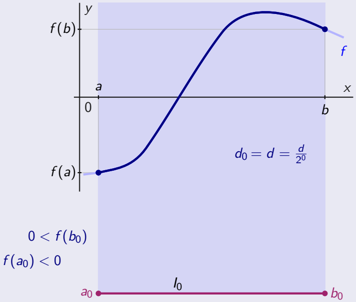


Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



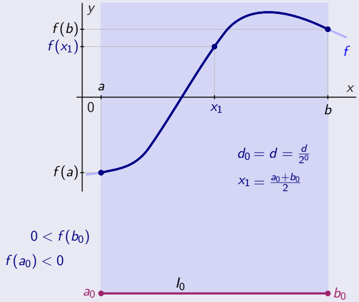
Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.

Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$

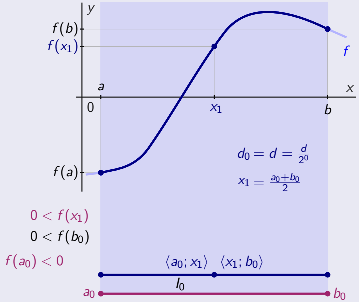


Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$

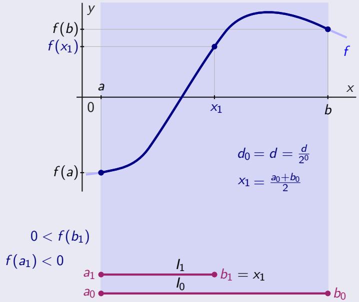
ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$,

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



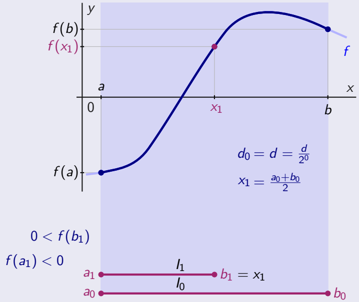
Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$ ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$

ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

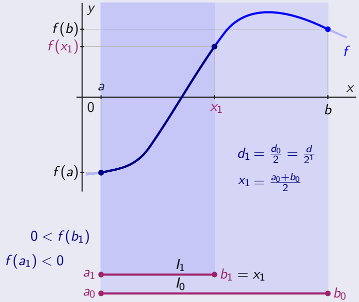
- $c \approx x_1$

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$ ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

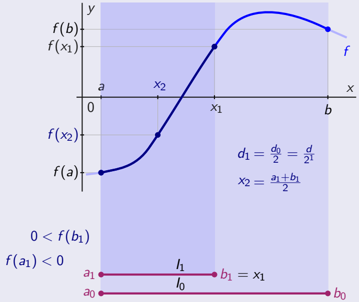
- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \dfrac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$ ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \dfrac{d_0}{2} = \dfrac{d}{2^1}$.

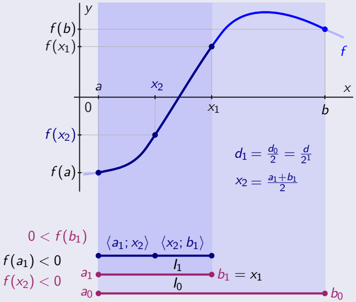
Krok 2 Označme $x_2 = \dfrac{a_1+b_1}{2}$

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$

ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

Krok 2 Označme $x_2 = \frac{a_1+b_1}{2}$ a označme $I_2 = \langle a_2; b_2\rangle$

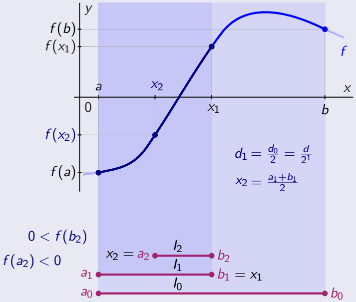
ten z intervalov $\langle a_1; x_2\rangle$, $\langle x_2; b_1\rangle$,

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$ ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

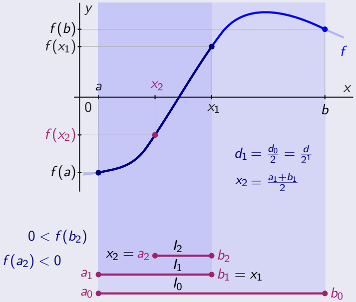
Krok 2 Označme $x_2 = \frac{a_1+b_1}{2}$ a označme $I_2 = \langle a_2; b_2\rangle$ ten z intervalov $\langle a_1; x_2\rangle$, $\langle x_2; b_1\rangle$, aby platilo $f(a_2)\cdot f(b_2) < 0$.

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$

ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

Krok 2 Označme $x_2 = \frac{a_1+b_1}{2}$ a označme $I_2 = \langle a_2; b_2\rangle$

ten z intervalov $\langle a_1; x_2\rangle$, $\langle x_2; b_1\rangle$, aby platilo $f(a_2)\cdot f(b_2) < 0$.

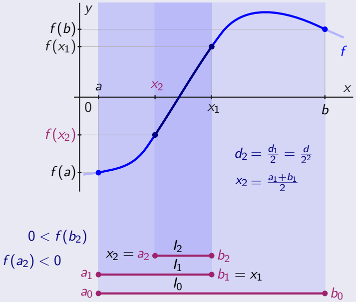
- $c \approx x_2$

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$

ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

Krok 2 Označme $x_2 = \frac{a_1+b_1}{2}$ a označme $I_2 = \langle a_2; b_2\rangle$

ten z intervalov $\langle a_1; x_2\rangle$, $\langle x_2; b_1\rangle$, aby platilo $f(a_2)\cdot f(b_2) < 0$.

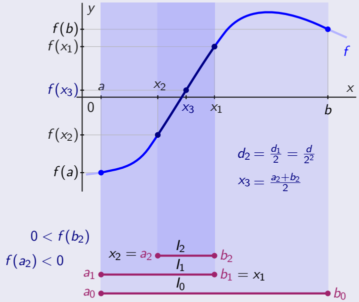
- $c \approx x_2$ s chybou $|x_2 - x| < d_2 = \frac{d_1}{2} = \frac{d}{2^2}$.

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$ ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

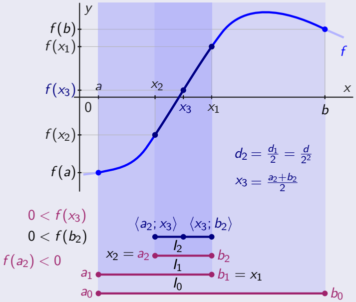
Krok 3 Označme $x_3 = \frac{a_2+b_2}{2}$

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$

ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

Krok 3 Označme $x_3 = \frac{a_2+b_2}{2}$ a označme $I_3 = \langle a_3; b_3\rangle$

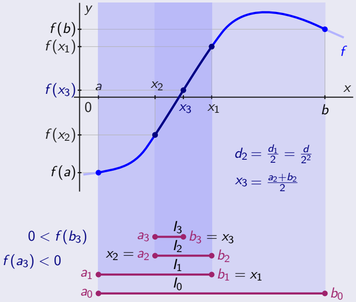
ten z intervalov $\langle a_2; x_3\rangle$, $\langle x_3; b_2\rangle$,

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c\in(a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$

ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

Krok 3 Označme $x_3 = \frac{a_2+b_2}{2}$ a označme $I_3 = \langle a_3; b_3\rangle$

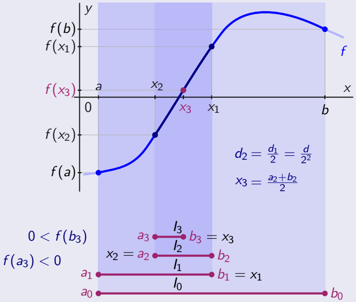
ten z intervalov $\langle a_2; x_3\rangle$, $\langle x_3; b_2\rangle$, aby platilo $f(a_3)\cdot f(b_3) < 0$.

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c\in(a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$

ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

Krok 3 Označme $x_3 = \frac{a_2+b_2}{2}$ a označme $I_3 = \langle a_3; b_3\rangle$

ten z intervalov $\langle a_2; x_3\rangle$, $\langle x_3; b_2\rangle$, aby platilo $f(a_3)\cdot f(b_3) < 0$.

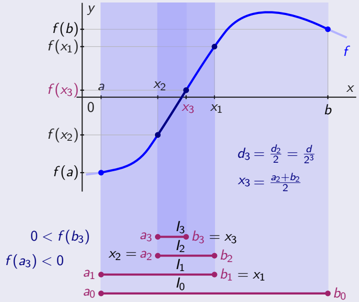
- $c \approx x_3$

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$ ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

Krok 3 Označme $x_3 = \frac{a_2+b_2}{2}$ a označme $I_3 = \langle a_3; b_3\rangle$ ten z intervalov $\langle a_2; x_3\rangle$, $\langle x_3; b_2\rangle$, aby platilo $f(a_3)\cdot f(b_3) < 0$.

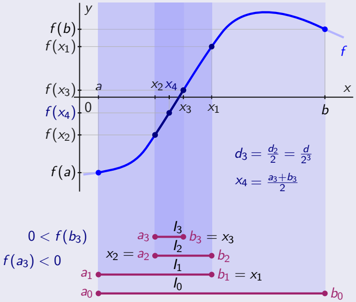
- $c \approx x_3$ s chybou $|x_3 - x| < d_3 = \frac{d_2}{2} = \frac{d}{2^3}$.

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$ ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

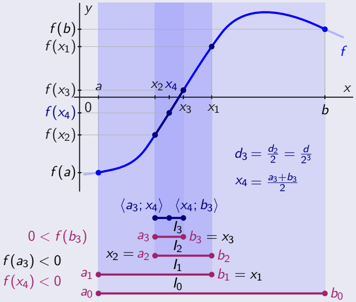
Krok 4 Označme $x_4 = \frac{a_3+b_3}{2}$

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$

ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

Krok 4 Označme $x_4 = \frac{a_3+b_3}{2}$ a označme $I_4 = \langle a_4; b_4\rangle$

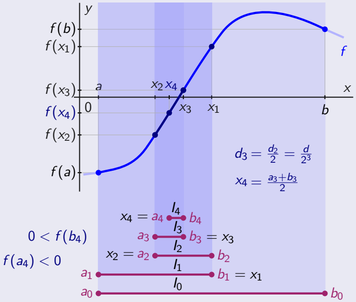
ten z intervalov $\langle a_3; x_4\rangle$, $\langle x_4; b_3\rangle$,

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$

ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

Krok 4 Označme $x_4 = \frac{a_3+b_3}{2}$ a označme $I_4 = \langle a_4; b_4\rangle$

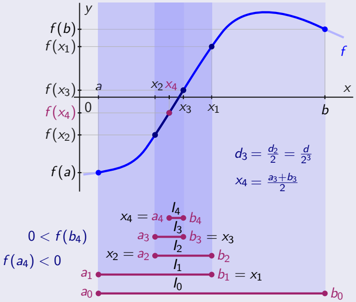
ten z intervalov $\langle a_3; x_4\rangle$, $\langle x_4; b_3\rangle$, aby platilo $f(a_4)\cdot f(b_4) < 0$.

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$ ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

Krok 4 Označme $x_4 = \frac{a_3+b_3}{2}$ a označme $I_4 = \langle a_4; b_4\rangle$ ten z intervalov $\langle a_3; x_4\rangle$, $\langle x_4; b_3\rangle$, aby platilo $f(a_4)\cdot f(b_4) < 0$.

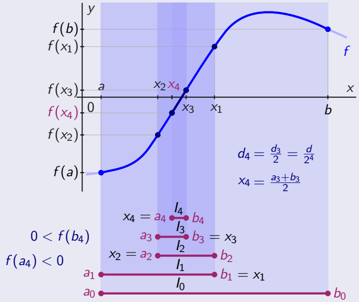
- $c \approx x_2$

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$

ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

Krok 4 Označme $x_4 = \frac{a_3+b_3}{2}$ a označme $I_4 = \langle a_4; b_4\rangle$

ten z intervalov $\langle a_3; x_4\rangle$, $\langle x_4; b_3\rangle$, aby platilo $f(a_4)\cdot f(b_4) < 0$.

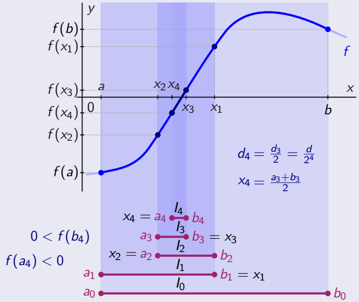
- $c \approx x_2$ s chybou $|x_4 - x| < d_4 = \frac{d_3}{2} = \frac{d}{2^4}$.

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$

ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

Krok 4 Označme $x_4 = \frac{a_3+b_3}{2}$ a označme $I_4 = \langle a_4; b_4\rangle$

ten z intervalov $\langle a_3; x_4\rangle$, $\langle x_4; b_3\rangle$, aby platilo $f(a_4)\cdot f(b_4) < 0$.

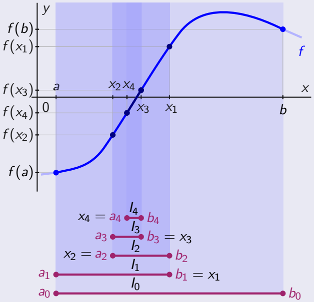
- $c \approx x_2$ s chybou $|x_4 - x| < d_4 = \frac{d_3}{2} = \frac{d}{2^4}$.

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$

ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

Krok 2 Označme $x_2 = \frac{a_1+b_1}{2}$ a označme $I_2 = \langle a_2; b_2\rangle$

ten z intervalov $\langle a_1; x_2\rangle$, $\langle x_2; b_1\rangle$, aby platilo $f(a_2)\cdot f(b_2) < 0$.

- $c \approx x_2$ s chybou $|x_2 - x| < d_2 = \frac{d_1}{2} = \frac{d}{2^2}$.

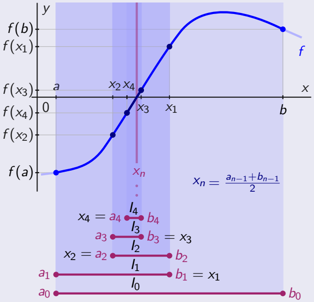
• • • Pokračujeme až po také n, aby bola splnená tolerancia $|x_n - x| \leq \varepsilon$, resp. $f(x_n) \leq \varepsilon$.

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c\in(a;b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$ ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

Krok 2 Označme $x_2 = \frac{a_1+b_1}{2}$ a označme $I_2 = \langle a_2; b_2\rangle$ ten z intervalov $\langle a_1; x_2\rangle$, $\langle x_2; b_1\rangle$, aby platilo $f(a_2)\cdot f(b_2) < 0$.

- $c \approx x_2$ s chybou $|x_2 - x| < d_2 = \frac{d_1}{2} = \frac{d}{2^2}$.

• • • Pokračujeme až po také n, aby bola splnená tolerancia $|x_n - x| \leq \varepsilon$, resp. $f(x_n) \leq \varepsilon$.

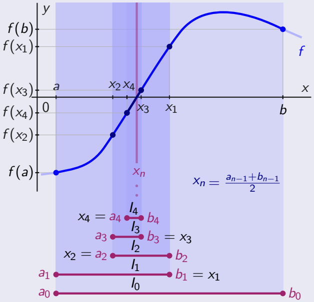
Krok n Označme $x_n = \frac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$

ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

Krok 2 Označme $x_2 = \frac{a_1+b_1}{2}$ a označme $I_2 = \langle a_2; b_2\rangle$

ten z intervalov $\langle a_1; x_2\rangle$, $\langle x_2; b_1\rangle$, aby platilo $f(a_2)\cdot f(b_2) < 0$.

- $c \approx x_2$ s chybou $|x_2 - x| < d_2 = \frac{d_1}{2} = \frac{d}{2^2}$.

• • • Pokračujeme až po také n, aby bola splnená tolerancia $|x_n - x| \leq \varepsilon$, resp. $f(x_n) \leq \varepsilon$.

Krok n Označme $x_n = \frac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$ a označme $I_n = \langle a_n; b_n\rangle$

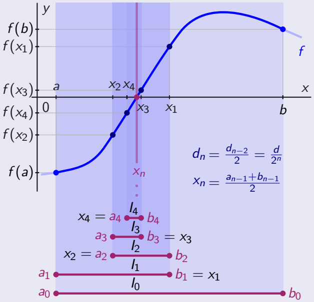
ten z intervalov $\langle a_{n-1}; x_n\rangle$, $\langle x_n; b_{n-1}\rangle$, aby $f(a_n)\cdot f(b_n) < 0$.

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a;b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b)<0$. Hľadáme koreň $c\in(a;b)$.

- Označme $d=b-a$ dĺžku intervalu $\langle a;b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon>0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0=a$, $b_0=b$, $d_0=b_0-a_0=d$.



- Koreň aproximujeme hodnotou $c\approx x_n=\frac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$

Krok 1 Označme $x_1=\dfrac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1=\langle a_1;b_1\rangle$ ten z intervalov $\langle a_0;x_1\rangle$, $\langle x_1;b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1)<0$.

- $c\approx x_1$ s chybou $|x_1-x|<d_1=\dfrac{d_0}{2}=\dfrac{d}{2^1}$.

Krok 2 Označme $x_2=\dfrac{a_1+b_1}{2}$ a označme $I_2=\langle a_2;b_2\rangle$ ten z intervalov $\langle a_1;x_2\rangle$, $\langle x_2;b_1\rangle$, aby platilo $f(a_2)\cdot f(b_2)<0$.

- $c\approx x_2$ s chybou $|x_2-x|<d_2=\dfrac{d_1}{2}=\dfrac{d}{2^2}$.

• • • Pokračujeme až po také n, aby bola splnená tolerancia $|x_n-x|\leq\varepsilon$, resp. $f(x_n)\leq\varepsilon$.

Krok n Označme $x_n=\dfrac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$ a označme $I_n=\langle a_n;b_n\rangle$ ten z intervalov $\langle a_{n-1};x_n\rangle$, $\langle x_n;b_{n-1}\rangle$, aby $f(a_n)\cdot f(b_n)<0$.

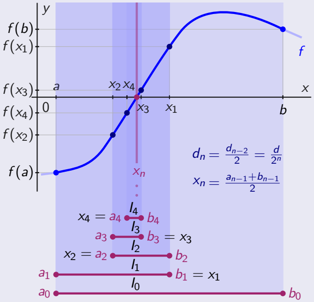
- $c\approx x_n$ s chybou $|x_n-x|<d_n=\dfrac{d_{n-1}}{2}=\dfrac{d}{2^n}\leq\varepsilon$.

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c\in(a;b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



- Koreň aproximujeme hodnotou $c \approx x_n = \frac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$ tak, aby chyba $|c - x| < \varepsilon$,

Krok 1 Označme $x_1 = \dfrac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$ ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \dfrac{d_0}{2} = \dfrac{d}{2^1}$.

Krok 2 Označme $x_2 = \dfrac{a_1+b_1}{2}$ a označme $I_2 = \langle a_2; b_2\rangle$ ten z intervalov $\langle a_1; x_2\rangle$, $\langle x_2; b_1\rangle$, aby platilo $f(a_2)\cdot f(b_2) < 0$.

- $c \approx x_2$ s chybou $|x_2 - x| < d_2 = \dfrac{d_1}{2} = \dfrac{d}{2^2}$.

• • • Pokračujeme až po také n, aby bola splnená tolerancia $|x_n - x| \leq \varepsilon$, resp. $f(x_n) \leq \varepsilon$.

Krok n Označme $x_n = \dfrac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$ a označme $I_n = \langle a_n; b_n\rangle$ ten z intervalov $\langle a_{n-1}; x_n\rangle$, $\langle x_n; b_{n-1}\rangle$, aby $f(a_n)\cdot f(b_n) < 0$.

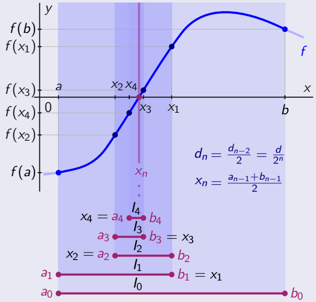
- $c \approx x_n$ s chybou $|x_n - x| < d_n = \dfrac{d_{n-1}}{2} = \dfrac{d}{2^n} \leq \varepsilon$.

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



- Koreň aproximujeme hodnotou $c \approx x_n = \frac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$ tak, aby chyba $|c - x| < \varepsilon$, resp. $|f(c)| < \varepsilon$.

Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$ ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

Krok 2 Označme $x_2 = \frac{a_1+b_1}{2}$ a označme $I_2 = \langle a_2; b_2\rangle$ ten z intervalov $\langle a_1; x_2\rangle$, $\langle x_2; b_1\rangle$, aby platilo $f(a_2)\cdot f(b_2) < 0$.

- $c \approx x_2$ s chybou $|x_2 - x| < d_2 = \frac{d_1}{2} = \frac{d}{2^2}$.

• • • Pokračujeme až po také n, aby bola splnená tolerancia $|x_n - x| \leq \varepsilon$, resp. $f(x_n) \leq \varepsilon$.

Krok n Označme $x_n = \frac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$ a označme $I_n = \langle a_n; b_n\rangle$ ten z intervalov $\langle a_{n-1}; x_n\rangle$, $\langle x_n; b_{n-1}\rangle$, aby $f(a_n)\cdot f(b_n) < 0$.

- $c \approx x_n$ s chybou $|x_n - x| < d_n = \frac{d_{n-1}}{2} = \frac{d}{2^n} \leq \varepsilon$.

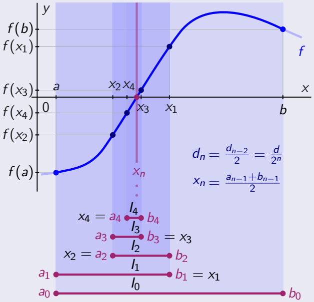
Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu).

[Najjednoduchší spôsob na hľadanie koreňov funkcie.]

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



- Koreň aproximujeme hodnotou $c \approx x_n = \frac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$
  tak, aby chyba $|c - x| < \varepsilon$, resp. $|f(c)| < \varepsilon$.

- Metóda je jednoduchá, ale prácna.

Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$

ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

Krok 2 Označme $x_2 = \frac{a_1+b_1}{2}$ a označme $I_2 = \langle a_2; b_2\rangle$

ten z intervalov $\langle a_1; x_2\rangle$, $\langle x_2; b_1\rangle$, aby platilo $f(a_2)\cdot f(b_2) < 0$.

- $c \approx x_2$ s chybou $|x_2 - x| < d_2 = \frac{d_1}{2} = \frac{d}{2^2}$.

• • • Pokračujeme až po také n, aby bola splnená tolerancia $|x_n - x| \le \varepsilon$, resp. $f(x_n) \le \varepsilon$.

Krok n Označme $x_n = \frac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$ a označme $I_n = \langle a_n; b_n\rangle$

ten z intervalov $\langle a_{n-1}; x_n\rangle$, $\langle x_n; b_{n-1}\rangle$, aby $f(a_n)\cdot f(b_n) < 0$.

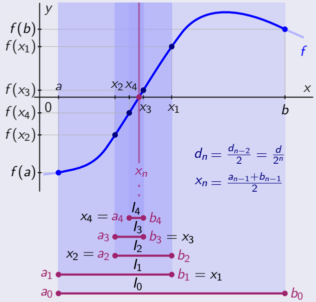
- $c \approx x_n$ s chybou $|x_n - x| < d_n = \frac{d_{n-1}}{2} = \frac{d}{2^n} \le \varepsilon$.

Spojitosť na intervaloch – Metóda bisekcie (polenia intervalu)

Metóda bisekcie (postupného polenia intervalu). [Najjednoduchší spôsob na hľadanie koreňov funkcie.]

f je spojitá funkcia na intervale $\langle a; b\rangle$, pričom $f(a)\cdot f(b) < 0$. Hľadáme koreň $c \in (a; b)$.

- Označme $d = b - a$ dĺžku intervalu $\langle a; b\rangle$.
- Zvoľme $\varepsilon > 0$ toleranciu (presnosť, chybu) výpočtu.
- Označme $a_0 = a$, $b_0 = b$, $d_0 = b_0 - a_0 = d$.



- Koreň aproximujeme hodnotou $c \approx x_n = \frac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$ tak, aby chyba $|c - x| < \varepsilon$, resp. $|f(c)| < \varepsilon$.

- Metóda je jednoduchá, ale prácna. [Na spresnenie koreňa o jeden rád sú nutné asi 4 kroky.]

Krok 1 Označme $x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$ a označme $I_1 = \langle a_1; b_1\rangle$ ten z intervalov $\langle a_0; x_1\rangle$, $\langle x_1; b_0\rangle$, aby platilo $f(a_1)\cdot f(b_1) < 0$.

- $c \approx x_1$ s chybou $|x_1 - x| < d_1 = \frac{d_0}{2} = \frac{d}{2^1}$.

Krok 2 Označme $x_2 = \frac{a_1+b_1}{2}$ a označme $I_2 = \langle a_2; b_2\rangle$ ten z intervalov $\langle a_1; x_2\rangle$, $\langle x_2; b_1\rangle$, aby platilo $f(a_2)\cdot f(b_2) < 0$.

- $c \approx x_2$ s chybou $|x_2 - x| < d_2 = \frac{d_1}{2} = \frac{d}{2^2}$.

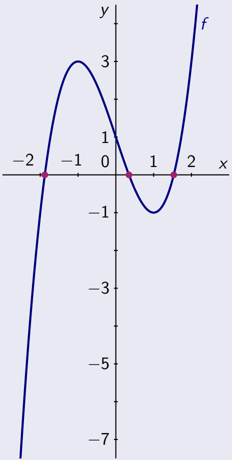
• • • Pokračujeme až po také n, aby bola splnená tolerancia $|x_n - x| \leq \varepsilon$, resp. $f(x_n) \leq \varepsilon$.

Krok n Označme $x_n = \frac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$ a označme $I_n = \langle a_n; b_n\rangle$ ten z intervalov $\langle a_{n-1}; x_n\rangle$, $\langle x_n; b_{n-1}\rangle$, aby $f(a_n)\cdot f(b_n) < 0$.

- $c \approx x_n$ s chybou $|x_n - x| < d_n = \frac{d_{n-1}}{2} = \frac{d}{2^n} \leq \varepsilon$.

Spojitosť na intervaloch – Príklad

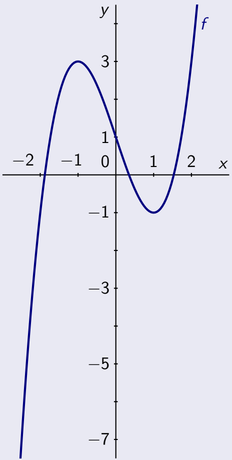
S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$.



Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$.

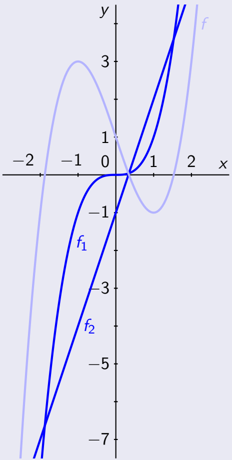
- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0.$



Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0.$ $\Leftrightarrow$ • $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

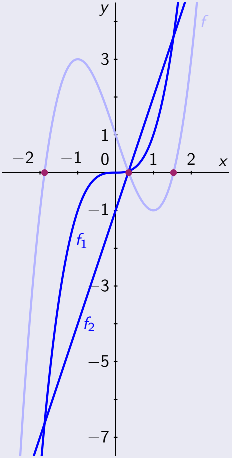


Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1.$

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0.$ $\Leftrightarrow$
- $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$

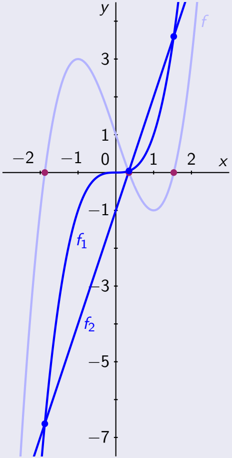


Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0.$ $\Leftrightarrow$ • $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií $f_1\colon y = x^3$ a $f_2\colon y = 3x - 1$.]

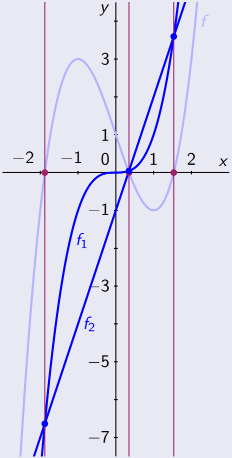


Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) **koreň** funkcie $f: y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0.$ $\Leftrightarrow$
- $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie f: $y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií f_1: $y = x^3$ a f_2: $y = 3x - 1$.]

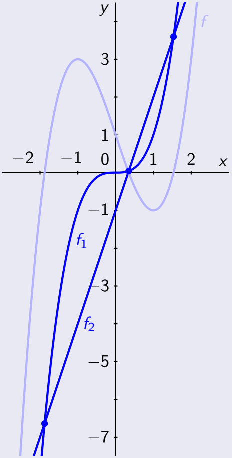


Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) **koreň** funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0.$ $\Leftrightarrow$ • $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií $f_1\colon y = x^3$ a $f_2\colon y = 3x - 1$.]



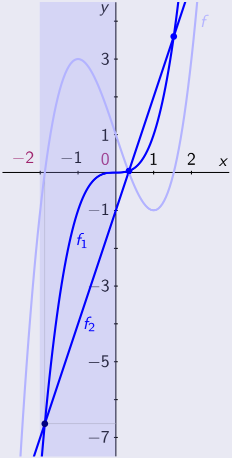
Z priesečníkov grafov funkcií f_1, f_2 odhadneme korene:

Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0.$ $\Leftrightarrow$ • $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie f: $y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií f_1: $y = x^3$ a f_2: $y = 3x - 1$.]



Z priesečníkov grafov funkcií f_1, f_2 odhadneme korene:

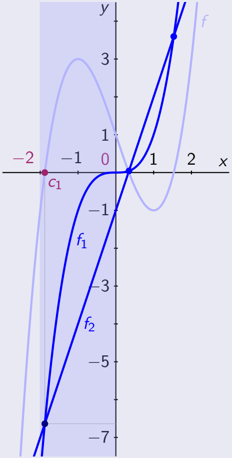
- $c_1 \in \langle -2; 0\rangle$.

Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f: y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0.$ $\Leftrightarrow$ • $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie f: $y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií f_1: $y = x^3$ a f_2: $y = 3x - 1$.]



Z priesečníkov grafov funkcií f_1, f_2 odhadneme korene:

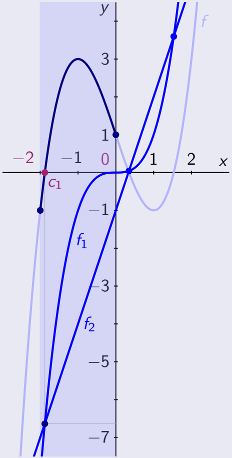
- $c_1 \in \langle -2; 0 \rangle$.

Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f: y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0. \Leftrightarrow$ • $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie f: $y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií f_1: $y = x^3$ a f_2: $y = 3x - 1$.]



Z priesečníkov grafov funkcií f_1, f_2 odhadneme korene:

- $c_1 \in \langle -2; 0 \rangle$.

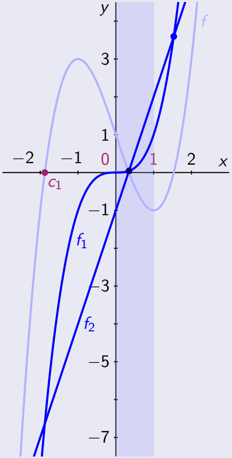
[Pre hraničné body platí $f(-2) = -1 < 0 < f(0) = 1$.]

Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0.$ $\Leftrightarrow$ • $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií $f_1\colon y = x^3$ a $f_2\colon y = 3x - 1$.]



Z priesečníkov grafov funkcií f_1, f_2 odhadneme korene:

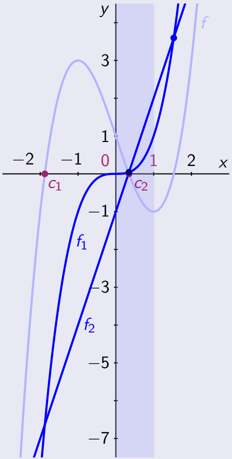
- $c_1 \in \langle -2; 0 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(-2) = -1 < 0 < f(0) = 1$.]
- $c_2 \in \langle 0; 1 \rangle$.

Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0.$ $\Leftrightarrow$ • $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií $f_1\colon y = x^3$ a $f_2\colon y = 3x - 1$.]



Z priesečníkov grafov funkcií f_1, f_2 odhadneme korene:

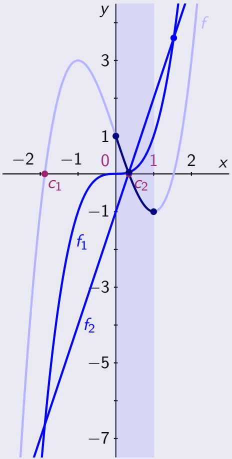
- $c_1 \in \langle -2; 0 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(-2) = -1 < 0 < f(0) = 1$.]
- $c_2 \in \langle 0; 1 \rangle$.

Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0.$ $\Leftrightarrow$ • $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií $f_1\colon y = x^3$ a $f_2\colon y = 3x - 1$.]



Z priesečníkov grafov funkcií f_1, f_2 odhadneme korene:

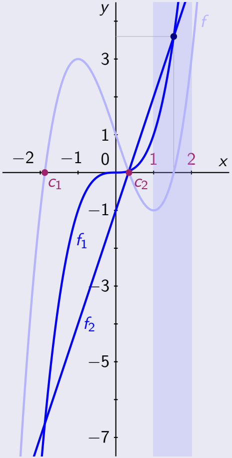
- $c_1 \in \langle -2; 0 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(-2) = -1 < 0 < f(0) = 1$.]
- $c_2 \in \langle 0; 1 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(0) = 1 > 0 > f(1) = -1$.]

Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f : y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0.$ $\Leftrightarrow$
- $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie f: $y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií f_1: $y = x^3$ a f_2: $y = 3x - 1$.]



Z priesečníkov grafov funkcií f_1, f_2 odhadneme korene:

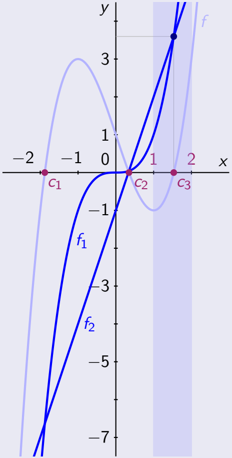
- $c_1 \in \langle -2; 0\rangle$. [Pre hraničné body platí $f(-2) = -1 < 0 < f(0) = 1$.]
- $c_2 \in \langle 0; 1\rangle$. [Pre hraničné body platí $f(0) = 1 > 0 > f(1) = -1$.]
- $c_3 \in \langle 1; 2\rangle$.

Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f: y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0.$ $\Leftrightarrow$ • $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie f: $y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií f_1: $y = x^3$ a f_2: $y = 3x - 1$.]



Z priesečníkov grafov funkcií f_1, f_2 odhadneme korene:

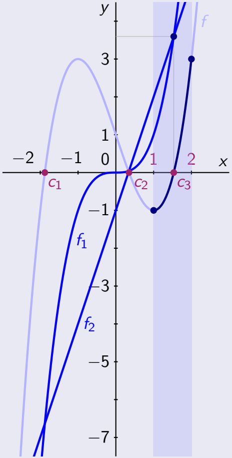
- $c_1 \in \langle -2; 0\rangle$. [Pre hraničné body platí $f(-2) = -1 < 0 < f(0) = 1$.]
- $c_2 \in \langle 0; 1\rangle$. [Pre hraničné body platí $f(0) = 1 > 0 > f(1) = -1$.]
- $c_3 \in \langle 1; 2\rangle$.

Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f: y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0.$ $\Leftrightarrow$ • $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií $f_1\colon y = x^3$ a $f_2\colon y = 3x - 1$.]



Z priesečníkov grafov funkcií f_1, f_2 odhadneme korene:

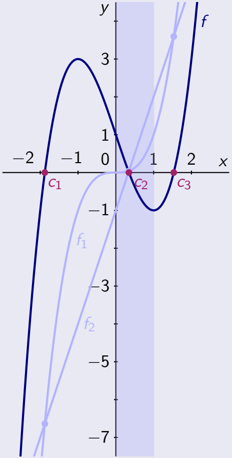
- $c_1 \in \langle -2; 0 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(-2) = -1 < 0 < f(0) = 1$.]
- $c_2 \in \langle 0; 1 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(0) = 1 > 0 > f(1) = -1$.]
- $c_3 \in \langle 1; 2 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(1) = -1 < 0 < f(2) = 3$.]

Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0.$ $\Leftrightarrow$ • $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií $f_1\colon y = x^3$ a $f_2\colon y = 3x - 1$.]



Z priesečníkov grafov funkcií f_1, f_2 odhadneme korene:

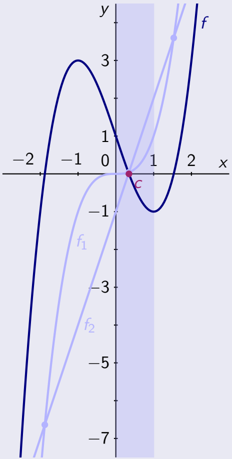
- $c_1 \in \langle -2; 0\rangle$. [Pre hraničné body platí $f(-2) = -1 < 0 < f(0) = 1$.]
- $c_2 \in \langle 0; 1\rangle$. [Pre hraničné body platí $f(0) = 1 > 0 > f(1) = -1$.]
- $c_3 \in \langle 1; 2\rangle$. [Pre hraničné body platí $f(1) = -1 < 0 < f(2) = 3$.]

Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f: y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0. \Leftrightarrow$ • $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie f: $y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií f_1: $y = x^3$ a f_2: $y = 3x - 1$.]



Z priesečníkov grafov funkcií f_1, f_2 odhadneme korene:

- $c_1 \in \langle -2; 0 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(-2) = -1 < 0 < f(0) = 1$.]
- $c_2 \in \langle 0; 1 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(0) = 1 > 0 > f(1) = -1$.]
- $c_3 \in \langle 1; 2 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(1) = -1 < 0 < f(2) = 3$.]

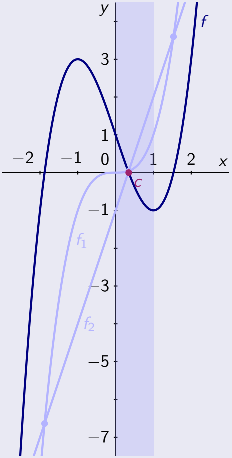
- Metódou bisekcie nájdeme koreň c z intervalu $\langle a; b \rangle = \langle 0; 1 \rangle$. [Koreň c_2.]

Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0. \Leftrightarrow$ • $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie f: $y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií f_1: $y = x^3$ a f_2: $y = 3x - 1$.]



Z priesečníkov grafov funkcií f_1, f_2 odhadneme korene:

- $c_1 \in \langle -2; 0 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(-2) = -1 < 0 < f(0) = 1$.]
- $c_2 \in \langle 0; 1 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(0) = 1 > 0 > f(1) = -1$.]
- $c_3 \in \langle 1; 2 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(1) = -1 < 0 < f(2) = 3$.]

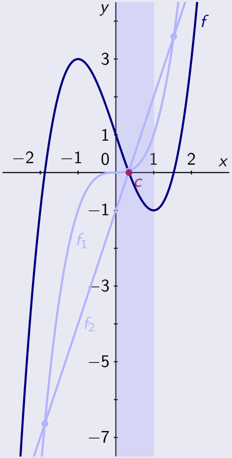
- Metódou bisekcie nájdeme koreň c z intervalu $\langle a; b \rangle = \langle 0; 1 \rangle$. [Koreň c_2.]
- Potrebujeme aspoň n krokov.

Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0. \Leftrightarrow$ • $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií $f_1\colon y = x^3$ a $f_2\colon y = 3x - 1$.]



Z priesečníkov grafov funkcií f_1, f_2 odhadneme korene:

- $c_1 \in \langle -2; 0 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(-2) = -1 < 0 < f(0) = 1$.]
- $c_2 \in \langle 0; 1 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(0) = 1 > 0 > f(1) = -1$.]
- $c_3 \in \langle 1; 2 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(1) = -1 < 0 < f(2) = 3$.]

- Metódou bisekcie nájdeme koreň c z intervalu $\langle a; b \rangle = \langle 0; 1 \rangle$. [Koreň c_2.]
- Potrebujeme aspoň n krokov.

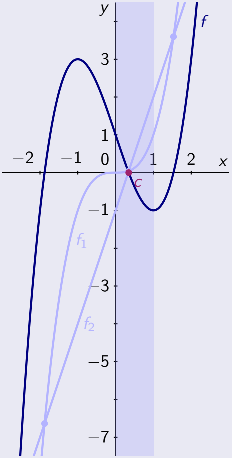
$$b_n - a_n \qquad\qquad < \varepsilon = 0{,}01.$$

Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f : y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0. \Leftrightarrow$ • $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie f: $y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií f_1: $y = x^3$ a f_2: $y = 3x - 1$.]



Z priesečníkov grafov funkcií f_1, f_2 odhadneme korene:

- $c_1 \in \langle -2; 0 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(-2) = -1 < 0 < f(0) = 1$.]
- $c_2 \in \langle 0; 1 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(0) = 1 > 0 > f(1) = -1$.]
- $c_3 \in \langle 1; 2 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(1) = -1 < 0 < f(2) = 3$.]

- Metódou bisekcie nájdeme koreň c z intervalu $\langle a; b \rangle = \langle 0; 1 \rangle$. [Koreň c_2.]
- Potrebujeme aspoň n krokov.

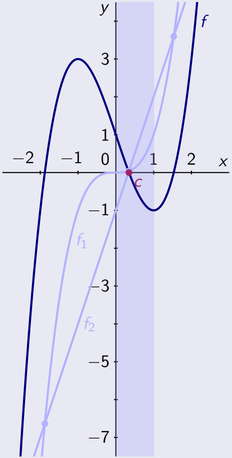
$$b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1-0}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01.$$

Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0. \Leftrightarrow$ • $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií $f_1\colon y = x^3$ a $f_2\colon y = 3x - 1$.]



Z priesečníkov grafov funkcií f_1, f_2 odhadneme korene:

- $c_1 \in \langle -2; 0\rangle$. [Pre hraničné body platí $f(-2) = -1 < 0 < f(0) = 1$.]
- $c_2 \in \langle 0; 1\rangle$. [Pre hraničné body platí $f(0) = 1 > 0 > f(1) = -1$.]
- $c_3 \in \langle 1; 2\rangle$. [Pre hraničné body platí $f(1) = -1 < 0 < f(2) = 3$.]

- Metódou bisekcie nájdeme koreň c z intervalu $\langle a; b\rangle = \langle 0; 1\rangle$. [Koreň c_2.]
- Potrebujeme aspoň n krokov.

$$b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1-0}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01.$$

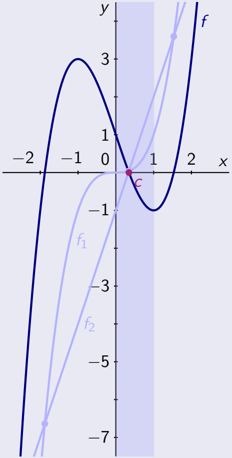
$$\frac{1}{2^n} < 0{,}01.$$

Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f: y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0.$ $\Leftrightarrow$ • $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie f: $y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií f_1: $y = x^3$ a f_2: $y = 3x - 1$.]



Z priesečníkov grafov funkcií f_1, f_2 odhadneme korene:

- $c_1 \in \langle -2; 0 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(-2) = -1 < 0 < f(0) = 1$.]
- $c_2 \in \langle 0; 1 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(0) = 1 > 0 > f(1) = -1$.]
- $c_3 \in \langle 1; 2 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(1) = -1 < 0 < f(2) = 3$.]

- Metódou bisekcie nájdeme koreň c z intervalu $\langle a; b \rangle = \langle 0; 1 \rangle$. [Koreň c_2.]
- Potrebujeme aspoň n krokov.

$$b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1-0}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01.$$

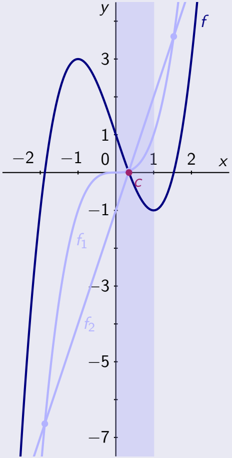
$$\frac{1}{2^n} < 0{,}01. \Leftrightarrow \frac{1}{0{,}01} = 100 < 2^n,$$

Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f : y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0.$ $\Leftrightarrow$ • $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie f: $y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií f_1: $y = x^3$ a f_2: $y = 3x - 1$.]



Z priesečníkov grafov funkcií f_1, f_2 odhadneme korene:

- $c_1 \in \langle -2; 0 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(-2) = -1 < 0 < f(0) = 1$.]
- $c_2 \in \langle 0; 1 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(0) = 1 > 0 > f(1) = -1$.]
- $c_3 \in \langle 1; 2 \rangle$. [Pre hraničné body platí $f(1) = -1 < 0 < f(2) = 3$.]

- Metódou bisekcie nájdeme koreň c z intervalu $\langle a; b \rangle = \langle 0; 1 \rangle$. [Koreň c_2.]
- Potrebujeme aspoň $n = 7$ krokov.

$$b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1-0}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01.$$

$$\frac{1}{2^n} < 0{,}01. \Leftrightarrow \frac{1}{0{,}01} = 100 < 2^n, \text{ t. j. } n = 7.$$

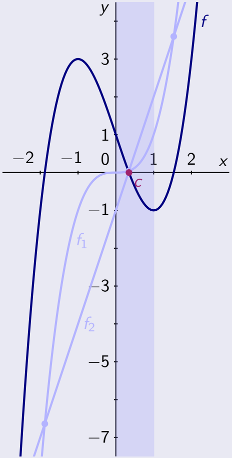
[Najmenšie $n \in N$ je 7, pretože $2^6 = 64$ a $2^7 = 128$.]

Spojitosť na intervaloch – Príklad

S presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$ nájdite (aspoň jeden) koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$.

- $f(x) = x^3 - 3x + 1 = 0.$ $\Leftrightarrow$
- $x^3 = f_1(x) = f_2(x) = 3x - 1.$

[Korene funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ zodpovedajú bodom, kde sa pretínajú grafy funkcií $f_1\colon y = x^3$ a $f_2\colon y = 3x - 1$.]



Z priesečníkov grafov funkcií f_1, f_2 odhadneme korene:

- $c_1 \in \langle -2; 0\rangle$. [Pre hraničné body platí $f(-2) = -1 < 0 < f(0) = 1$.]
- $c_2 \in \langle 0; 1\rangle$. [Pre hraničné body platí $f(0) = 1 > 0 > f(1) = -1$.]
- $c_3 \in \langle 1; 2\rangle$. [Pre hraničné body platí $f(1) = -1 < 0 < f(2) = 3$.]

- Metódou bisekcie nájdeme koreň c z intervalu $\langle a; b\rangle = \langle 0; 1\rangle$. [Koreň c_2.]
- Potrebujeme aspoň $n = 7$ krokov.

$$b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1-0}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01.$$

$$\frac{1}{2^n} < 0{,}01. \Leftrightarrow \frac{1}{0{,}01} = 100 < 2^n, \text{ t. j. } n = 7.$$

[Najmenšie $n \in N$ je 7, pretože $2^6 = 64$ a $2^7 = 128$.]

- Dostaneme koreň $x_7 = 0{,}351\,562\,500.$ [Viď nasledujúca tabuľka.]

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

n	a_n	$x_n = \frac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$	b_n	$f(x_n)$	$b_n - a_n$

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f: y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0$, $b = b_0 = 1$, $b - a = 1$.

n	a_0	$x_n = \frac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$	b_0	$f(x_n)$	$b_0 - a_0$
	0,0		1,0		1,0

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0$, $b = b_0 = 1$, $b - a = 1$.
- $f(a) = f(0) = 1 > 0$.
- $0 > -1 = f(1) = f(b)$.

n	$f(a_0) > 0$ a_0	$x_n = \frac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$	b_0 $0 > f(b_0)$	$f(x_n)$	$b_0 - a_0$
	0,0		1,0		1,0

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f: y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0,\ b = b_0 = 1,\ b - a = 1.$
- $f(a) = f(0) = 1 > 0.$
- $0 > -1 = f(1) = f(b).$
- $n \in N. \Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7.$

n	$f(a_0) > 0$ a_0	$x_n = \frac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$	b_0 $0 > f(b_0)$	$f(x_n)$	$b_0 - a_0$
	0,0		1,0		1,0
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f: y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0,\ b = b_0 = 1,\ b - a = 1.$
- $f(a) = f(0) = 1 > 0.$
- $0 > -1 = f(1) = f(b).$
- $n \in N. \Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7$.
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01.$
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01.$

n	$f(a_0) > 0$ a_0	$x_n = \frac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$	b_0 $0 > f(b_0)$	$f(x_n)$	$b_0 - a_0$
	0,0		1,0		1,0
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0,\ b = b_0 = 1,\ b - a = 1.$
- $f(a) = f(0) = 1 > 0.$
- $0 > -1 = f(1) = f(b).$
- $n \in N. \Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7.$
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01.$
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01.$

n	$f(a_0) > 0$ a_0	$x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$	b_0 $0 > f(b_0)$	$f(x_1)$	$b_0 - a_0$
	0,0		1,0		1,0
1		0,5		−0,375 000	
2					
3					
4					
5					
6					
7					

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0,\ b = b_0 = 1,\ b - a = 1.$
- $f(a) = f(0) = 1 > 0.$
- $0 > -1 = f(1) = f(b).$
- $n \in N. \Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7.$
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01.$
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01.$

n	$f(a_1) > 0$ a_1	$x_1 = \frac{a_0+b_0}{2}$	b_1 $0 > f(b_1)$	$f(x_1)$	$b_1 - a_1$
	0,0		1,0		1,0
1	0,0	0,5 $\rightarrow$	0,5	$-0{,}375\,000$	$\frac{1}{2^1} = 0{,}5$
2					
3					
4					
5					
6					
7					

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0$, $b = b_0 = 1$, $b - a = 1$.
- $f(a) = f(0) = 1 > 0$.
- $0 > -1 = f(1) = f(b)$.
- $n \in N$. $\Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7$.
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01$.
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01$.

n	$f(a_1) > 0$ a_1	$x_2 = \frac{a_1+b_1}{2}$	b_1 $0 > f(b_1)$	$f(x_2)$	$b_1 - a_1$
	0,0		1,0		1,0
1	0,0	0,5 $\rightarrow$	0,5	$-0{,}375\,000$	$\frac{1}{2^1} = 0{,}5$
2		0,25		$+0{,}265\,625$	
3					
4					
5					
6					
7					

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0,\ b = b_0 = 1,\ b - a = 1.$
- $f(a) = f(0) = 1 > 0.$
- $0 > -1 = f(1) = f(b).$
- $n \in N. \Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7.$
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01.$
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01.$

n	$f(a_2) > 0$ a_2	$x_2 = \frac{a_1+b_1}{2}$	b_2 $0 > f(b_2)$	$f(x_2)$	$b_2 - a_2$
	0,0		1,0		1,0
1	0,0	0,5 $\rightarrow$	0,5	$-0{,}375\,000$	$\frac{1}{2^1} = 0{,}5$
2	0,25	$\leftarrow$ 0,25	0,50	$+0{,}265\,625$	$\frac{1}{2^2} = 0{,}25$
3					
4					
5					
6					
7					

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0$, $b = b_0 = 1$, $b - a = 1$.
- $f(a) = f(0) = 1 > 0$.
- $0 > -1 = f(1) = f(b)$.
- $n \in N$. $\Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7$.
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01$.
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01$.

n	$f(a_2) > 0$ a_2	$x_3 = \frac{a_2+b_2}{2}$	b_2 $0 > f(b_2)$	$f(x_3)$	$b_2 - a_2$
	0,0		1,0		1,0
1	0,0	0,5 $\rightarrow$	0,5	$-0{,}375\,000$	$\frac{1}{2^1} = 0{,}5$
2	0,25	$\leftarrow$ 0,25	0,50	$+0{,}265\,625$	$\frac{1}{2^2} = 0{,}25$
3		0,375		$-0{,}072\,266$	
4					
5					
6					
7					

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f: y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0,\ b = b_0 = 1,\ b - a = 1.$
- $f(a) = f(0) = 1 > 0.$
- $0 > -1 = f(1) = f(b).$
- $n \in N. \Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7$.
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01.$
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01.$

n	$f(a_3) > 0$ a_3	$x_3 = \frac{a_2+b_2}{2}$	b_3 $0 > f(b_3)$	$f(x_3)$	$b_3 - a_3$
	0,0		1,0		1,0
1	0,0	0,5 $\rightarrow$	0,5	$-0{,}375\,000$	$\frac{1}{2^1} = 0{,}5$
2	0,25	$\leftarrow$ 0,25	0,50	$+0{,}265\,625$	$\frac{1}{2^2} = 0{,}25$
3	0,250	0,375 $\rightarrow$	0,375	$-0{,}072\,266$	$\frac{1}{2^3} = 0{,}125$
4					
5					
6					
7					

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0,\ b = b_0 = 1,\ b - a = 1.$
- $f(a) = f(0) = 1 > 0.$
- $0 > -1 = f(1) = f(b).$
- $n \in N. \Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7$.
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01.$
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01.$

n	$f(a_3) > 0$ a_3	$x_4 = \frac{a_3+b_3}{2}$	b_3 $0 > f(b_3)$	$f(x_4)$	$b_3 - a_3$
	0,0		1,0		1,0
1	0,0	0,5 $\rightarrow$	0,5	$-0{,}375\,000$	$\frac{1}{2^1} = 0{,}5$
2	0,25	$\leftarrow$ 0,25	0,50	$+0{,}265\,625$	$\frac{1}{2^2} = 0{,}25$
3	0,250	0,375 $\rightarrow$	0,375	$-0{,}072\,266$	$\frac{1}{2^3} = 0{,}125$
4		0,312 5		$+0{,}093\,018$	
5					
6					
7					

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f: y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1 \rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0,\ b = b_0 = 1,\ b - a = 1.$
- $f(a) = f(0) = 1 > 0.$
- $0 > -1 = f(1) = f(b).$
- $n \in N. \Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7.$
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01.$
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01.$

n	$f(a_4) > 0$ $\quad a_4$	$x_4 = \frac{a_3+b_3}{2}$	b_4 $\quad 0 > f(b_4)$	$f(x_4)$	$b_4 - a_4$
	0,0		1,0		1,0
1	0,0	0,5 $\rightarrow$	0,5	$-0{,}375\,000$	$\frac{1}{2^1} = 0{,}5$
2	0,25	$\leftarrow$ 0,25	0,50	$+0{,}265\,625$	$\frac{1}{2^2} = 0{,}25$
3	0,250	0,375 $\rightarrow$	0,375	$-0{,}072\,266$	$\frac{1}{2^3} = 0{,}125$
4	0,312 5	$\leftarrow$ 0,312 5	0,375 0	$+0{,}093\,018$	$\frac{1}{2^4} = 0{,}062\,5$
5					
6					
7					

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0$, $b = b_0 = 1$, $b - a = 1$.
- $f(a) = f(0) = 1 > 0$.
- $0 > -1 = f(1) = f(b)$.
- $n \in N$. $\Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7$.
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01$.
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01$.

n	$f(a_4) > 0$ a_4	$x_5 = \frac{a_4+b_4}{2}$	b_4 $0 > f(b_4)$	$f(x_5)$	$b_4 - a_4$
	0,0		1,0		1,0
1	0,0	0,5 $\rightarrow$	0,5	$-0{,}375\,000$	$\frac{1}{2^1} = 0{,}5$
2	0,25	$\leftarrow$ 0,25	0,50	$+0{,}265\,625$	$\frac{1}{2^2} = 0{,}25$
3	0,250	0,375 $\rightarrow$	0,375	$-0{,}072\,266$	$\frac{1}{2^3} = 0{,}125$
4	0,312 5	$\leftarrow$ 0,312 5	0,375 0	$+0{,}093\,018$	$\frac{1}{2^4} = 0{,}062\,5$
5		0,343 75		$+0{,}009\,369$	
6					
7					

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0,\ b = b_0 = 1,\ b - a = 1.$
- $f(a) = f(0) = 1 > 0.$
- $0 > -1 = f(1) = f(b).$
- $n \in N. \Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7.$
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01.$
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01.$

n	$f(a_5) > 0$ $\quad a_5$	$x_5 = \frac{a_4+b_4}{2}$	b_5 $\quad 0 > f(b_5)$	$f(x_5)$	$b_5 - a_5$
	0,0		1,0		1,0
1	0,0	0,5 $\rightarrow$	0,5	$-0{,}375\,000$	$\frac{1}{2^1} = 0{,}5$
2	0,25	$\leftarrow$ 0,25	0,50	$+0{,}265\,625$	$\frac{1}{2^2} = 0{,}25$
3	0,250	0,375 $\rightarrow$	0,375	$-0{,}072\,266$	$\frac{1}{2^3} = 0{,}125$
4	0,312 5	$\leftarrow$ 0,312 5	0,375 0	$+0{,}093\,018$	$\frac{1}{2^4} = 0{,}062\,5$
5	0,343 75	$\leftarrow$ 0,343 75	0,375 00	$+0{,}009\,369$	$\frac{1}{2^5} = 0{,}031\,25$
6					
7					

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0,\ b = b_0 = 1,\ b - a = 1.$
- $f(a) = f(0) = 1 > 0.$
- $0 > -1 = f(1) = f(b).$
- $n \in N. \Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7$.
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01.$
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01.$

n	$f(a_5) > 0$ $\quad a_5$	$x_6 = \frac{a_5+b_5}{2}$	b_5 $\quad 0 > f(b_5)$	$f(x_6)$	$b_5 - a_5$
	0,0		1,0		1,0
1	0,0	0,5 $\rightarrow$	0,5	$-0{,}375\,000$	$\frac{1}{2^1} = 0{,}5$
2	0,25	$\leftarrow$ 0,25	0,50	$+0{,}265\,625$	$\frac{1}{2^2} = 0{,}25$
3	0,250	0,375 $\rightarrow$	0,375	$-0{,}072\,266$	$\frac{1}{2^3} = 0{,}125$
4	0,312 5	$\leftarrow$ 0,312 5	0,375 0	$+0{,}093\,018$	$\frac{1}{2^4} = 0{,}062\,5$
5	0,343 75	$\leftarrow$ 0,343 75	0,375 00	$+0{,}009\,369$	$\frac{1}{2^5} = 0{,}031\,25$
6		0,359 375		$-0{,}031\,712$	
7					

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f: y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0,\ b = b_0 = 1,\ b - a = 1.$
- $f(a) = f(0) = 1 > 0.$
- $0 > -1 = f(1) = f(b).$
- $n \in N. \Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7$.
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01.$
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01.$

n	$f(a_6) > 0$ a_6	$x_6 = \frac{a_5+b_5}{2}$	b_6 $0 > f(b_6)$	$f(x_6)$	$b_6 - a_6$
	0,0		1,0		1,0
1	0,0	0,5 $\rightarrow$	0,5	$-0{,}375\,000$	$\frac{1}{2^1} = 0{,}5$
2	0,25	$\leftarrow$ 0,25	0,50	$+0{,}265\,625$	$\frac{1}{2^2} = 0{,}25$
3	0,250	0,375 $\rightarrow$	0,375	$-0{,}072\,266$	$\frac{1}{2^3} = 0{,}125$
4	0,312 5	$\leftarrow$ 0,312 5	0,375 0	$+0{,}093\,018$	$\frac{1}{2^4} = 0{,}062\,5$
5	0,343 75	$\leftarrow$ 0,343 75	0,375 00	$+0{,}009\,369$	$\frac{1}{2^5} = 0{,}031\,25$
6	0,343 750	0,359 375 $\rightarrow$	0,359 375	$-0{,}031\,712$	$\frac{1}{2^6} = 0{,}015\,625$
7					

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f: y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0$, $b = b_0 = 1$, $b - a = 1$.
- $f(a) = f(0) = 1 > 0$.
- $0 > -1 = f(1) = f(b)$.
- $n \in N$. $\Rightarrow$ $b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7$.
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01$.
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01$.

n	$f(a_6) > 0$ a_6	$x_7 = \frac{a_6+b_6}{2}$	b_6 $0 > f(b_6)$	$f(x_7)$	$b_6 - a_6$
	0,0		1,0		1,0
1	0,0	0,5 $\rightarrow$	0,5	$-0{,}375\,000$	$\frac{1}{2^1} = 0{,}5$
2	0,25	$\leftarrow$ 0,25	0,50	$+0{,}265\,625$	$\frac{1}{2^2} = 0{,}25$
3	0,250	0,375 $\rightarrow$	0,375	$-0{,}072\,266$	$\frac{1}{2^3} = 0{,}125$
4	0,312 5	$\leftarrow$ 0,312 5	0,375 0	$+0{,}093\,018$	$\frac{1}{2^4} = 0{,}062\,5$
5	0,343 75	$\leftarrow$ 0,343 75	0,375 00	$+0{,}009\,369$	$\frac{1}{2^5} = 0{,}031\,25$
6	0,343 750	0,359 375 $\rightarrow$	0,359 375	$-0{,}031\,712$	$\frac{1}{2^6} = 0{,}015\,625$
7		0,351 562 5		$-0{,}011\,236$	

- $n = 7 \Rightarrow$ • Vypočítaný koreň $c \approx x_7 = 0{,}351\,562\,50$.

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f: y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0,\ b = b_0 = 1,\ b - a = 1.$
- $f(a) = f(0) = 1 > 0.$
- $0 > -1 = f(1) = f(b).$
- $n \in N. \Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7.$
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01.$
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01.$

n	$f(a_7) > 0$ a_7	$x_7 = \frac{a_6+b_6}{2}$	b_7 $0 > f(b_7)$	$f(x_7)$	$b_7 - a_7$
	0,0		1,0		1,0
1	0,0	0,5 →	0,5	−0,375 000	$\frac{1}{2^1} = 0{,}5$
2	0,25	← 0,25	0,50	+0,265 625	$\frac{1}{2^2} = 0{,}25$
3	0,250	0,375 →	0,375	−0,072 266	$\frac{1}{2^3} = 0{,}125$
4	0,312 5	← 0,312 5	0,375 0	+0,093 018	$\frac{1}{2^4} = 0{,}062\,5$
5	0,343 75	← 0,343 75	0,375 00	+0,009 369	$\frac{1}{2^5} = 0{,}031\,25$
6	0,343 750	0,359 375 →	0,359 375	−0,031 712	$\frac{1}{2^6} = 0{,}015\,625$
7	0,343 750 0	0,351 562 5 →	0,351 562 5	−0,011 236	$\frac{1}{2^7} = 0{,}007\,812\,5$

- $n = 7 \Rightarrow$
- Vypočítaný koreň $c \approx x_7 = 0{,}351\,562\,50.$
- Teoretická chyba $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = 0{,}007\,812\,50.$

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f\colon y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0,\ b = b_0 = 1,\ b - a = 1.$
- $f(a) = f(0) = 1 > 0.$
- $0 > -1 = f(1) = f(b).$
- $n \in N. \Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7.$
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01.$
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01.$
- $b_8 - a_8 = \frac{1}{2^8} = \frac{1}{256} = 0{,}003\,906\,25 < 0{,}01.$

n	$f(a_7) > 0$ a_7	$x_8 = \frac{a_7+b_7}{2}$	b_7 $0 > f(b_7)$	$f(x_8)$	$b_7 - a_7$
	0,0		1,0		1,0
1	0,0	0,5 $\rightarrow$	0,5	$-0{,}375\,000$	$\frac{1}{2^1} = 0{,}5$
2	0,25	$\leftarrow$ 0,25	0,50	$+0{,}265\,625$	$\frac{1}{2^2} = 0{,}25$
3	0,250	0,375 $\rightarrow$	0,375	$-0{,}072\,266$	$\frac{1}{2^3} = 0{,}125$
4	0,312 5	$\leftarrow$ 0,312 5	0,375 0	$+0{,}093\,018$	$\frac{1}{2^4} = 0{,}062\,5$
5	0,343 75	$\leftarrow$ 0,343 75	0,375 00	$+0{,}009\,369$	$\frac{1}{2^5} = 0{,}031\,25$
6	0,343 750	0,359 375 $\rightarrow$	0,359 375	$-0{,}031\,712$	$\frac{1}{2^6} = 0{,}015\,625$
7	0,343 750 0	0,351 562 5 $\rightarrow$	0,351 562 5	$-0{,}011\,236$	$\frac{1}{2^7} = 0{,}007\,812\,5$
8		0,347 656 25		$-0{,}000\,949$	

- $n = 7 \Rightarrow$ • Vypočítaný koreň $c \approx x_7 = 0{,}351\,562\,50.$ • Teoretická chyba $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = 0{,}007\,812\,50.$
- $n = 8 \Rightarrow$ • Vypočítaný koreň $c \approx x_8 = 0{,}347\,656\,25.$

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f: y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1 \rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0,\ b = b_0 = 1,\ b - a = 1.$
- $f(a) = f(0) = 1 > 0.$
- $0 > -1 = f(1) = f(b).$
- $n \in N. \Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7.$
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01.$
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01.$
- $b_8 - a_8 = \frac{1}{2^8} = \frac{1}{256} = 0{,}003\,906\,25 < 0{,}01.$

n	$f(a_8) > 0$ a_8	$x_8 = \frac{a_7+b_7}{2}$	b_8 $0 > f(b_8)$	$f(x_8)$	$b_8 - a_8$
	0,0		1,0		1,0
1	0,0	0,5 $\rightarrow$	0,5	$-0{,}375\,000$	$\frac{1}{2^1} = 0{,}5$
2	0,25	$\leftarrow$ 0,25	0,50	$+0{,}265\,625$	$\frac{1}{2^2} = 0{,}25$
3	0,250	0,375 $\rightarrow$	0,375	$-0{,}072\,266$	$\frac{1}{2^3} = 0{,}125$
4	0,312 5	$\leftarrow$ 0,312 5	0,375 0	$+0{,}093\,018$	$\frac{1}{2^4} = 0{,}062\,5$
5	0,343 75	$\leftarrow$ 0,343 75	0,375 00	$+0{,}009\,369$	$\frac{1}{2^5} = 0{,}031\,25$
6	0,343 750	0,359 375 $\rightarrow$	0,359 375	$-0{,}031\,712$	$\frac{1}{2^6} = 0{,}015\,625$
7	0,343 750 0	0,351 562 5 $\rightarrow$	0,351 562 5	$-0{,}011\,236$	$\frac{1}{2^7} = 0{,}007\,812\,5$
8	0,343 750 00	0,347 656 25 $\rightarrow$	0,347 656 25	$-0{,}000\,949$	$\frac{1}{2^8} = 0{,}003\,906\,25$

- $n = 7 \Rightarrow$
  - Vypočítaný koreň $c \approx x_7 = 0{,}351\,562\,50.$
  - Teoretická chyba $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = 0{,}007\,812\,50.$
- $n = 8 \Rightarrow$
  - Vypočítaný koreň $c \approx x_8 = 0{,}347\,656\,25.$
  - Teoretická chyba $b_8 - a_8 = \frac{1}{2^8} = 0{,}003\,906\,25.$

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f: y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1 \rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$.

- $a = a_0 = 0,\ b = b_0 = 1,\ b - a = 1.$
- $f(a) = f(0) = 1 > 0.$
- $0 > -1 = f(1) = f(b).$
- $n \in N. \Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7.$
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01.$
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01.$
- $b_8 - a_8 = \frac{1}{2^8} = \frac{1}{256} = 0{,}003\,906\,25 < 0{,}01.$

n	$f(a_8) > 0$ $\quad a_8$	$x_8 = \frac{a_7+b_7}{2}$	b_8 $\quad 0 > f(b_8)$	$f(x_8)$	$b_8 - a_8$
	0,0		1,0		1,0
1	0,0	0,5 $\rightarrow$	0,5	$-0{,}375\,000$	$\frac{1}{2^1} = 0{,}5$
2	0,25	$\leftarrow$ 0,25	0,50	$+0{,}265\,625$	$\frac{1}{2^2} = 0{,}25$
3	0,250	0,375 $\rightarrow$	0,375	$-0{,}072\,266$	$\frac{1}{2^3} = 0{,}125$
4	0,312 5	$\leftarrow$ 0,312 5	0,375 0	$+0{,}093\,018$	$\frac{1}{2^4} = 0{,}062\,5$
5	0,343 75	$\leftarrow$ 0,343 75	0,375 00	$+0{,}009\,369$	$\frac{1}{2^5} = 0{,}031\,25$
6	0,343 750	0,359 375 $\rightarrow$	0,359 375	$-0{,}031\,712$	$\frac{1}{2^6} = 0{,}015\,625$
7	0,343 750 0	0,351 562 5 $\rightarrow$	0,351 562 5	$-0{,}011\,236$	$\frac{1}{2^7} = 0{,}007\,812\,5$
8	0,343 750 00	0,347 656 25 $\rightarrow$	0,347 656 25	$-0{,}000\,949$	$\frac{1}{2^8} = 0{,}003\,906\,25$

- $n = 7 \Rightarrow$ • Vypočítaný koreň $c \approx x_7 = 0{,}351\,562\,50.$ • Teoretická chyba $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = 0{,}007\,812\,50.$
- $n = 8 \Rightarrow$ • Vypočítaný koreň $c \approx x_8 = 0{,}347\,656\,25.$ • Teoretická chyba $b_8 - a_8 = \frac{1}{2^8} = 0{,}003\,906\,25.$

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f: y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$. [Presný koreň 0,347 296 355.]

- $a = a_0 = 0,\ b = b_0 = 1,\ b - a = 1$.
- $f(a) = f(0) = 1 > 0$.
- $0 > -1 = f(1) = f(b)$.
- $n \in N. \Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7$.
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01$.
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01$.
- $b_8 - a_8 = \frac{1}{2^8} = \frac{1}{256} = 0{,}003\,906\,25 < 0{,}01$.

n	$f(a_n) > 0$ $\quad a_n$	$x_n = \frac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$	$b_n \quad 0 > f(b_n)$	$f(x_n)$	$b_n - a_n$
	0,0		1,0		1,0
1	0,0	0,5 $\rightarrow$	0,5	−0,375 000	$\frac{1}{2^1} = 0{,}5$
2	0,25	$\leftarrow$ 0,25	0,50	+0,265 625	$\frac{1}{2^2} = 0{,}25$
3	0,250	0,375 $\rightarrow$	0,375	−0,072 266	$\frac{1}{2^3} = 0{,}125$
4	0,312 5	$\leftarrow$ 0,312 5	0,375 0	+0,093 018	$\frac{1}{2^4} = 0{,}062\,5$
5	0,343 75	$\leftarrow$ 0,343 75	0,375 00	+0,009 369	$\frac{1}{2^5} = 0{,}031\,25$
6	0,343 750	0,359 375 $\rightarrow$	0,359 375	−0,031 712	$\frac{1}{2^6} = 0{,}015\,625$
7	0,343 750 0	0,351 562 5 $\rightarrow$	0,351 562 5	−0,011 236	$\frac{1}{2^7} = 0{,}007\,812\,5$
8	0,343 750 00	0,347 656 25 $\rightarrow$	0,347 656 25	−0,000 949	$\frac{1}{2^8} = 0{,}003\,906\,25$

- $n = 7 \Rightarrow$ • Vypočítaný koreň $c \approx x_7 = 0{,}351\,562\,50$. • Teoretická chyba $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = 0{,}007\,812\,50$. • Skutočná chyba $|c_7 - c| = 0{,}004\,266\,145$.
- $n = 8 \Rightarrow$ • Vypočítaný koreň $c \approx x_8 = 0{,}347\,656\,25$. • Teoretická chyba $b_8 - a_8 = \frac{1}{2^8} = 0{,}003\,906\,25$. • Skutočná chyba $|c_8 - c| = 0{,}000\,359\,895$.

Spojitosť na intervaloch – Príklad (výpočet)

Koreň funkcie $f: y = x^3 - 3x + 1$ z intervalu $\langle 0; 1\rangle$ s presnosťou $\varepsilon = 0{,}01$. [Presný koreň 0,347 296 355.]

- $a = a_0 = 0,\ b = b_0 = 1,\ b - a = 1.$
- $f(a) = f(0) = 1 > 0.$
- $0 > -1 = f(1) = f(b).$
- $n \in N. \Rightarrow b_n - a_n = \frac{b-a}{2^n} = \frac{1}{2^n} < \varepsilon = 0{,}01$ pre $n \geq 7$.
- $b_6 - a_6 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64} = 0{,}015\,625 > 0{,}01.$
- $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = \frac{1}{128} = 0{,}007\,812\,5 < 0{,}01.$
- $b_8 - a_8 = \frac{1}{2^8} = \frac{1}{256} = 0{,}003\,906\,25 < 0{,}01.$

n	$f(a_n) > 0$ $\quad a_n$	$x_n = \frac{a_{n-1}+b_{n-1}}{2}$	b_n $\quad 0 > f(b_n)$	$f(x_n)$	$b_n - a_n$
	0,0		1,0		1,0
1	0,0	0,5 $\rightarrow$	0,5	−0,375 000	$\frac{1}{2^1} = 0{,}5$
2	0,25	$\leftarrow$ 0,25	0,50	+0,265 625	$\frac{1}{2^2} = 0{,}25$
3	0,250	0,375 $\rightarrow$	0,375	−0,072 266	$\frac{1}{2^3} = 0{,}125$
4	0,312 5	$\leftarrow$ 0,312 5	0,375 0	+0,093 018	$\frac{1}{2^4} = 0{,}062\,5$
5	0,343 75	$\leftarrow$ 0,343 75	0,375 00	+0,009 369	$\frac{1}{2^5} = 0{,}031\,25$
6	0,343 750	0,359 375 $\rightarrow$	0,359 375	−0,031 712	$\frac{1}{2^6} = 0{,}015\,625$
7	0,343 750 0	0,351 562 5 $\rightarrow$	0,351 562 5	−0,011 236	$\frac{1}{2^7} = 0{,}007\,812\,5$
8	0,343 750 00	0,347 656 25 $\rightarrow$	0,347 656 25	−0,000 949	$\frac{1}{2^8} = 0{,}003\,906\,25$

- $n = 7 \Rightarrow$ • Vypočítaný koreň $c \approx x_7 = 0{,}351\,562\,50$. • Teoretická chyba $b_7 - a_7 = \frac{1}{2^7} = 0{,}007\,812\,50$. • Skutočná chyba $|c_7 - c| = 0{,}004\,266\,145$.
- $n = 8 \Rightarrow$ • Vypočítaný koreň $c \approx x_8 = 0{,}347\,656\,25$. • Teoretická chyba $b_8 - a_8 = \frac{1}{2^8} = 0{,}003\,906\,25$. • Skutočná chyba $|c_8 - c| = 0{,}000\,359\,895$.

[Pri zvýšení z $n = 7$ na $n = 8$ sa presnosť zvýšila o 0,003 906 25.]

Koniec 7. časti

Ďakujem za pozornosť.