

Matematická analýza 1

2025/2026

3. Číselné rady

Pre správne zobrazenie, fungovanie tooltipov, 2D a 3D animácií je nevyhnutné súbor otvoriť pomocou programu Adobe Reader (zásuvný modul Adobe PDF Plug-In webového prehliadača nestačí).

Kliknutím na text pred ikonou  získate nápomoc.

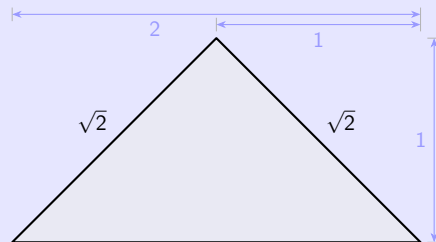
Kliknutím na skratku v modrej lište vpravo hore sa dostanete na príslušný slajd, druhým kliknutím sa dostanete na koniec tohto slajdu.

Obsah

- 1 Základné vlastnosti
- 2 Príklady
- 3 Rady s nezápornými členmi
- 4 Alternujúce rady
- 5 Riešené príklady
- 6 Konštrukcia radu s predpísaným súčtom

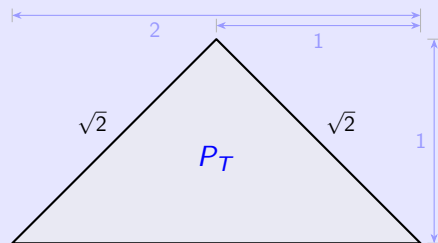
Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T
s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.



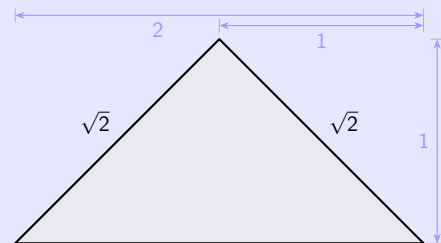
Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T
s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.
- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$.



Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T
s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.
- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$.

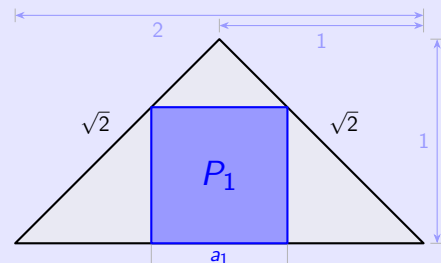


Do trojuholníka postupne vložíme:

Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T
s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.

- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$.

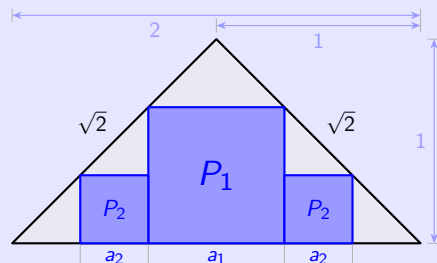


Do trojuholníka postupne vložíme:

- Jeden štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$.

Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T
s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dĺžkou 2.
- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$.

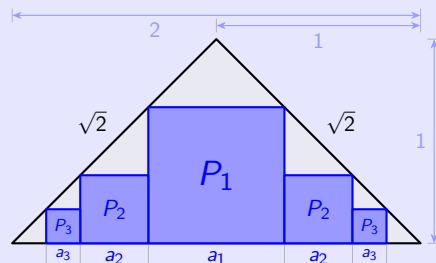


Do trojuholníka postupne vložíme:

- Jeden štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2}$, obsahom $P_2 = 2a_2^2 = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{2}{9}$.

Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T
s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dĺžkou 2.
- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$.



Do trojuholníka postupne vložíme:

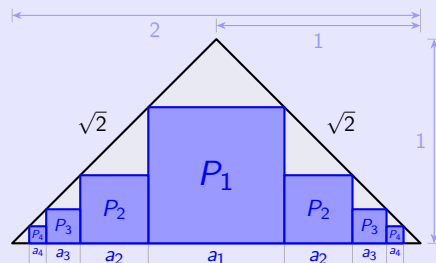
- Jeden štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2}$, obsahom $P_2 = 2a_2^2 = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{2}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2^2}$, obsahom $P_3 = 2a_3^2 = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4^2} = \frac{2}{9 \cdot 4}$.

Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T

s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.

- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$.



Do trojuholníka postupne vložíme:

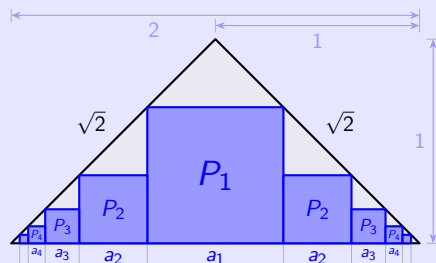
- Jeden štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2} = \frac{2}{6}$, obsahom $P_2 = 2a_2^2 = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{2}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2^2} = \frac{2}{12}$, obsahom $P_3 = 2a_3^2 = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4^2} = \frac{2}{9 \cdot 4}$.
- Dva štvorce so stranami $a_4 = \frac{a_3}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2^3} = \frac{2}{24}$, obsahom $P_4 = 2a_4^2 = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4^3} = \frac{2}{9 \cdot 4^2}$.

Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T

s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.

- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$.



Do trojuholníka postupne vložíme:

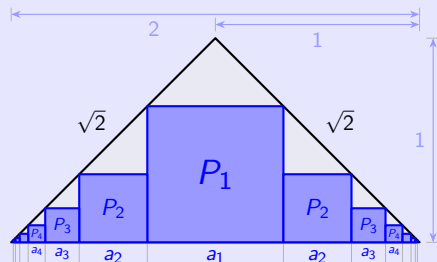
- Jeden štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2}$, obsahom $P_2 = 2a_2^2 = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{2}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2^2}$, obsahom $P_3 = 2a_3^2 = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4^2} = \frac{2}{9 \cdot 4}$.
- Dva štvorce so stranami $a_4 = \frac{a_3}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2^4}$, obsahom $P_4 = 2a_4^2 = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4^4} = \frac{2}{9 \cdot 4^3}$.

Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T

s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.

- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$.



Do trojuholníka postupne vložíme:

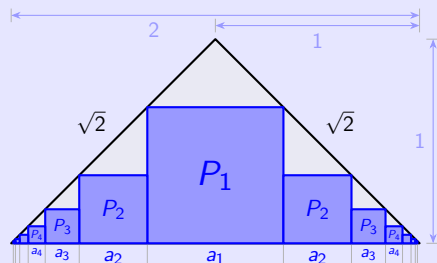
- Jeden štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2}$, obsahom $P_2 = 2a_2^2 = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{2}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2^2}$, obsahom $P_3 = 2a_3^2 = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4^2} = \frac{2}{9 \cdot 4}$.
- Dva štvorce so stranami $a_n = \frac{a_{n-1}}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2^{n-2}}$, obsahom $P_n = 2a_n^2 = \frac{2}{9 \cdot 4^{n-2}}$ pre $n \in \mathbb{N}$.

Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T

s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.

- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$.



Do trojuholníka postupne vložíme:

- Jeden štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2}$, obsahom $P_2 = 2a_2^2 = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{2}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2^2}$, obsahom $P_3 = 2a_3^2 = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4^2} = \frac{2}{9 \cdot 4}$.
- Dva štvorce so stranami $a_n = \frac{a_{n-1}}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2^{n-2}}$, obsahom $P_n = 2a_n^2 = \frac{2}{9 \cdot 4^{n-2}}$ pre $n \in \mathbb{N}$.

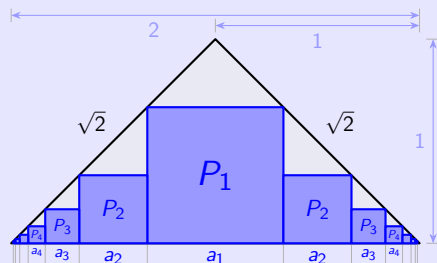
Pre súčet obsahov $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \dots$ týchto štvorcov platí:

Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T

s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.

- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$.



Do trojuholníka postupne vložíme:

- Jeden štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2}$, obsahom $P_2 = 2a_2^2 = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{2}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2^2}$, obsahom $P_3 = 2a_3^2 = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4^2} = \frac{2}{9 \cdot 4}$.
- Dva štvorce so stranami $a_n = \frac{a_{n-1}}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2^{n-2}}$, obsahom $P_n = 2a_n^2 = \frac{2}{9 \cdot 4^{n-2}}$ pre $n \in \mathbb{N}$.

Pre súčet obsahov $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \dots$ týchto štvorcov platí:

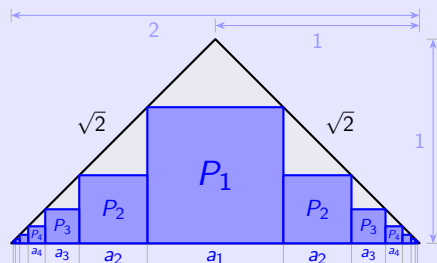
- $1 = P_T > P$

Základné vlastnosti – 1. Motivačný príklad

- Uvažujme pravouhlý rovnoramenný trojuholník T

s odvesnami dĺžky $\sqrt{2}$ a preponou dlhou 2.

- Obsah trojuholníka T je $P_T = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = \frac{2 \cdot 1}{2} = 1$.



Do trojuholníka postupne vložíme:

- Jeden štvorec so stranou $a_1 = \frac{2}{3}$, obsahom $P_1 = a_1^2 = \frac{4}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_2 = \frac{a_1}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2}$, obsahom $P_2 = 2a_2^2 = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{2}{9}$.
- Dva štvorce so stranami $a_3 = \frac{a_2}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2^2}$, obsahom $P_3 = 2a_3^2 = \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4^2} = \frac{2}{9 \cdot 4}$.
- Dva štvorce so stranami $a_n = \frac{a_{n-1}}{2} = \frac{2}{3 \cdot 2^{n-2}}$, obsahom $P_n = 2a_n^2 = \frac{2}{9 \cdot 4^{n-2}}$ pre $n \in \mathbb{N}$.

Pre súčet obsahov $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \dots$ týchto štvorcov platí:

$$1 = P_T > P = \sum_{n=1}^{\infty} P_n = \frac{4}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9 \cdot 4} + \dots + \frac{2}{9 \cdot 4^{n-2}} + \dots$$

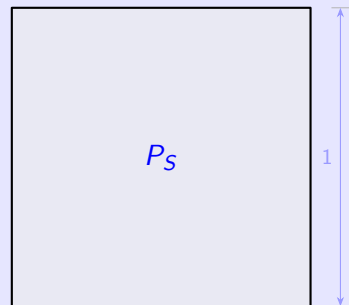
Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dĺžkou 1,



Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

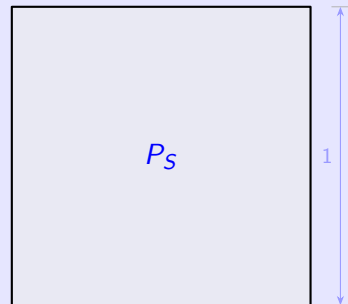
- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.



Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdelíme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

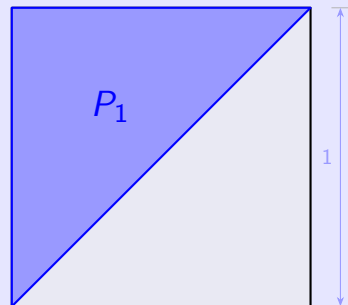


Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdelíme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.

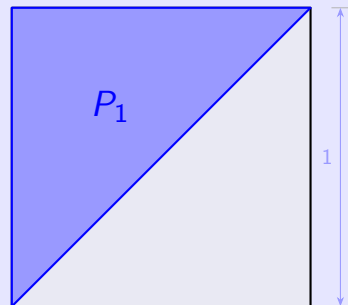


Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdelíme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n , $n \in \mathbb{N}$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka)

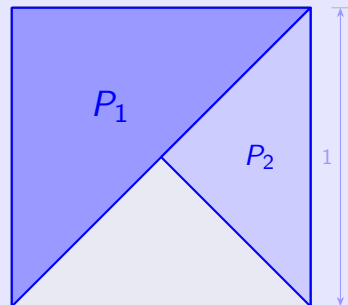


Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdelíme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n , $n \in \mathbb{N}$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice),

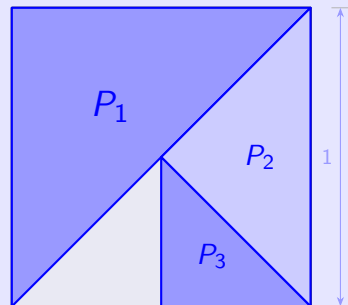


Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdelíme na pravouhlé rovnostranné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n , $n \in \mathbb{N}$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).



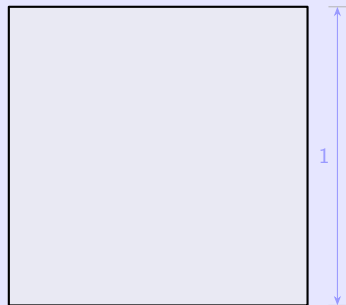
Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdelíme na pravouhlé rovnoramenné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n , $n \in \mathbb{N}$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).

Postupne platí:

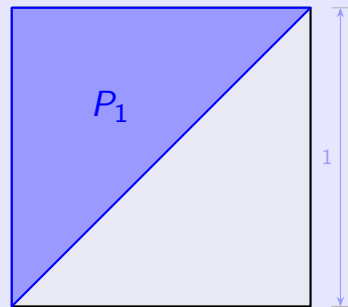


Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdelíme na pravouhlé rovnostranné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n , $n \in \mathbb{N}$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).



Postupne platí:

$$P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}.$$

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

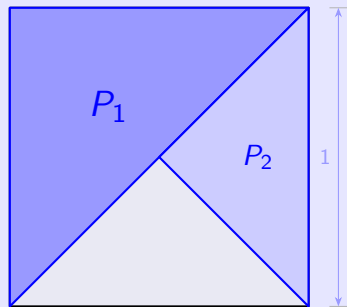
Štvorec S postupne rozdelíme na pravouhlé rovnostranné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n , $n \in \mathbb{N}$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).

Postupne platí:

$$P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}.$$

$$P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}.$$

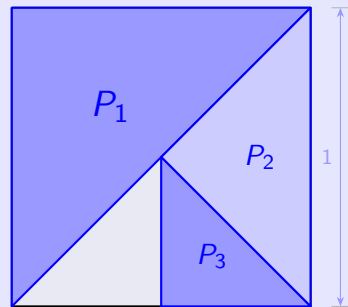


Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdelíme na pravouhlé rovnostranné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n , $n \in \mathbb{N}$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).



Postupne platí:

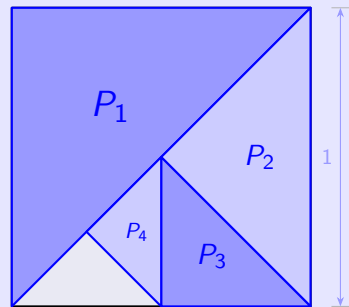
$$\bullet P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2} \quad \bullet P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2} \quad \bullet P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$$

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdelíme na pravouhlé rovnostranné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n , $n \in \mathbb{N}$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).



Postupne platí:

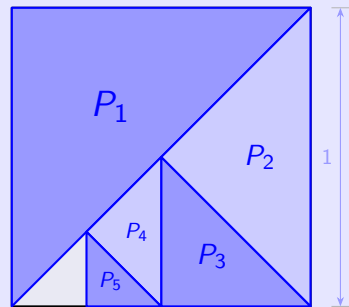
- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$.
- $P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$.
- $P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4}$.

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdelíme na pravouhlé rovnostranné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n , $n \in \mathbb{N}$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).



Postupne platí:

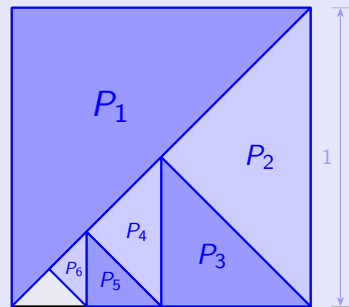
- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$.
- $P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$.
- $P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4}$.
- $P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5}$.

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdelíme na pravouhlé rovnostranné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n , $n \in \mathbb{N}$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).



Postupne platí:

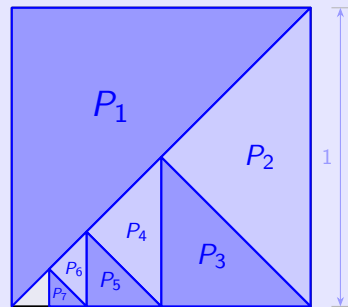
- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$.
- $P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$.
- $P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4}$.
- $P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5}$.
- $P_6 = \frac{P_5}{2} = \frac{P_S}{2^6} = \frac{1}{2^6}$.

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdelíme na pravouhlé rovnostranné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n , $n \in \mathbb{N}$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).



Postupne platí:

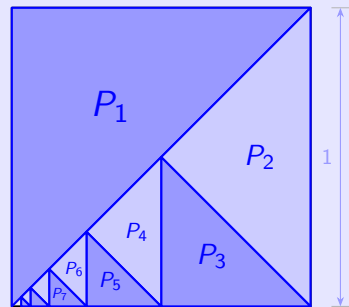
- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$
- $P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$
- $P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4}$
- $P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5}$
- $P_7 = \frac{P_6}{2} = \frac{P_S}{2^7} = \frac{1}{2^7}$

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdelíme na pravouhlé rovnostranné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n , $n \in \mathbb{N}$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).



Postupne platí:

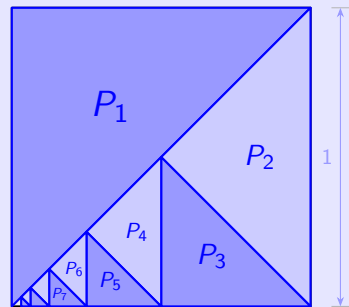
- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$.
- $P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$.
- $P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4}$.
- $P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5}$.
- $P_n = \frac{P_{n-1}}{2} = \frac{P_S}{2^n} = \frac{1}{2^n}, n \in \mathbb{N}$.

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdelíme na pravouhlé rovnostranné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n , $n \in \mathbb{N}$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).



Postupne platí:

- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$.
- $P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$.
- $P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4}$.
- $P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5}$.
- $P_n = \frac{P_{n-1}}{2} = \frac{P_S}{2^n} = \frac{1}{2^n}, n \in \mathbb{N}$.

Pre súčet obsahov $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \dots$ týchto trojuholníkov platí:

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

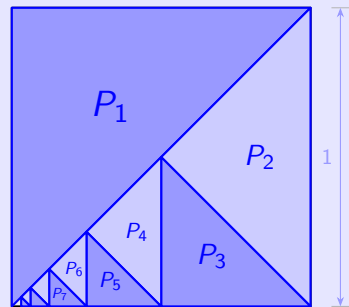
Štvorec S postupne rozdelíme na pravouhlé rovnostranné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S

uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.

- Každý trojuholník T_n , $n \in \mathbb{N}$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice),

jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).



Postupne platí:

- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$.
- $P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$.
- $P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4}$.
- $P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5}$.
- $P_n = \frac{P_{n-1}}{2} = \frac{P_S}{2^n} = \frac{1}{2^n}, n \in \mathbb{N}$.

Pre súčet obsahov $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \dots$ týchto trojuholníkov platí:

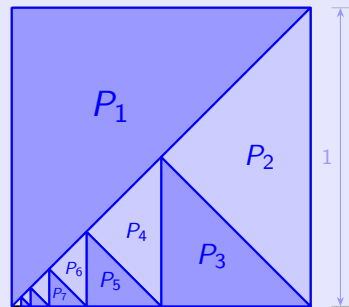
- $1 = P_S$

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdelíme na pravouhlé rovnostranné trojuholníky:

- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.
- Každý trojuholník T_n , $n \in \mathbb{N}$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S (t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice), jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).



Postupne platí:

- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$.
- $P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$.
- $P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4}$.
- $P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5}$.
- $P_n = \frac{P_{n-1}}{2} = \frac{P_S}{2^n} = \frac{1}{2^n}$, $n \in \mathbb{N}$.

Pre súčet obsahov $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \dots$ týchto trojuholníkov platí:

$$1 = P_S = \sum_{n=1}^{\infty} P_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_S}{2^n}$$

Základné vlastnosti – 2. Motivačný príklad

- Uvažujme štvorec S so stranou dlhou 1, jeho obsah je $P_S = 1 \cdot 1 = 1$.

Štvorec S postupne rozdelíme na pravouhlé rovnostranné trojuholníky:

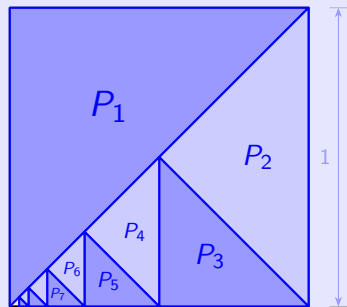
- Prvý trojuholník T_1 vznikne rozdelením štvorca S

uhlopriečkou na polovicu, jeho obsah je $P_1 = \frac{S}{2}$.

- Každý trojuholník T_n , $n \in \mathbb{N}$ vznikne rozdelením zvyšku štvorca S

(t. j. novovzniknutého trojuholníka) na dva rovnaké trojuholníky (polovice),

jeho obsah je $P_n = \frac{P_{n-1}}{2}$ (polovica obsahu trojuholníka T_{n-1}).



Postupne platí:

- $P_1 = \frac{P_S}{2} = \frac{1}{2}$.
- $P_2 = \frac{P_1}{2} = \frac{P_S}{2^2} = \frac{1}{2^2}$.
- $P_3 = \frac{P_2}{2} = \frac{P_S}{2^3} = \frac{1}{2^3}$.
- $P_4 = \frac{P_3}{2} = \frac{P_S}{2^4} = \frac{1}{2^4}$.
- $P_5 = \frac{P_4}{2} = \frac{P_S}{2^5} = \frac{1}{2^5}$.
- $P_n = \frac{P_{n-1}}{2} = \frac{P_S}{2^n} = \frac{1}{2^n}, n \in \mathbb{N}$.

Pre súčet obsahov $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + \dots$ týchto trojuholníkov platí:

$$1 = P_S = \sum_{n=1}^{\infty} P_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{P_S}{2^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$$

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady *úzko súvisia* s číselnými postupnosťami.

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady *úzko súvisia* s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady *zovšeobecňujú* pojem sčítavania *na nekonečný počet* sčítancov.

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady *úzko súvisia* s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady *zovšeobecňujú* pojem sčítavania *na nekonečný počet* sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom **(nekonečným) číselným radom** (stručne **radom**) nazývame

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady *úzko súvisia* s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady *zovšeobecňujú* pojem sčítavania *na nekonečný počet* sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom **(nekonečným) číselným radom** (stručne **radom**) nazývame

nekonečný súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$.

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady *úzko súvisia* s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady *zovšeobecňujú* pojem sčítavania *na nekonečný počet* sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom **(nekonečným) číselným radom** (stručne **radom**) nazývame

nekonečný súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$. [Rad je jednoznačne určený postupnosťou $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$.]

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady *úzko súvisia* s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady *zovšeobecňujú* pojem sčítavania *na nekonečný počet* sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom **(nekonečným) číselným radom** (stručne **radom**) nazývame

nekonečný súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$. [Rad je jednoznačne určený postupnosťou $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$.]

- Pre sčítavanie nekonečného počtu sčítancov *neplatia* všetky pravidlá *platné pre konečné počty* sčítancov.

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady *úzko súvisia* s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady *zovšeobecňujú* pojem sčítavania *na nekonečný počet* sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom **(nekonečným) číselným radom** (stručne **radom**) nazývame

nekonečný súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$. [Rad je jednoznačne určený postupnosťou $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$.]

- Pre sčítavanie nekonečného počtu sčítancov *neplatia* všetky pravidlá *platné pre konečné počty* sčítancov.

Napríklad vo všeobecnosti neplatí asociatívny zákon.

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady *úzko súvisia* s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady *zovšeobecňujú* pojem sčítavania *na nekonečný počet* sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom **(nekonečným) číselným radom** (stručne **radom**) nazývame

nekonečný súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$. [Rad je jednoznačne určený postupnosťou $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$.]

- Pre sčítavanie nekonečného počtu sčítancov *neplatia* všetky pravidlá *platné pre konečné počty* sčítancov.

Napríklad vo všeobecnosti *neplatí* asociatívny zákon.

- Uvažujme číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$.

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady *úzko súvisia* s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady *zovšeobecňujú* pojem sčítavania *na nekonečný počet* sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom **(nekonečným) číselným radom** (stručne **radom**) nazývame

nekonečný súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$. [Rad je jednoznačne určený postupnosťou $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$.]

- Pre sčítavanie nekonečného počtu sčítancov *neplatia* všetky pravidlá *platné pre konečné počty* sčítancov.

Napríklad vo všeobecnosti *neplatí* asociatívny zákon.

- Uvažujme číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$.

Pridaním alebo výmenou **zátvoriek** *sa môže zmeniť* súčet *radu*:

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady *úzko súvisia* s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady *zovšeobecňujú* pojem sčítavania *na nekonečný počet* sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom **(nekonečným) číselným radom** (stručne **radom**) nazývame

$$\text{nekonečný súčet } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots. \quad [\text{Rad je jednoznačne určený postupnosťou } \{a_n\}_{n=1}^{\infty}.]$$

- Pre sčítavanie nekonečného počtu sčítancov *neplatia* všetky pravidlá *platné pre konečné počty* sčítancov.

Napríklad vo všeobecnosti neplatí asociatívny zákon.

- Uvažujme číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$.

Pridaním alebo výmenou zátvoriek *sa môže zmeniť* súčet *radu*:

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = \left\{ \right.$$

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady *úzko súvisia* s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady *zovšeobecňujú* pojem sčítavania *na nekonečný počet* sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom **(nekonečným) číselným radom** (stručne **radom**) nazývame

nekonečný súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$. [Rad je jednoznačne určený postupnosťou $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$.]

- Pre sčítavanie nekonečného počtu sčítancov *neplatia* všetky pravidlá *platné pre konečné počty* sčítancov.

Napríklad vo všeobecnosti neplatí asociatívny zákon.

- Uvažujme číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$.

Pridaním alebo výmenou zátvoriek *sa môže zmeniť* súčet *radu*:

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = \begin{cases} \bullet (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \cdots = 0 + 0 + 0 + \cdots = 0, \\ \bullet \end{cases}$$

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady *úzko súvisia* s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady *zovšeobecňujú* pojem sčítavania *na nekonečný počet* sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom **(nekonečným) číselným radom** (stručne **radom**) nazývame

$$\text{nekonečný súčet } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots. \quad [\text{Rad je jednoznačne určený postupnosťou } \{a_n\}_{n=1}^{\infty}.]$$

- Pre sčítavanie nekonečného počtu sčítancov *neplatia* všetky pravidlá *platné pre konečné počty* sčítancov.

Napríklad vo všeobecnosti neplatí asociatívny zákon.

- Uvažujme číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$.

Pridaním alebo výmenou zátvoriek *sa môže zmeniť* súčet *radu*:

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = \begin{cases} \bullet (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \cdots = 0 + 0 + 0 + \cdots = 0, \\ \bullet 1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \cdots = 1 + 0 + 0 + \cdots = 1. \end{cases}$$

Základné vlastnosti – Definícia číselného radu

- Číselné rady *úzko súvisia* s číselnými postupnosťami.
- Číselné rady *zovšeobecňujú* pojem sčítavania *na nekonečný počet* sčítancov.

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je číselná postupnosť, potom **(nekonečným) číselným radom** (stručne **radom**) nazývame

$$\text{nekonečný súčet } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots. \quad [\text{Rad je jednoznačne určený postupnosťou } \{a_n\}_{n=1}^{\infty}.]$$

- Pre sčítavanie nekonečného počtu sčítancov *neplatia* všetky pravidlá *platné pre konečné počty* sčítancov.

Napríklad vo všeobecnosti *neplatí* asociatívny zákon.

- Uvažujme číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \cdots$.

Pridaním alebo výmenou zátvoriek *sa môže zmeniť* súčet *radu*:

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} ? \begin{cases} \bullet (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \cdots = 0 + 0 + 0 + \cdots = 0, \\ \bullet 1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \cdots = 1 + 0 + 0 + \cdots = 1. \end{cases}$$

Základné vlastnosti – Postupnosť čiastočných súčtov

Uvažujme rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots$.

Základné vlastnosti – Postupnosť čiastočných súčtov

Uvažujme rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ nazývame:

Základné vlastnosti – Postupnosť čiastočných súčtov

Uvažujme rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n}_{s_n = \sum_{k=1}^n a_k} + a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ nazývame:

- $s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ (konečný súčet) n -tým čiastočným súčtom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Základné vlastnosti – Postupnosť čiastočných súčtov

Uvažujme rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n + \underbrace{a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots}_{r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k}.$

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ nazývame:

- $r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \cdots$ (nekonečný súčet) n -tým zvyškom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Základné vlastnosti – Postupnosť čiastočných súčtov

Uvažujme rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n}_{s_n = \sum_{k=1}^n a_k} + \underbrace{a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots}_{r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k}$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ nazývame:

- $s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ (konečný súčet) n -tým čiastočným súčtom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- $r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \cdots$ (nekonečný súčet) n -tým zvyškom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Základné vlastnosti – Postupnosť čiastočných súčtov

Uvažujme rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n}_{s_n = \sum_{k=1}^n a_k} + \underbrace{a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots}_{r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k}$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ nazývame:

- $s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ (konečný súčet) n -tým čiastočným súčtom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- $r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \cdots$ (nekonečný súčet) n -tým zvyškom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Postupnosťou čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame

Základné vlastnosti – Postupnosť čiastočných súčtov

Uvažujme rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n}_{s_n = \sum_{k=1}^n a_k} + \underbrace{a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots}_{r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k}$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ nazývame:

- $s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ (konečný súčet) n -tým čiastočným súčtom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- $r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \cdots$ (nekonečný súčet) n -tým zvyškom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Postupnosťou čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame

postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ pre $n \in \mathbb{N}$.

Základné vlastnosti – Postupnosť čiastočných súčtov

Uvažujme rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n}_{s_n = \sum_{k=1}^n a_k} + \underbrace{a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots}_{r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k}$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ nazývame:

- $s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ (konečný súčet) n -tým čiastočným súčtom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- $r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \cdots$ (nekonečný súčet) n -tým zvyškom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Postupnosťou čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame

postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ pre $n \in \mathbb{N}$.

- Z definície vyplýva, že pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_n + r_n$$

Základné vlastnosti – Postupnosť čiasočných súčtov

Uvažujme rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n}_{s_n = \sum_{k=1}^n a_k} + \underbrace{a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots}_{r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k}$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ nazývame:

- $s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ (konečný súčet) n -tým čiasočným súčtom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- $r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \cdots$ (nekonečný súčet) n -tým zvyškom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Postupnosťou čiasočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame

postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ pre $n \in \mathbb{N}$.

- Z definície vyplýva, že pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_n + r_n = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k$$

Základné vlastnosti – Postupnosť číastočných súčtov

Uvažujme rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n}_{s_n = \sum_{k=1}^n a_k} + \underbrace{a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + a_{n+4} + \cdots}_{r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k}$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ nazývame:

- $s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ (konečný súčet) n -tým číastočným súčtom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.
- $r_n = \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \cdots$ (nekonečný súčet) n -tým zvyškom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Postupnosťou číastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame

postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$, kde $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ pre $n \in \mathbb{N}$.

- Z definície vyplýva, že pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_n + r_n = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=n+1}^{\infty} a_k = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^{\infty} a_{n+k}.$$

Základné vlastnosti – Konvergencia, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má **súčet** $s \in \mathbb{R}^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

Základné vlastnosti – Konvergencia, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má **súčet** $s \in \mathbb{R}^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$,

Základné vlastnosti – Konvergencia, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má **súčet** $s \in \mathbb{R}^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = s$.

Základné vlastnosti – Konvergencia, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má **súčet** $s \in \mathbb{R}^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \cdots + a_n) = s$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \left\{ \begin{array}{l} s \in \mathbb{R} \\ \pm \infty \\ \nexists \end{array} \right.$$

Základné vlastnosti – Konvergenca, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má **súčet** $s \in \mathbb{R}^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = s$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \left\{ \begin{array}{l} s \in \mathbb{R} \\ \text{konečný} \\ \text{súčet} \\ \hline \pm \infty \\ \hline \nexists \end{array} \right.$$

Základné vlastnosti – Konvergenca, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má **súčet** $s \in \mathbb{R}^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = s$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n =$
 $\left\{ \begin{array}{l} s \in \mathbb{R} \\ \text{konečný} \\ \text{súčet} \\ \hline \pm \infty \\ \text{nekonečný} \\ \text{súčet} \\ \hline \nexists \end{array} \right.$

Základné vlastnosti – Konvergenca, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má **súčet** $s \in \mathbb{R}^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = s$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \left\{ \begin{array}{l} s \in \mathbb{R} \\ \text{konečný} \\ \text{súčet} \\ \hline \pm \infty \\ \text{nekonečný} \\ \text{súčet} \\ \hline \nexists \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ konverguje k súčtu } s \\ \\ \\ \end{array}$$

Základné vlastnosti – Konvergenca, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má **súčet** $s \in \mathbb{R}^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = s$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n =$	$\left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right.$	$s \in \mathbb{R}$ konečný súčet	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konverguje k súčtu s
		$\pm \infty$ nekonečný súčet	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ diverguje do $\pm \infty$
		$\nexists$	

Základné vlastnosti – Konvergenca, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má **súčet** $s \in \mathbb{R}^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = s$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \left\{ \begin{array}{ll} s \in \mathbb{R} & \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ konverguje k súčtu } s \\ \text{konečný} & \\ \text{súčet} & \\ \hline \pm \infty & \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ diverguje do } \pm \infty \\ \text{nekonečný} & \\ \text{súčet} & \\ \hline \nexists & \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ osciluje} \end{array} \right.$$

Základné vlastnosti – Konvergenca, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má **súčet** $s \in \mathbb{R}^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = s$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \left\{ \begin{array}{ll} \begin{array}{l} s \in \mathbb{R} \\ \text{konečný} \\ \text{súčet} \end{array} & \begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ konverguje k súčtu } s \\ \text{označenie } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s \\ \text{resp. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s \end{array} \\ \hline \begin{array}{l} \pm\infty \\ \text{nekonečný} \\ \text{súčet} \end{array} & \begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ diverguje do } \pm\infty \\ \text{označenie } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \pm\infty \\ \text{resp. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \pm\infty \end{array} \\ \hline \nexists & \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ osciluje} \end{array} \right.$$

Základné vlastnosti – Konvergenca, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má **súčet** $s \in \mathbb{R}^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = s$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \left\{ \begin{array}{l} \begin{array}{l} s \in \mathbb{R} \\ \text{konečný} \\ \text{súčet} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ konverguje k súčtu } s \\ \text{označenie } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s \\ \text{resp. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s \end{array} \right\} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ konverguje} \\ \hline \begin{array}{l} \pm \infty \\ \text{nekonečný} \\ \text{súčet} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ diverguje do } \pm \infty \\ \text{označenie } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \pm \infty \\ \text{resp. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \pm \infty \end{array} \right\} \\ \hline \nexists \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ osciluje} \end{array} \right.$$

Základné vlastnosti – Konvergenca, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má **súčet** $s \in \mathbb{R}^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = s$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \left\{ \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} s \in \mathbb{R} \\ \text{konečný} \\ \text{súčet} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ konverguje k súčtu } s \\ \text{označenie } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow s \\ \text{resp. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s \end{array} \right\} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ konverguje} \\ \hline \left. \begin{array}{l} \pm \infty \\ \text{nekonečný} \\ \text{súčet} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ diverguje do } \pm \infty \\ \text{označenie } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \pm \infty \\ \text{resp. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \pm \infty \end{array} \right\} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ diverguje} \\ \hline \left. \begin{array}{l} \nexists \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ osciluje} \end{array} \right\}$$

Základné vlastnosti – Konvergenca, divergencia, súčet radu

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ má **súčet** $s \in \mathbb{R}^*$, označenie $s = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$,

ak existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$, t. j. platí $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_1 + a_2 + \dots + a_n) = s$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \left\{ \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} s \in \mathbb{R} \\ \text{konečný} \\ \text{súčet} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ konverguje k súčtu } s \\ \text{označenie } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow s \\ \text{resp. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ konverguje} \\ \text{označenie } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \end{array} \right. \\ \hline \left. \begin{array}{l} \pm \infty \\ \text{nekonečný} \\ \text{súčet} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ diverguje do } \pm \infty \\ \text{označenie } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \pm \infty \\ \text{resp. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \pm \infty \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ diverguje} \\ \text{označenie } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \not\rightarrow \end{array} \right. \\ \hline \left. \begin{array}{l} \nexists \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ osciluje} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \end{array} \right\} \end{array} \right.$$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$

- $s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, n \in \mathbb{N}.$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$

- $s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, n \in \mathbb{N}.$

Označme $s_0 = 0$,

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$

- $s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, n \in \mathbb{N}.$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

- $s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$

- $s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, n \in \mathbb{N}.$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

- $s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$

$$\Leftrightarrow \bullet a_1 = s_1 - s_0.$$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$$

$$\bullet s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, n \in \mathbb{N}.$$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_1 = s_1 - s_0.$$

$$\bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$$

$$\bullet s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, n \in N.$$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_1 = s_1 - s_0.$$

$$\bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_2 = s_2 - s_1.$$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$$

$$\bullet s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, n \in \mathbb{N}.$$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_1 = s_1 - s_0.$$

$$\bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_2 = s_2 - s_1.$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$$

$$\bullet s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, n \in \mathbb{N}.$$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_1 = s_1 - s_0.$$

$$\bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_2 = s_2 - s_1.$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_3 = s_3 - s_2.$$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$$

$$\bullet s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, n \in \mathbb{N}.$$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_1 = s_1 - s_0.$$

$$\bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_2 = s_2 - s_1.$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_3 = s_3 - s_2.$$

$$\bullet s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4.$$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$$

$$\bullet s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, n \in \mathbb{N}.$$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_1 = s_1 - s_0.$$

$$\bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_2 = s_2 - s_1.$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_3 = s_3 - s_2.$$

$$\bullet s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_4 = s_4 - s_3.$$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$$

$$\bullet s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, n \in \mathbb{N}.$$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_1 = s_1 - s_0.$$

$$\bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_2 = s_2 - s_1.$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_3 = s_3 - s_2.$$

$$\bullet s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_4 = s_4 - s_3.$$

...

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$$

$$\bullet s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, n \in \mathbb{N}.$$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_1 = s_1 - s_0.$$

$$\bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_2 = s_2 - s_1.$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_3 = s_3 - s_2.$$

$$\bullet s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_4 = s_4 - s_3.$$

...

$$\bullet s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n = s_{n-1} + a_n.$$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$$

$$\bullet s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_1 = s_1 - s_0.$$

$$\bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_2 = s_2 - s_1.$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_3 = s_3 - s_2.$$

$$\bullet s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_4 = s_4 - s_3.$$

...

$$\bullet s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n = s_{n-1} + a_n. \quad \Leftrightarrow \bullet a_n = s_n - s_{n-1} \text{ pre } n \in \mathbb{N}.$$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$$

$$\bullet s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, \quad n \in \mathbb{N}.$$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_1 = s_1 - s_0.$$

$$\bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_2 = s_2 - s_1.$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_3 = s_3 - s_2.$$

$$\bullet s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_4 = s_4 - s_3.$$

...

$$\bullet s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n = s_{n-1} + a_n. \quad \Leftrightarrow \bullet a_n = s_n - s_{n-1} \text{ pre } n \in \mathbb{N}.$$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$$

$$\bullet s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, n \in N.$$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_1 = s_1 - s_0.$$

$$\bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_2 = s_2 - s_1.$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_3 = s_3 - s_2.$$

$$\bullet s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_4 = s_4 - s_3.$$

...

$$\bullet s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n = s_{n-1} + a_n. \Leftrightarrow \bullet a_n = s_n - s_{n-1} \text{ pre } n \in N.$$

Vzťah medzi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **vzájomne jednoznačný**.

$$s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum_{k=1}^n a_k \quad n \in N.$$

$$a_n = s_n - s_{n-1} \quad n \in N, \quad s_0 = 0.$$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$$

$$\bullet s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, n \in N.$$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_1 = s_1 - s_0.$$

$$\bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_2 = s_2 - s_1.$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_3 = s_3 - s_2.$$

$$\bullet s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_4 = s_4 - s_3.$$

...

$$\bullet s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n = s_{n-1} + a_n. \Leftrightarrow \bullet a_n = s_n - s_{n-1} \text{ pre } n \in N.$$

Vzťah medzi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **vzájomne jednoznačný**.

$$\bullet \text{ Daný je rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n.$$

$$\Rightarrow \bullet s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum_{k=1}^n a_k \text{ pre } n \in N.$$

$$a_n = s_n - s_{n-1} \quad n \in N, \quad s_0 = 0.$$

Základné vlastnosti – Rad a jeho postupnosť čiastočných súčtov

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots$$

$$\bullet s_n = \sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + \cdots + a_n, n \in N.$$

Označme $s_0 = 0$, potom platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = s_0 + a_1.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_1 = s_1 - s_0.$$

$$\bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_2 = s_2 - s_1.$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_2 + a_3.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_3 = s_3 - s_2.$$

$$\bullet s_4 = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = s_3 + a_4.$$

$$\Leftrightarrow \bullet a_4 = s_4 - s_3.$$

...

$$\bullet s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n = s_{n-1} + a_n. \Leftrightarrow \bullet a_n = s_n - s_{n-1} \text{ pre } n \in N.$$

Vzťah medzi $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ a $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **vzájomne jednoznačný**.

$$\bullet \text{ Daný je rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n. \Rightarrow \bullet s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \sum_{k=1}^n a_k \text{ pre } n \in N.$$

$$\bullet \text{ Daná je postupnosť } \{s_n\}_{n=1}^{\infty}. \Rightarrow \bullet a_n = s_n - s_{n-1} \text{ pre } n \in N, \text{ kde } s_0 = 0.$$

Základné vlastnosti – Nutná podmienka konvergence radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow (\text{číselný rad konverguje}).$$

[Nutná podmienka konvergence radu – NP.]

Základné vlastnosti – Nutná podmienka konvergence radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow (\text{číselný rad konverguje}).$$

[Nutná podmienka konvergence radu – NP.]

$$\Rightarrow \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0.$$

$$[\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.]$$



Základné vlastnosti – Nutná podmienka konvergence radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow (\text{číselný rad konverguje}).$$

[Nutná podmienka konvergence radu – NP.]

$$\Rightarrow \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0.$$

$$[\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.]$$

Dôkaz.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow (\text{rad konverguje}),$$

Základné vlastnosti – Nutná podmienka konvergence radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{(číselný rad konverguje).}$$

[Nutná podmienka konvergence radu – NP.]

$$\Rightarrow \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0.$$

$$[\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.]$$

Dôkaz.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{(rad konverguje), t. j. existuje } s \in \mathbb{R} \text{ také, že } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s.$$



Základné vlastnosti – Nutná podmienka konvergence radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{(číslný rad konverguje).}$$

[Nutná podmienka konvergence radu – NP.]

$$\Rightarrow \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0.$$

$$[\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.]$$

Dôkaz.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje), t. j. existuje $s \in \mathbb{R}$ také, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$.
- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = s_n - s_{n-1}$.



Základné vlastnosti – Nutná podmienka konverencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow (\text{číslný rad konverguje}).$$

[Nutná podmienka konverencie radu – NP.]

$$\Rightarrow \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0.$$

$$[\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.]$$

Dôkaz.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje), t. j. existuje $s \in \mathbb{R}$ také, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$.
- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = s_n - s_{n-1}$.

$$\Rightarrow \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s_n - s_{n-1})$$



Základné vlastnosti – Nutná podmienka konverencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{(číslný rad konverguje)}.$$

[Nutná podmienka konverencie radu – NP.]

$$\Rightarrow \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0.$$

$$[\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.]$$

Dôkaz.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje), t. j. existuje $s \in R$ také, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = s_n - s_{n-1}$.

$$\Rightarrow \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n - \lim_{n \rightarrow \infty} s_{n-1}$$



Základné vlastnosti – Nutná podmienka konverencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{(číslný rad konverguje)}.$$

[Nutná podmienka konverencie radu – NP.]

$$\Rightarrow \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0.$$

$$[\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.]$$

Dôkaz.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje), t. j. existuje $s \in \mathbb{R}$ také, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$.
- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = s_n - s_{n-1}$.

$$\Rightarrow \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n - \lim_{n \rightarrow \infty} s_{n-1} = s - s = 0.$$



Základné vlastnosti – Nutná podmienka konvergence radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow (\text{číslný rad konverguje}).$$

[Nutná podmienka konvergence radu – NP.]

$$\Rightarrow \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0.$$

$$[\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.]$$

Dôkaz.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje), t. j. existuje $s \in R$ také, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$.
- Pre všetky $n \in N$ platí $a_n = s_n - s_{n-1}$.

$$\Rightarrow \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n - \lim_{n \rightarrow \infty} s_{n-1} = s - s = 0.$$

Tvrdenie sa nedá obrátiť.

Základné vlastnosti – Nutná podmienka konvergence radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{(číselný rad konverguje)}.$$

[Nutná podmienka konvergence radu – NP.]

$$\Rightarrow \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0.$$

$$[\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.]$$

Dôkaz.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje), t. j. existuje $s \in \mathbb{R}$ také, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$.
- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = s_n - s_{n-1}$.

$$\Rightarrow \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n - \lim_{n \rightarrow \infty} s_{n-1} = s - s = 0.$$

Tvrdenie sa nedá obrátiť.

• Zo vzťahu $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ nevyplýva $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.

Základné vlastnosti – Nutná podmienka konverencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow (\text{číselný rad konverguje}).$$

[Nutná podmienka konverencie radu – NP.]

$$\Rightarrow \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0.$$

$$\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.$$

Dôkaz.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje), t. j. existuje $s \in \mathbb{R}$ také, že $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s$.
- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = s_n - s_{n-1}$.

$$\Rightarrow \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n - \lim_{n \rightarrow \infty} s_{n-1} = s - s = 0.$$

Tvrdenie sa nedá obrátiť.

$$\bullet \text{ Zo vzťahu } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \text{ nevyplýva } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow.$$

$$\text{Existuje } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0 \text{ alebo neexistuje } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n.$$

[Neplatí $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.]

Základné vlastnosti – Nutná podmienka konverencie radu

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{(číselný rad konverguje).}$$

[Nutná podmienka konverencie radu – NP.]

$$\Rightarrow \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0.$$

$$[\{a_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0.]$$

Dôkaz.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{(rad konverguje), t. j. existuje } s \in \mathbb{R} \text{ také, že } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s.$$

$$\bullet \text{ Pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } a_n = s_n - s_{n-1}.$$

$$\Rightarrow \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n - \lim_{n \rightarrow \infty} s_{n-1} = s - s = 0.$$

Tvrdenie sa nedá obrátiť.

$$\bullet \text{ Zo vzťahu } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \text{ nevyplýva } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow.$$

$$\text{Existuje } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0 \text{ alebo neexistuje } \lim_{n \rightarrow \infty} a_n.$$

[Neplatí $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.]

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \not\longrightarrow.$$

[Rad diverguje, t. j. diverguje do $\pm\infty$ alebo osciluje.]

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konvergenzie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konverencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

[Kritéria konverencie radov v nasledujúcej časti.]

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konvergenencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.
[Kritéria konvergenencie radov v nasledujúcej časti.]
- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konvergenencie (postupnosti, resp. radu).

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konvergence

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.
[Kritéria konvergence radov v nasledujúcej časti.]
- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konvergence (postupnosti, resp. radu).

$$\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow \text{(postupnosť konverguje).}$$

[Cauchy–Bolzanov princíp konvergence postupnosti.]

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{(rad konverguje).}$$

[Cauchy–Bolzanov princíp konvergence radu.]

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konvergence

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

[Kritéria konvergence radov v nasledujúcej časti.]

- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konvergence (postupnosti, resp. radu).

$$\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow \text{(postupnosť konverguje)}.$$

[Cauchy–Bolzanov princíp konvergence postupnosti.]

$\Leftrightarrow$ • Pre všetky $\varepsilon > 0$ existuje $n_0 \in \mathbb{N}$ také,

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{(rad konverguje)}.$$

[Cauchy–Bolzanov princíp konvergence radu.]

$\Leftrightarrow$ • Pre všetky $\varepsilon > 0$ existuje $n_0 \in \mathbb{N}$ také,

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konverencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

[Kritéria konverencie radov v nasledujúcej časti.]

- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konverencie (postupnosti, resp. radu).

$$\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow \text{(postupnosť konverguje)}.$$

[Cauchy–Bolzanov princíp konverencie postupnosti.]

$$\Leftrightarrow \bullet \text{ Pre všetky } \varepsilon > 0 \text{ existuje } n_0 \in \mathbb{N} \text{ také, že pre všetky } m, n \in \mathbb{N}, n \geq n_0, m \geq n_0 \text{ platí } |s_m - s_n| < \varepsilon.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{(rad konverguje)}.$$

[Cauchy–Bolzanov princíp konverencie radu.]

$$\Leftrightarrow \bullet \text{ Pre všetky } \varepsilon > 0 \text{ existuje } n_0 \in \mathbb{N} \text{ také,}$$

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konverencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.
[Kritéria konverencie radov v nasledujúcej časti.]
- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konverencie (postupnosti, resp. radu).

$$\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow \text{(postupnosť konverguje)}.$$

[Cauchy–Bolzanov princíp konverencie postupnosti.]

$$\Leftrightarrow \bullet \text{ Pre všetky } \varepsilon > 0 \text{ existuje } n_0 \in \mathbb{N} \text{ také, že pre všetky } m, n \in \mathbb{N}, n \geq n_0, m \geq n_0 \text{ platí } |s_m - s_n| < \varepsilon.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{(rad konverguje)}.$$

[Cauchy–Bolzanov princíp konverencie radu.]

$$\Leftrightarrow \bullet \text{ Pre všetky } \varepsilon > 0 \text{ existuje } n_0 \in \mathbb{N} \text{ také, že pre všetky } k, n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \text{ platí } |a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}| < \varepsilon.$$

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konverencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

[Kritéria konverencie radov v nasledujúcej časti.]

- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konverencie (postupnosti, resp. radu).

$$\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow \text{(postupnosť konverguje).}$$

[Cauchy–Bolzanov princíp konverencie postupnosti.]

$$\Leftrightarrow \bullet \text{ Pre všetky } \varepsilon > 0 \text{ existuje } n_0 \in \mathbb{N} \text{ také, že pre všetky } m, n \in \mathbb{N}, n \geq n_0, m \geq n_0 \text{ platí } |s_m - s_n| < \varepsilon.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{(rad konverguje).}$$

[Cauchy–Bolzanov princíp konverencie radu.]

$$\Leftrightarrow \bullet \text{ Pre všetky } \varepsilon > 0 \text{ existuje } n_0 \in \mathbb{N} \text{ také, že pre všetky } k, n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \text{ platí } |a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}| < \varepsilon.$$

- Ak položíme $m = n + k$, potom platí

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konverencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

[Kritéria konverencie radov v nasledujúcej časti.]

- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konverencie (postupnosti, resp. radu).

$$\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow \text{(postupnosť konverguje).}$$

[Cauchy–Bolzanov princíp konverencie postupnosti.]

$$\Leftrightarrow \bullet \text{ Pre všetky } \varepsilon > 0 \text{ existuje } n_0 \in \mathbb{N} \text{ také, že pre všetky } m, n \in \mathbb{N}, n \geq n_0, m \geq n_0 \text{ platí } |s_m - s_n| < \varepsilon.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{(rad konverguje).}$$

[Cauchy–Bolzanov princíp konverencie radu.]

$$\Leftrightarrow \bullet \text{ Pre všetky } \varepsilon > 0 \text{ existuje } n_0 \in \mathbb{N} \text{ také, že pre všetky } k, n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \text{ platí } |a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}| < \varepsilon.$$

- Ak položíme $m = n + k$, potom platí

$$|s_m - s_n| = |s_{n+k} - s_n|$$

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konvergenencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

[Kritéria konvergenencie radov v nasledujúcej časti.]

- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konvergenencie (postupnosti, resp. radu).

$$\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow \text{(postupnosť konverguje).}$$

[Cauchy–Bolzanov princíp konvergenencie postupnosti.]

$$\Leftrightarrow \bullet \text{ Pre všetky } \varepsilon > 0 \text{ existuje } n_0 \in \mathbb{N} \text{ také, že pre všetky } m, n \in \mathbb{N}, n \geq n_0, m \geq n_0 \text{ platí } |s_m - s_n| < \varepsilon.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{(rad konverguje).}$$

[Cauchy–Bolzanov princíp konvergenencie radu.]

$$\Leftrightarrow \bullet \text{ Pre všetky } \varepsilon > 0 \text{ existuje } n_0 \in \mathbb{N} \text{ také, že pre všetky } k, n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \text{ platí } |a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}| < \varepsilon.$$

- Ak položíme $m = n + k$, potom platí

$$\begin{aligned} |s_m - s_n| &= |s_{n+k} - s_n| \\ &= |(a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}) - (a_1 + a_2 + \cdots + a_n)| \end{aligned}$$

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konvergenencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

[Kritéria konvergenencie radov v nasledujúcej časti.]

- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konvergenencie (postupnosti, resp. radu).

$$\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow \text{(postupnosť konverguje).}$$

[Cauchy–Bolzanov princíp konvergenencie postupnosti.]

$$\Leftrightarrow \bullet \text{ Pre všetky } \varepsilon > 0 \text{ existuje } n_0 \in \mathbb{N} \text{ také, že pre všetky } m, n \in \mathbb{N}, n \geq n_0, m \geq n_0 \text{ platí } |s_m - s_n| < \varepsilon.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{(rad konverguje).}$$

[Cauchy–Bolzanov princíp konvergenencie radu.]

$$\Leftrightarrow \bullet \text{ Pre všetky } \varepsilon > 0 \text{ existuje } n_0 \in \mathbb{N} \text{ také, že pre všetky } k, n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \text{ platí } |a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}| < \varepsilon.$$

- Ak položíme $m = n + k$, potom platí

$$\begin{aligned} |s_m - s_n| &= |s_{n+k} - s_n| \\ &= |(a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}) - (a_1 + a_2 + \cdots + a_n)| \end{aligned}$$

Základné vlastnosti – Cauchy–Bolzanov princíp konverencie

- O konvergencii (postupnosti, resp. radu) môžeme často rozhodnúť aj bez toho, aby sme poznali limitu, resp. súčet.

[Kritéria konverencie radov v nasledujúcej časti.]

- Dôležitú úlohu má Cauchy–Bolzanov princíp konverencie (postupnosti, resp. radu).

$$\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow \text{(postupnosť konverguje).}$$

[Cauchy–Bolzanov princíp konverencie postupnosti.]

$$\Leftrightarrow \bullet \text{ Pre všetky } \varepsilon > 0 \text{ existuje } n_0 \in \mathbb{N} \text{ také, že pre všetky } m, n \in \mathbb{N}, n \geq n_0, m \geq n_0 \text{ platí } |s_m - s_n| < \varepsilon.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{(rad konverguje).}$$

[Cauchy–Bolzanov princíp konverencie radu.]

$$\Leftrightarrow \bullet \text{ Pre všetky } \varepsilon > 0 \text{ existuje } n_0 \in \mathbb{N} \text{ také, že pre všetky } k, n \in \mathbb{N}, n \geq n_0 \text{ platí } |a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}| < \varepsilon.$$

- Ak položíme $m = n + k$, potom platí

$$\begin{aligned} |s_m - s_n| &= |s_{n+k} - s_n| \\ &= |(a_1 + a_2 + \cdots + a_n + a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}) - (a_1 + a_2 + \cdots + a_n)| \\ &= |a_{n+1} + a_{n+2} + \cdots + a_{n+k}| < \varepsilon. \end{aligned}$$

Základné vlastnosti – Operácie s radmi

- Súčtom a rozdielom radov $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, nazývame rady $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$.

Základné vlastnosti – Operácie s radmi

- Súčtom a rozdielom radov $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, nazývame rady $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$.
- Násobkom radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ číslom $c \in R$ nazývame rad $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n$.

Základné vlastnosti – Operácie s radmi

- **Súčtom** a **rozdielom** radov $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, nazývame rady $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$.
- **Násobkom** radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ číslom $c \in R$ nazývame rad $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s, \sum_{n=1}^{\infty} b_n = t \text{ sú číselné postupnosti, } s, t \in R^*, c \in R \text{ (reálne číslo).}$$

Základné vlastnosti – Operácie s radmi

- **Súčtom** a **rozdielom** radov $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, nazývame rady $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$.
- **Násobkom** radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ číslom $c \in R$ nazývame rad $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s, \sum_{n=1}^{\infty} b_n = t \text{ sú číselné postupnosti, } s, t \in R^*, c \in R \text{ (reálne číslo).}$$

$\Rightarrow$ (Pokiaľ majú dané výrazy zmysel.)

Základné vlastnosti – Operácie s radmi

- **Súčtom** a **rozdielom** radov $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, nazývame rady $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$.
- **Násobkom** radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ číslom $c \in R$ nazývame rad $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s, \sum_{n=1}^{\infty} b_n = t \text{ sú číselné postupnosti, } s, t \in R^*, c \in R \text{ (reálne číslo).}$$

$\Rightarrow$ (Pokiaľ majú dané výrazy zmysel.)

- $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \pm \sum_{n=1}^{\infty} b_n = s \pm t.$

Základné vlastnosti – Operácie s radmi

- **Súčtom** a **rozdielom** radov $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, nazývame rady $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$.
- **Násobkom** radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ číslom $c \in R$ nazývame rad $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = t$ sú číselné postupnosti, $s, t \in R^*$, $c \in R$ (reálne číslo).

$\Rightarrow$ (Pokiaľ majú dané výrazy zmysel.)

- $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \pm \sum_{n=1}^{\infty} b_n = s \pm t.$
- $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n = c \sum_{n=1}^{\infty} a_n = cs.$

Základné vlastnosti – Operácie s radmi

- **Súčtom** a **rozdielom** radov $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, nazývame rady $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$.
- **Násobkom** radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ číslom $c \in R$ nazývame rad $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = t$ sú číselné postupnosti, $s, t \in R^*$, $c \in R$ (reálne číslo).

$\Rightarrow$ (Pokiaľ majú dané výrazy zmysel.)

- $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \pm \sum_{n=1}^{\infty} b_n = s \pm t.$
- $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n = c \sum_{n=1}^{\infty} a_n = cs.$

Opačné tvrdenie neplatí.

Základné vlastnosti – Operácie s radmi

- **Súčtom** a **rozdielom** radov $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, nazývame rady $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$.
- **Násobkom** radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ číslom $c \in R$ nazývame rad $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = t$ sú číselné postupnosti, $s, t \in R^*$, $c \in R$ (reálne číslo).

$\Rightarrow$ (Pokiaľ majú dané výrazy zmysel.)

- $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \pm \sum_{n=1}^{\infty} b_n = s \pm t.$
- $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n = c \sum_{n=1}^{\infty} a_n = cs.$

Opačné tvrdenie neplatí.

- **Súčet** $\sum_{n=1}^{\infty} [(-1)^n + (-1)^{n+1}] = \sum_{n=1}^{\infty} 0 \longrightarrow 0$ (konverguje).
- **Rozdiel** $\sum_{n=1}^{\infty} [(n+1) - n] = \sum_{n=1}^{\infty} 1 \longrightarrow 1$ (konverguje).
- **Súčin skalárom** $\sum_{n=1}^{\infty} [0 \cdot n] = \sum_{n=1}^{\infty} 0 \longrightarrow 0$ (konverguje).

Základné vlastnosti – Operácie s radmi

- **Súčtom** a **rozdielom** radov $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, nazývame rady $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n)$.
- **Násobkom** radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ číslom $c \in R$ nazývame rad $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = t$ sú číselné postupnosti, $s, t \in R^*$, $c \in R$ (reálne číslo).

$\Rightarrow$ (Pokiaľ majú dané výrazy zmysel.)

- $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \pm b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \pm \sum_{n=1}^{\infty} b_n = s \pm t$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} ca_n = c \sum_{n=1}^{\infty} a_n = cs$.

Opačné tvrdenie neplatí.

- **Súčet** $\sum_{n=1}^{\infty} [(-1)^n + (-1)^{n+1}] = \sum_{n=1}^{\infty} 0 \rightarrow 0$ (konverguje).
- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$, $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}$ oscilujú.
- **Rozdiel** $\sum_{n=1}^{\infty} [(n+1) - n] = \sum_{n=1}^{\infty} 1 \rightarrow 1$ (konverguje).
- $\sum_{n=1}^{\infty} (n+1) \rightarrow \infty$, $\sum_{n=1}^{\infty} n \rightarrow \infty$.
- **Súčin skalárom** $\sum_{n=1}^{\infty} [0 \cdot n] = \sum_{n=1}^{\infty} 0 \rightarrow 0$ (konverguje).
- $0 \cdot \sum_{n=1}^{\infty} n = 0 \cdot \infty$ neexistuje.

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad **má** súčet,

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots = s \in R^* \quad (\text{číselný rad má súčet}).$$

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots = s \in R^* \quad (\text{číselný rad má súčet}).$$

Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty} \subset N$ je rastúca.

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots = s \in R^* \quad (\text{číselný rad má súčet}).$$

Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty} \subset N$ je rastúca. $\Rightarrow$

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{a_1 + \cdots + a_{k_1}}_{c_1} + \underbrace{a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2}}_{c_2} + \cdots + \underbrace{a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n}}_{c_n} + \cdots$$

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots = s \in R^* \quad (\text{číselný rad má súčet}).$$

Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty} \subset N$ je rastúca. $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \underbrace{a_1 + \cdots + a_{k_1}}_{c_1} + \underbrace{a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2}}_{c_2} + \cdots + \underbrace{a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n}}_{c_n} + \cdots \\ &= \underbrace{(a_1 + \cdots + a_{k_1})}_{c_1} + \underbrace{(a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2})}_{c_2} + \cdots + \underbrace{(a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n})}_{c_n} + \cdots \end{aligned}$$

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots = s \in R^* \quad (\text{číselný rad má súčet}).$$

Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty} \subset N$ je rastúca. $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \underbrace{a_1 + \cdots + a_{k_1}}_{c_1} + \underbrace{a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2}}_{c_2} + \cdots + \underbrace{a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n}}_{c_n} + \cdots \\ &= \underbrace{(a_1 + \cdots + a_{k_1})}_{c_1} + \underbrace{(a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2})}_{c_2} + \cdots + \underbrace{(a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n})}_{c_n} + \cdots \\ &= c_1 + c_2 + \cdots + c_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} c_n \end{aligned}$$

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots = s \in R^* \quad (\text{číselný rad má súčet}).$$

Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty} \subset N$ je rastúca. $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \underbrace{a_1 + \cdots + a_{k_1}}_{c_1} + \underbrace{a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2}}_{c_2} + \cdots + \underbrace{a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n}}_{c_n} + \cdots \\ &= \underbrace{(a_1 + \cdots + a_{k_1})}_{c_1} + \underbrace{(a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2})}_{c_2} + \cdots + \underbrace{(a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n})}_{c_n} + \cdots \\ &= c_1 + c_2 + \cdots + c_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} c_n = s. \end{aligned}$$

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots = s \in R^* \quad (\text{číselný rad má súčet}).$$

Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty} \subset N$ je rastúca. $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \underbrace{a_1 + \cdots + a_{k_1}}_{c_1} + \underbrace{a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2}}_{c_2} + \cdots + \underbrace{a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n}}_{c_n} + \cdots \\ &= \underbrace{(a_1 + \cdots + a_{k_1})}_{c_1} + \underbrace{(a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2})}_{c_2} + \cdots + \underbrace{(a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n})}_{c_n} + \cdots \\ &= c_1 + c_2 + \cdots + c_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} c_n = s. \end{aligned}$$

• Z radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ vynecháme všetky nulové členy.

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots = s \in R^* \quad (\text{číselný rad má súčet}).$$

Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty} \subset N$ je rastúca. $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \underbrace{a_1 + \cdots + a_{k_1}}_{c_1} + \underbrace{a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2}}_{c_2} + \cdots + \underbrace{a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n}}_{c_n} + \cdots \\ &= \underbrace{(a_1 + \cdots + a_{k_1})}_{c_1} + \underbrace{(a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2})}_{c_2} + \cdots + \underbrace{(a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n})}_{c_n} + \cdots \\ &= c_1 + c_2 + \cdots + c_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} c_n = s. \end{aligned}$$

• Z radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ vynecháme všetky nulové členy.

• Do radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ vložíme ľubovoľný (aj spočítateľný) počet nulových členov.

Základné vlastnosti – Nulové členy radu

Ak číselný rad má súčet, potom preň platí asociatívny zákon.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n + \cdots = s \in R^* \quad (\text{číselný rad má súčet}).$$

Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty} \subset N$ je rastúca. $\Rightarrow$

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \underbrace{a_1 + \cdots + a_{k_1}}_{c_1} + \underbrace{a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2}}_{c_2} + \cdots + \underbrace{a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n}}_{c_n} + \cdots \\ &= \underbrace{(a_1 + \cdots + a_{k_1})}_{c_1} + \underbrace{(a_{k_1+1} + \cdots + a_{k_2})}_{c_2} + \cdots + \underbrace{(a_{k_{n-1}+1} + \cdots + a_{k_n})}_{c_n} + \cdots \\ &= c_1 + c_2 + \cdots + c_n + \cdots = \sum_{n=1}^{\infty} c_n = s. \end{aligned}$$

• Z radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ vynecháme všetky nulové členy. $\Rightarrow$ • Súčet radu sa nezmení.

• Do radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ vložíme ľubovoľný (aj spočítateľný) počet nulových členov. $\Rightarrow$ • Súčet radu sa nezmení.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0$

•

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 1$

•

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:



Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 1$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:



Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 0$.



Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 1$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1$.



Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 0.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = 0 + 0 = 0.$



Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 1$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2.$



Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = 0. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = 0 + 0 = 0. \quad \bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 0 + 0 + 0 = 0.$$



Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 1$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = 1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2. \quad \bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 1 + 1 = 3.$$



Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = 0. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = 0 + 0 = 0. \quad \bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 0 + 0 + 0 = 0.$$

...



Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 1$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = 1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2. \quad \bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 1 + 1 = 3.$$

...



Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 0.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = 0 + 0 = 0.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 0 + 0 + 0 = 0.$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0.$

•

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 1$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 1 + 1 = 3.$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 1 + 1 + \cdots + 1 = n.$

•

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 0.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = 0 + 0 = 0.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 0 + 0 + 0 = 0.$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0.$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} 0$$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 1$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $s_1 = a_1 = 1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2.$
- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 1 + 1 = 3.$
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 1 + 1 + \cdots + 1 = n.$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} 1$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned} \bullet s_1 &= a_1 = 0. & \bullet s_2 &= a_1 + a_2 = 0 + 0 = 0. & \bullet s_3 &= a_1 + a_2 + a_3 = 0 + 0 + 0 = 0. \\ \dots & & \bullet s_n &= a_1 + a_2 + \dots + a_n = 0 + 0 + \dots + 0 = 0. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} 0 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n$$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 1$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned} \bullet s_1 &= a_1 = 1. & \bullet s_2 &= a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2. & \bullet s_3 &= a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 1 + 1 = 3. \\ \dots & & \bullet s_n &= a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1 + 1 + \dots + 1 = n. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} 1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 0 = 0$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = 0. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = 0 + 0 = 0. \quad \bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 0 + 0 + 0 = 0. \\ \dots \quad \bullet s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 0 + 0 + \dots + 0 = 0.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} 0 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} 0 = 0.$$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} 1 = \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = 1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = 1 + 1 = 2. \quad \bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = 1 + 1 + 1 = 3. \\ \dots \quad \bullet s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = 1 + 1 + \dots + 1 = n.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} 1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty.$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)$



Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1$.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2.$

•

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2.$
- ...

•

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1.$
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2.$
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = -1 - 1 - \dots - 1 = -n.$

...

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = -1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2. \quad \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = -1 - 1 - \dots - 1 = -n.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

• $s_1 = a_1 = -1$. • $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2$

• $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = -1 - 1 - \dots - 1 = -n$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = -1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2. \quad \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = -1 - 1 - \dots - 1 = -n.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (-n) = -\infty.$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

• $s_1 = a_1 = -1$. • $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2$

• $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = -1 - 1 - \dots - 1 = -n$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (-n) = -\infty$.

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = -1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2. \quad \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = -1 - 1 - \dots - 1 = -n.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (-n) = -\infty.$$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2$.
- ...

- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = -1 - 1 - \dots - 1 = -n$.

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (-n) = -\infty.$$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

$$s_1 = -1$$

$$= -1$$

- $s_1 = -1$.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2$.
- ...

- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = -1 - 1 - \dots - 1 = -n$.

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (-n) = -\infty.$$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

$$s_2 = -1 + 1$$

$$= 0$$

- $s_1 = -1$.
- $s_2 = s_1 + 1 = 0$.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = -1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2. \quad \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = -1 - 1 - \dots - 1 = -n.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (-n) = -\infty.$$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

$$s_3 = -1 + 1 - 1$$

$$= -1$$

$$\bullet s_1 = -1. \quad \bullet s_2 = s_1 + 1 = 0. \quad \bullet s_3 = s_2 - 1 = -1.$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = -1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2. \quad \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = -1 - 1 - \dots - 1 = -n.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (-n) = -\infty.$$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

$$s_4 = -1 + 1 - 1 + 1 = 0$$

$$\bullet s_1 = -1. \quad \bullet s_2 = s_1 + 1 = 0. \quad \bullet s_3 = s_2 - 1 = -1. \quad \bullet s_4 = s_3 + 1 = 0.$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = -1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2. \quad \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = -1 - 1 - \dots - 1 = -n.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (-n) = -\infty.$$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

$$s_n = -1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$$

$$\bullet s_1 = -1. \quad \bullet s_2 = s_1 + 1 = 0. \quad \bullet s_3 = s_2 - 1 = -1. \quad \bullet s_4 = s_3 + 1 = 0. \quad \dots$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2$.
- ...

- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = -1 - 1 - \dots - 1 = -n$.

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (-n) = -\infty.$$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

$$s_n = -1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - \dots = 0$$

- $s_1 = -1$.
- $s_2 = s_1 + 1 = 0$.
- $s_3 = s_2 - 1 = -1$.
- $s_4 = s_3 + 1 = 0$.
- ...

- $s_n = s_{n-1} + 1 = 0$ pre n párne.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1$.
- $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2$.
- ...

- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = -1 - 1 - \dots - 1 = -n$.

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (-n) = -\infty.$$

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

$$s_n = -1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots = -1$$

- $s_1 = -1$.
- $s_2 = s_1 + 1 = 0$.
- $s_3 = s_2 - 1 = -1$.
- $s_4 = s_3 + 1 = 0$.
- ...

- $s_n = s_{n-1} + 1 = 0$ pre n párne.
- $s_n = s_{n-1} - 1 = -1$ pre n nepárne.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1$. • $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2$
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = -1 - 1 - \dots - 1 = -n$.
- $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (-n) = -\infty$.

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

- $s_1 = -1$. • $s_2 = s_1 + 1 = 0$. • $s_3 = s_2 - 1 = -1$. • $s_4 = s_3 + 1 = 0$
- $s_n = s_{n-1} + 1 = 0$ pre n párne. • $s_n = s_{n-1} - 1 = -1$ pre n nepárne.

$$\Rightarrow \{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{-1, 0, -1, 0, -1, 0, \dots\}$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

• $s_1 = a_1 = -1$. • $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2$

• $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = -1 - 1 - \dots - 1 = -n$.

$\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (-n) = -\infty$.

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

• $s_1 = -1$. • $s_2 = s_1 + 1 = 0$. • $s_3 = s_2 - 1 = -1$. • $s_4 = s_3 + 1 = 0$

• $s_n = s_{n-1} + 1 = 0$ pre n párne. • $s_n = s_{n-1} - 1 = -1$ pre n nepárne.

$\Rightarrow \{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{-1, 0, -1, 0, -1, 0, \dots\}$ má dva hromadné body 0 a -1 .

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1) = -\infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $s_1 = a_1 = -1$. • $s_2 = a_1 + a_2 = -1 - 1 = -2$
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = -1 - 1 - \dots - 1 = -n$.
- $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} (-1) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (-n) = -\infty$.

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$. **Súčet neexistuje** (rad osciluje).

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

- $s_1 = -1$. • $s_2 = s_1 + 1 = 0$. • $s_3 = s_2 - 1 = -1$. • $s_4 = s_3 + 1 = 0$
- $s_n = s_{n-1} + 1 = 0$ pre n párne. • $s_n = s_{n-1} - 1 = -1$ pre n nepárne.
- $\Rightarrow \{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{-1, 0, -1, 0, -1, 0, \dots\}$ má dva hromadné body 0 a -1 . $\Rightarrow$ • $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$ neexistuje.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)}$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}.$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right).$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right).$$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{S_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}. \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right).$$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}.$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}. \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right).$$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}.$$
$$\bullet s_2 = a_1 + a_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3}.$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}. \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right).$$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{S_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

- $\bullet S_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}.$
- $\bullet S_2 = a_1 + a_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3}.$
- $\bullet S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{4}.$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}. \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right).$$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{S_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

- $S_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}.$
- $S_2 = a_1 + a_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3}.$
- $S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{4}.$
- ...
- $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}. \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right).$$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$\begin{aligned} \bullet s_1 &= a_1 = 1 - \frac{1}{2}. \\ \bullet s_2 &= a_1 + a_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3}. \\ \bullet s_3 &= a_1 + a_2 + a_3 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{4}. \\ &\dots \\ \bullet s_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) \end{aligned}$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}. \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right).$$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$\begin{aligned} \bullet s_1 &= a_1 = 1 - \frac{1}{2}. \\ \bullet s_2 &= a_1 + a_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3}. \\ \bullet s_3 &= a_1 + a_2 + a_3 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{4}. \\ &\dots \\ \bullet s_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) \end{aligned}$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}. \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right).$$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$\begin{aligned} \bullet s_1 &= a_1 = 1 - \frac{1}{2}. \\ \bullet s_2 &= a_1 + a_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3}. \\ \bullet s_3 &= a_1 + a_2 + a_3 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{4}. \\ &\dots \\ \bullet s_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) \end{aligned}$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}. \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right).$$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$\begin{aligned} \bullet s_1 &= a_1 = 1 - \frac{1}{2}. \\ \bullet s_2 &= a_1 + a_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3}. \\ \bullet s_3 &= a_1 + a_2 + a_3 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{4}. \\ &\dots \\ \bullet s_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) \end{aligned}$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}. \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right).$$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$\begin{aligned} \bullet s_1 &= a_1 = 1 - \frac{1}{2}. \\ \bullet s_2 &= a_1 + a_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3}. \\ \bullet s_3 &= a_1 + a_2 + a_3 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{4}. \\ &\dots \\ \bullet s_n &= a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) \end{aligned}$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}. \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right).$$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}.$$

$$\bullet s_2 = a_1 + a_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3}.$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{4}.$$

...

$$\bullet s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n \\ = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{n} \text{ pre } n \in \mathbb{N}.$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}. \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right).$$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}.$$

$$\bullet s_2 = a_1 + a_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3}.$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{4}.$$

...

$$\bullet s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n \\ = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{n} \text{ pre } n \in \mathbb{N}.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right).$$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}.$$

$$\bullet s_2 = a_1 + a_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3}.$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{4}.$$

...

$$\bullet s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n \\ = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{n} \text{ pre } n \in \mathbb{N}.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right)$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots = 1$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right).$$

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí:

$$\bullet s_1 = a_1 = 1 - \frac{1}{2}.$$

$$\bullet s_2 = a_1 + a_2 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = 1 - \frac{1}{3}.$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) = 1 - \frac{1}{4}.$$

...

$$\bullet s_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n \\ = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{n} \text{ pre } n \in \mathbb{N}.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = 1 - \frac{1}{\infty} = 1 - 0 = 1.$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$.

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$,

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

- $s_2 = s_1 = 1 = s_0$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 \qquad \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2}$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\bullet \quad s_2 = s_1 = 1 = s_0 \qquad \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} \qquad = 1 + \frac{0}{2}.$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned} \bullet s_{2^0} &= s_1 = 1 = s_0 & \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} & = 1 + \frac{0}{2}. \\ \bullet s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad s_{20} = s_1 = 1 = s_0 & \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} & = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet \quad s_{21} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} & \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad s_{20} &= s_1 = 1 = s_0 && \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} && = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet \quad s_{21} &= s_2 = s_1 + \frac{1}{2} && \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} && \geq \underbrace{1 + \frac{0}{2}}_{s_1 \geq 1 + \frac{0}{2}} + \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad s_{2^0} &= s_1 = 1 = s_0 && \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} && = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \frac{1}{2} && \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} && \geq \underbrace{1 + \frac{0}{2}}_{s_1 \geq 1 + \frac{0}{2}} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad s_{2^0} &= s_1 = 1 = s_0 && \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} && = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \frac{1}{2} && \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} && \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \underbrace{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}_{\geq \frac{1}{4} + \frac{1}{4}}
 \end{aligned}$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad s_{2^0} &= s_1 = 1 = s_0 & \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} & = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \frac{1}{2} & \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} & \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \underbrace{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}_{\geq \frac{1}{4} + \frac{1}{4}} & \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} &
 \end{aligned}$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad s_{2^0} &= s_1 = 1 = s_0 && \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} && = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \frac{1}{2} && \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} && \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} && \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} && \geq \underbrace{1 + \frac{1}{2}}_{s_2 \geq 1 + \frac{1}{2}} + \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{array}{llll}
 \bullet s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 & \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} & & = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} & \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} & \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} & = 1 + \frac{1}{2}. \\
 \bullet s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} & \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} & \geq \underbrace{1 + \frac{1}{2}}_{s_2 \geq 1 + \frac{1}{2}} + \frac{1}{2} & = 1 + \frac{2}{2}.
 \end{array}$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad s_{2^0} &= s_1 = 1 = s_0 && \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} && = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \frac{1}{2} && \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} && \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} && \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} && \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^3} &= s_8 = s_4 + \underbrace{\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}}_{\geq \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6}}
 \end{aligned}$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad s_{2^0} &= s_1 = 1 = s_0 && \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} && = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \frac{1}{2} && \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} && \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} && = 1 + \frac{1}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} && \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} && \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} && = 1 + \frac{2}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^3} &= s_8 = s_4 + \underbrace{\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}}_{\geq \frac{1}{2}} && \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} && &&
 \end{aligned}$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{array}{llll}
 \bullet s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 & \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} & & = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} & \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} & \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} & = 1 + \frac{1}{2}. \\
 \bullet s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} & \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} & \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} & = 1 + \frac{2}{2}. \\
 \bullet s_{2^3} = s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} & \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} & \geq \underbrace{1 + \frac{2}{2}}_{s_4 \geq 1 + \frac{2}{2}} + \frac{1}{2} &
 \end{array}$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{array}{llll}
 \bullet s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 & \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} & & = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} & \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} & \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} & = 1 + \frac{1}{2}. \\
 \bullet s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} & \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} & \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} & = 1 + \frac{2}{2}. \\
 \bullet s_{2^3} = s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} & \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} & \geq \underbrace{1 + \frac{2}{2}}_{s_4 \geq 1 + \frac{2}{2}} + \frac{1}{2} & = 1 + \frac{3}{2}.
 \end{array}$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{array}{llll}
 \bullet s_{2^0} = s_1 = 1 = s_0 & \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} & & = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet s_{2^1} = s_2 = s_1 + \frac{1}{2} & \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} & \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} & = 1 + \frac{1}{2}. \\
 \bullet s_{2^2} = s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} & \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} & \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} & = 1 + \frac{2}{2}. \\
 \bullet s_{2^3} = s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} & \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} & \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} & = 1 + \frac{3}{2}. \\
 & \dots & &
 \end{array}$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad s_{2^0} &= s_1 = 1 = s_0 && \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} && = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \frac{1}{2} && \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} && \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} && = 1 + \frac{1}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} && \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} && \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} && = 1 + \frac{2}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^3} &= s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} && \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} && \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} && = 1 + \frac{3}{2}. \\
 &&& \dots && && \\
 \bullet \quad s_{2^n} &= s_{2^{n-1}} + \underbrace{\frac{1}{2^{n-1}+1} + \dots + \frac{1}{2^n}}_{\geq \frac{1}{2^n} + \dots + \frac{1}{2^n}}
 \end{aligned}$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad s_{2^0} &= s_1 = 1 = s_0 && \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} && = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \frac{1}{2} && \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} && \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} && = 1 + \frac{1}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} && \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} && \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} && = 1 + \frac{2}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^3} &= s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} && \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} && \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} && = 1 + \frac{3}{2}. \\
 &&& \dots && && \\
 \bullet \quad s_{2^n} &= s_{2^{n-1}} + \underbrace{\frac{1}{2^{n-1}+1} + \dots + \frac{1}{2^n}}_{\geq \frac{1}{2^n} + \dots + \frac{1}{2^n}} && \geq s_{2^{n-1}} + \frac{2^{n-1}}{2^n}
 \end{aligned}$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad s_{2^0} &= s_1 = 1 = s_0 && \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} && = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \frac{1}{2} && \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} && \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} && \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} && \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^3} &= s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} && \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} && \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2}. \\
 &&& \dots && \\
 \bullet \quad s_{2^n} &= s_{2^{n-1}} + \frac{1}{2^{n-1}+1} + \dots + \frac{1}{2^n} && \geq s_{2^{n-1}} + \frac{2^{n-1}}{2^n} && \geq \underbrace{1 + \frac{n-1}{2}}_{s_{2^{n-1}} \geq 1 + \frac{n-1}{2}} + \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad s_{2^0} &= s_1 = 1 = s_0 && \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} && = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \frac{1}{2} && \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} && \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} && \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} && \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^3} &= s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} && \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} && \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2}. \\
 &&& \dots && \\
 \bullet \quad s_{2^n} &= s_{2^{n-1}} + \frac{1}{2^{n-1}+1} + \dots + \frac{1}{2^n} && \geq s_{2^{n-1}} + \frac{2^{n-1}}{2^n} && \geq \underbrace{1 + \frac{n-1}{2}}_{s_{2^{n-1}} \geq 1 + \frac{n-1}{2}} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2}.
 \end{aligned}$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad s_{2^0} &= s_1 = 1 = s_0 && \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} && = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \frac{1}{2} && \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} && \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} && \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} && \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^3} &= s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} && \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} && \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2}. \\
 &&& \dots && \\
 \bullet \quad s_{2^n} &= s_{2^{n-1}} + \frac{1}{2^{n-1}+1} + \dots + \frac{1}{2^n} && \geq s_{2^{n-1}} + \frac{2^{n-1}}{2^n} && \geq 1 + \frac{n-1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2}.
 \end{aligned}$$

Pre podpostupnosť $\{s_{2^n}\}_{n=1}^{\infty}$



Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad s_{2^0} &= s_1 = 1 = s_0 && \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} && = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \frac{1}{2} && \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} && \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} && \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} && \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^3} &= s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} && \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} && \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2}. \\
 &&& \dots && \\
 \bullet \quad s_{2^n} &= s_{2^{n-1}} + \frac{1}{2^{n-1}+1} + \dots + \frac{1}{2^n} && \geq s_{2^{n-1}} + \frac{2^{n-1}}{2^n} && \geq 1 + \frac{n-1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2}.
 \end{aligned}$$

Pre podpostupnosť $\{s_{2^n}\}_{n=1}^{\infty}$ platí $\lim_{n \rightarrow \infty} s_{2^n} \geq \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{n}{2}) = \infty$.

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad s_{2^0} &= s_1 = 1 = s_0 && \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} && = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \frac{1}{2} && \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} && \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} && \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} && \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^3} &= s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} && \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} && \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2}. \\
 &&& \dots && \\
 \bullet \quad s_{2^n} &= s_{2^{n-1}} + \frac{1}{2^{n-1}+1} + \dots + \frac{1}{2^n} && \geq s_{2^{n-1}} + \frac{2^{n-1}}{2^n} && \geq 1 + \frac{n-1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2}.
 \end{aligned}$$

Pre podpostupnosť $\{s_{2^n}\}_{n=1}^{\infty}$ platí $\lim_{n \rightarrow \infty} s_{2^n} \geq \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{n}{2}) = \infty$.

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_{2^n} = \infty.$$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad s_{2^0} &= s_1 = 1 = s_0 && \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} && = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \frac{1}{2} && \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} && \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} && \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} && \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^3} &= s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} && \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} && \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2}. \\
 &&& \dots && \\
 \bullet \quad s_{2^n} &= s_{2^{n-1}} + \frac{1}{2^{n-1}+1} + \dots + \frac{1}{2^n} && \geq s_{2^{n-1}} + \frac{2^{n-1}}{2^n} && \geq 1 + \frac{n-1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2}.
 \end{aligned}$$

Pre podpostupnosť $\{s_{2^n}\}_{n=1}^{\infty}$ platí $\lim_{n \rightarrow \infty} s_{2^n} \geq \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{n}{2}) = \infty$.

$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_{2^n} = \infty. \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty.$

Príklady – Harmonický rad

Vypočítajte súčet Harmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots = \infty$.

[Harmonický rad.]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $s_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$. $\Rightarrow$ Postupnosť $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a má limitu.

Označme $s_0 = 1$, potom pre $n \in \mathbb{N}$ platí:

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad s_{2^0} &= s_1 = 1 = s_0 && \geq s_0 + 0 \cdot \frac{1}{2} && = 1 + \frac{0}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^1} &= s_2 = s_1 + \frac{1}{2} && \geq s_1 + 1 \cdot \frac{1}{2} && \geq 1 + \frac{0}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^2} &= s_4 = s_2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} && \geq s_2 + 2 \cdot \frac{1}{4} && \geq 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{2}{2}. \\
 \bullet \quad s_{2^3} &= s_8 = s_4 + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} && \geq s_4 + 4 \cdot \frac{1}{8} && \geq 1 + \frac{2}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{3}{2}. \\
 &&& \dots && \\
 \bullet \quad s_{2^n} &= s_{2^{n-1}} + \frac{1}{2^{n-1}+1} + \dots + \frac{1}{2^n} && \geq s_{2^{n-1}} + \frac{2^{n-1}}{2^n} && \geq 1 + \frac{n-1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2}.
 \end{aligned}$$

Pre podpostupnosť $\{s_{2^n}\}_{n=1}^{\infty}$ platí $\lim_{n \rightarrow \infty} s_{2^n} \geq \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \frac{n}{2}) = \infty$.

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_{2^n} = \infty. \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty.$$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n$$

pre $n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n$$

pre $n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}$

- $q > 1$.
- $q = 1$.
- $q \in (-1; 1)$.
- $q = -1$.
- $q < -1$.

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n$$

pre $n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}$

- $q > 1.$ $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty.$

- $q = 1.$

- $q \in (-1; 1).$

- $q = -1.$

- $q < -1.$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n$$

pre $n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}$

- $q > 1.$  $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$
- $q = 1.$
- $q \in (-1; 1).$
- $q = -1.$ 
- $q < -1.$ 

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n$$

pre $n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}$

- $q > 1.$  $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + q + \dots + q^n)$
- $q = 1.$
- $q \in (-1; 1).$
- $q = -1.$ 
- $q < -1.$ 

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n$$

pre $n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}$

- $q > 1.$ $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + q + \dots + q^n) = \infty.$
- $q = 1.$
- $q \in (-1; 1).$
- $q = -1.$
- $q < -1.$

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty \text{ pre } q > 1.$$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n$$

pre $n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}$

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + q + \dots + q^n) = \infty.$
- $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1$
- $q \in (-1; 1).$
- $q = -1$.
- $q < -1$.

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty \text{ pre } q > 1.$$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n$$

pre $n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}$

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + q + \dots + q^n) = \infty.$
- $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \dots + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n$
- $q \in (-1; 1).$
- $q = -1$.
- $q < -1$.

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty \text{ pre } q > 1.$$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n$$

pre $n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}$

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + q + \dots + q^n) = \infty.$
- $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \dots + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty.$
- $q \in (-1; 1).$
- $q = -1$.
- $q < -1$.

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty \text{ pre } q \geq 1.$$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n$$

pre $n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}$

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + q + \dots + q^n) = \infty.$
- $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \dots + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty.$
- $q \in (-1; 1)$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^{n+1} = 0.$
- $q = -1$.
- $q < -1$.

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty \text{ pre } q \geq 1.$$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n$$

pre $n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}$

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + q + \dots + q^n) = \infty$.
- $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \dots + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty$.
- $q \in (-1; 1)$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^{n+1} = 0$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$
- $q = -1$.
- $q < -1$.

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty \text{ pre } q \geq 1.$$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \quad \text{pre } n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}, q \neq 1.$$

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + q + \dots + q^n) = \infty$.
- $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \dots + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty$.
- $q \in (-1; 1)$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^{n+1} = 0$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = \frac{1 - 0}{1 - q}$
- $q = -1$.
- $q < -1$.

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty \quad \text{pre } q \geq 1.$$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \quad \text{pre } n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}, q \neq 1.$$

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + q + \dots + q^n) = \infty.$
- $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \dots + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty.$
- $q \in (-1; 1)$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^{n+1} = 0. \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = \frac{1 - 0}{1 - q} = \frac{1}{1 - q}.$
- $q = -1$.
- $q < -1$.

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty \quad \text{pre } q \geq 1. \quad \bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1 - q} \quad \text{pre } q \in (-1; 1).$$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \quad \text{pre } n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}, q \neq 1.$$

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + q + \dots + q^n) = \infty$.
- $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \dots + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty$.
- $q \in (-1; 1)$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^{n+1} = 0$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = \frac{1 - 0}{1 - q} = \frac{1}{1 - q}$.
- $q = -1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje,
- $q < -1$.

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty \quad \text{pre } q \geq 1. \quad \bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1 - q} \quad \text{pre } q \in (-1; 1).$$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q} \quad \text{pre } n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}, q \neq 1.$$

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + q + \dots + q^n) = \infty$.
- $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \dots + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty$.
- $q \in (-1; 1)$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^{n+1} = 0$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{1-0}{1-q} = \frac{1}{1-q}$.
- $q = -1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$
- $q < -1$.

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty \quad \text{pre } q \geq 1. \quad \bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q} \quad \text{pre } q \in (-1; 1).$$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q} \quad \text{pre } n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}, q \neq 1.$$

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + q + \dots + q^n) = \infty$.
- $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \dots + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty$.
- $q \in (-1; 1)$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^{n+1} = 0$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{1-0}{1-q} = \frac{1}{1-q}$.
- $q = -1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \begin{cases} \frac{1+1}{1+1} = 1 & \text{pre } n \text{ nepárne,} \end{cases}$
- $q < -1$.

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty \text{ pre } q \geq 1. \quad \bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q} \text{ pre } q \in (-1; 1).$$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q} \quad \text{pre } n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}, q \neq 1.$$

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + q + \dots + q^n) = \infty$.
- $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \dots + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty$.
- $q \in (-1; 1)$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^{n+1} = 0$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{1-0}{1-q} = \frac{1}{1-q}$.
- $q = -1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \begin{cases} \frac{1+1}{1+1} = 1 & \text{pre } n \text{ nepárne,} \\ \frac{1-1}{1+1} = 0 & \text{pre } n \text{ párne.} \end{cases}$
- $q < -1$.

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty \text{ pre } q \geq 1. \quad \bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q} \text{ pre } q \in (-1; 1). \quad \bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n \text{ osciluje pre } q = -1.$$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} \quad \text{pre } n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}, q \neq 1.$$

- $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + q + \dots + q^n) = \infty$.
- $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \dots + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty$.
- $q \in (-1; 1)$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^{n+1} = 0$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = \frac{1 - 0}{1 - q} = \frac{1}{1 - q}$.
- $q = -1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = \begin{cases} \frac{1+1}{1+1} = 1 & \text{pre } n \text{ nepárne,} \\ \frac{1-1}{1+1} = 0 & \text{pre } n \text{ párne.} \end{cases}$
- $q < -1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje,

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty \text{ pre } q \geq 1. \quad \bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q} \text{ pre } q \in (-1; 1). \quad \bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n \text{ osciluje pre } q = -1.$$

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{q(\frac{1}{q}-q^n)}{1-q} \text{ pre } n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}, q \neq 1.$$

• $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + q + \dots + q^n) = \infty$.

• $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \dots + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty$.

• $q \in (-1; 1)$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^{n+1} = 0$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{1-0}{1-q} = \frac{1}{1-q}$.

• $q = -1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \begin{cases} \frac{1+1}{1+1} = 1 & \text{pre } n \text{ nepárne,} \\ \frac{1-1}{1+1} = 0 & \text{pre } n \text{ párne.} \end{cases}$

• $q < -1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q(\frac{1}{q}-q^n)}{1-q}$

• $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $q \geq 1$. • $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $q \in (-1; 1)$. • $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q = -1$.

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = \frac{q(\frac{1}{q} - q^n)}{1 - q} \text{ pre } n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}, q \neq 1.$$

• $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + q + \dots + q^n) = \infty$.

• $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \dots + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty$.

• $q \in (-1; 1)$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^{n+1} = 0$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = \frac{1 - 0}{1 - q} = \frac{1}{1 - q}$.

• $q = -1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q} = \begin{cases} \frac{1+1}{1-1} = 1 & \text{pre } n \text{ nepárne,} \\ \frac{1-1}{1-1} = 0 & \text{pre } n \text{ párne.} \end{cases}$

• $q < -1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q(\frac{1}{q} - q^n)}{1 - q} = \begin{cases} \frac{q(\frac{1}{q} - 0)}{1 - q} = \infty & \text{pre } n \text{ nepárne,} \end{cases}$

• $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $q \geq 1$. • $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1 - q}$ pre $q \in (-1; 1)$. • $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q = -1$.

Príklady – Geometrický rad

Vypočítajte súčet Geometrického radu $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 1 + q + q^2 + q^3 + \dots$ pre $q \in \mathbb{R}$.

[Geometrický rad.]

$$s_n = 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{q(\frac{1}{q}-q^n)}{1-q} \text{ pre } n \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{R}, q \neq 1.$$

• $q > 1$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^n = \infty$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + q + \dots + q^n) = \infty$.

• $q = 1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \sum_{n=0}^{\infty} 1 = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + \dots + 1) = \lim_{n \rightarrow \infty} n = \infty$.

• $q \in (-1; 1)$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} q^{n+1} = 0$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \frac{1-0}{1-q} = \frac{1}{1-q}$.

• $q = -1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-q^{n+1}}{1-q} = \begin{cases} \frac{1+1}{1+1} = 1 & \text{pre } n \text{ nepárne,} \\ \frac{1-1}{1+1} = 0 & \text{pre } n \text{ párne.} \end{cases}$

• $q < -1$. $\Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje, pretože $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{q(\frac{1}{q}-q^n)}{1-q} = \begin{cases} \frac{q(\frac{1}{q}+\infty)}{1-q} = \infty & \text{pre } n \text{ nepárne,} \\ \frac{q(\frac{1}{q}-\infty)}{1-q} = -\infty & \text{pre } n \text{ párne.} \end{cases}$

• $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $q \geq 1$. • $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $q \in (-1; 1)$. • $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n}$ pre $a, b, p, q \in \mathbb{R}, p > 1, q > 1$.

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n}$ pre $a, b, p, q \in \mathbb{R}, p > 1, q > 1$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^n q^n} + \frac{bq^n}{p^n q^n} \right)$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n}$ pre $a, b, p, q \in \mathbb{R}$, $p > 1$, $q > 1$.

- $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n} = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^n q^n} + \frac{bq^n}{p^n q^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right)$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n}$ pre $a, b, p, q \in \mathbb{R}$, $p > 1$, $q > 1$.

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^n q^n} + \frac{bq^n}{p^n q^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} \end{aligned}$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n}$ pre $a, b, p, q \in R, p > 1, q > 1$.

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^n q^n} + \frac{bq^n}{p^n q^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n \end{aligned}$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n}$ pre $a, b, p, q \in \mathbb{R}$, $p > 1$, $q > 1$.

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^n q^n} + \frac{bq^n}{p^n q^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n \end{aligned}$$

$$p > 1, q > 1.$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n}$ pre $a, b, p, q \in \mathbb{R}$, $p > 1$, $q > 1$.

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^n q^n} + \frac{bq^n}{p^n q^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n \end{aligned}$$

$$p > 1, q > 1. \Rightarrow \frac{1}{p} \in (0; 1), \frac{1}{q} \in (0; 1).$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n}$ pre $a, b, p, q \in \mathbb{R}$, $p > 1$, $q > 1$.

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^n q^n} + \frac{bq^n}{p^n q^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n \end{aligned}$$

$p > 1$, $q > 1$. $\Rightarrow \frac{1}{p} \in (0; 1)$, $\frac{1}{q} \in (0; 1)$. $\Rightarrow$ Geometrické rady $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n$, $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n$ konvergujú

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n}$ pre $a, b, p, q \in \mathbb{R}$, $p > 1$, $q > 1$.

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^n q^n} + \frac{bq^n}{p^n q^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n \end{aligned}$$

$p > 1$, $q > 1$. $\Rightarrow \frac{1}{p} \in (0; 1)$, $\frac{1}{q} \in (0; 1)$. $\Rightarrow$ Geometrické rady $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n$, $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n$ konvergujú a platí:

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n = \frac{1}{q} + \left(\frac{1}{q} \right)^2 + \left(\frac{1}{q} \right)^3 + \dots$$



$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n = \frac{1}{p} + \left(\frac{1}{p} \right)^2 + \left(\frac{1}{p} \right)^3 + \dots$$



Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n}$ pre $a, b, p, q \in \mathbb{R}$, $p > 1$, $q > 1$.

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^n q^n} + \frac{bq^n}{p^n q^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n \end{aligned}$$

$p > 1$, $q > 1$. $\Rightarrow \frac{1}{p} \in (0; 1)$, $\frac{1}{q} \in (0; 1)$. $\Rightarrow$ Geometrické rady $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n$, $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n$ konvergujú a platí:

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n = \frac{1}{q} + \left(\frac{1}{q} \right)^2 + \left(\frac{1}{q} \right)^3 + \dots = \frac{1}{q} \cdot \left[1 + \frac{1}{q} + \left(\frac{1}{q} \right)^2 + \left(\frac{1}{q} \right)^3 + \dots \right]$$

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n = \frac{1}{p} + \left(\frac{1}{p} \right)^2 + \left(\frac{1}{p} \right)^3 + \dots = -1 + 1 + \frac{1}{p} + \left(\frac{1}{p} \right)^2 + \left(\frac{1}{p} \right)^3 + \dots$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n}$ pre $a, b, p, q \in \mathbb{R}$, $p > 1$, $q > 1$.

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^n q^n} + \frac{bq^n}{p^n q^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n \end{aligned}$$

$p > 1$, $q > 1$. $\Rightarrow \frac{1}{p} \in (0; 1)$, $\frac{1}{q} \in (0; 1)$. $\Rightarrow$ Geometrické rady $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n$, $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n$ konvergujú a platí:

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n &= \frac{1}{q} + \left(\frac{1}{q} \right)^2 + \left(\frac{1}{q} \right)^3 + \dots = \frac{1}{q} \cdot \left[1 + \frac{1}{q} + \left(\frac{1}{q} \right)^2 + \left(\frac{1}{q} \right)^3 + \dots \right] \\ &= \frac{1}{q} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n &= \frac{1}{p} + \left(\frac{1}{p} \right)^2 + \left(\frac{1}{p} \right)^3 + \dots = -1 + 1 + \frac{1}{p} + \left(\frac{1}{p} \right)^2 + \left(\frac{1}{p} \right)^3 + \dots \\ &= -1 + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n \end{aligned}$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n}$ pre $a, b, p, q \in \mathbb{R}$, $p > 1$, $q > 1$.

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^n q^n} + \frac{bq^n}{p^n q^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n \end{aligned}$$

$p > 1$, $q > 1$. $\Rightarrow \frac{1}{p} \in (0; 1)$, $\frac{1}{q} \in (0; 1)$. $\Rightarrow$ Geometrické rady $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n$, $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n$ konvergujú a platí:

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n &= \frac{1}{q} + \left(\frac{1}{q} \right)^2 + \left(\frac{1}{q} \right)^3 + \dots = \frac{1}{q} \cdot \left[1 + \frac{1}{q} + \left(\frac{1}{q} \right)^2 + \left(\frac{1}{q} \right)^3 + \dots \right] \\ &= \frac{1}{q} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n = \frac{\frac{1}{q}}{1 - \frac{1}{q}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n &= \frac{1}{p} + \left(\frac{1}{p} \right)^2 + \left(\frac{1}{p} \right)^3 + \dots = -1 + 1 + \frac{1}{p} + \left(\frac{1}{p} \right)^2 + \left(\frac{1}{p} \right)^3 + \dots \\ &= -1 + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n = \frac{1}{1 - \frac{1}{p}} - 1 \end{aligned}$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n}$ pre $a, b, p, q \in \mathbb{R}$, $p > 1$, $q > 1$.

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^n q^n} + \frac{bq^n}{p^n q^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n \end{aligned}$$

$p > 1$, $q > 1$. $\Rightarrow \frac{1}{p} \in (0; 1)$, $\frac{1}{q} \in (0; 1)$. $\Rightarrow$ Geometrické rady $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n$, $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n$ konvergujú a platí:

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n &= \frac{1}{q} + \left(\frac{1}{q} \right)^2 + \left(\frac{1}{q} \right)^3 + \dots = \frac{1}{q} \cdot \left[1 + \frac{1}{q} + \left(\frac{1}{q} \right)^2 + \left(\frac{1}{q} \right)^3 + \dots \right] \\ &= \frac{1}{q} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n = \frac{\frac{1}{q}}{1 - \frac{1}{q}} = \frac{\frac{1}{q}}{\frac{q-1}{q}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n &= \frac{1}{p} + \left(\frac{1}{p} \right)^2 + \left(\frac{1}{p} \right)^3 + \dots = -1 + 1 + \frac{1}{p} + \left(\frac{1}{p} \right)^2 + \left(\frac{1}{p} \right)^3 + \dots \\ &= -1 + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n = \frac{1}{1 - \frac{1}{p}} - 1 = \frac{1}{\frac{p-1}{p}} - 1 = \frac{p}{p-1} - 1 \end{aligned}$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n}$ pre $a, b, p, q \in \mathbb{R}$, $p > 1$, $q > 1$.

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^n q^n} + \frac{bq^n}{p^n q^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n \end{aligned}$$

$p > 1$, $q > 1$. $\Rightarrow \frac{1}{p} \in (0; 1)$, $\frac{1}{q} \in (0; 1)$. $\Rightarrow$ Geometrické rady $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n$, $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n$ konvergujú a platí:

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n &= \frac{1}{q} + \left(\frac{1}{q} \right)^2 + \left(\frac{1}{q} \right)^3 + \dots = \frac{1}{q} \cdot \left[1 + \frac{1}{q} + \left(\frac{1}{q} \right)^2 + \left(\frac{1}{q} \right)^3 + \dots \right] \\ &= \frac{1}{q} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n = \frac{\frac{1}{q}}{1 - \frac{1}{q}} = \frac{\frac{1}{q}}{\frac{q-1}{q}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n &= \frac{1}{p} + \left(\frac{1}{p} \right)^2 + \left(\frac{1}{p} \right)^3 + \dots = -1 + 1 + \frac{1}{p} + \left(\frac{1}{p} \right)^2 + \left(\frac{1}{p} \right)^3 + \dots \\ &= -1 + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n = \frac{1}{1 - \frac{1}{p}} - 1 = \frac{1}{\frac{p-1}{p}} - 1 = \frac{p}{p-1} - 1 = \frac{p - (p-1)}{p-1} \end{aligned}$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n}$ pre $a, b, p, q \in \mathbb{R}$, $p > 1$, $q > 1$.

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^n q^n} + \frac{bq^n}{p^n q^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n \end{aligned}$$

$p > 1$, $q > 1$. $\Rightarrow \frac{1}{p} \in (0; 1)$, $\frac{1}{q} \in (0; 1)$. $\Rightarrow$ Geometrické rady $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n$, $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n$ konvergujú a platí:

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n &= \frac{1}{q} + \left(\frac{1}{q} \right)^2 + \left(\frac{1}{q} \right)^3 + \dots = \frac{1}{q} \cdot \left[1 + \frac{1}{q} + \left(\frac{1}{q} \right)^2 + \left(\frac{1}{q} \right)^3 + \dots \right] \\ &= \frac{1}{q} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n = \frac{\frac{1}{q}}{1 - \frac{1}{q}} = \frac{\frac{1}{q}}{\frac{q-1}{q}} = \frac{1}{q-1}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n &= \frac{1}{p} + \left(\frac{1}{p} \right)^2 + \left(\frac{1}{p} \right)^3 + \dots = -1 + 1 + \frac{1}{p} + \left(\frac{1}{p} \right)^2 + \left(\frac{1}{p} \right)^3 + \dots \\ &= -1 + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n = \frac{1}{1 - \frac{1}{p}} - 1 = \frac{1}{\frac{p-1}{p}} - 1 = \frac{p}{p-1} - 1 = \frac{p-(p-1)}{p-1} = \frac{1}{p-1}. \end{aligned}$$

Príklady

Vypočítajte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n}$ pre $a, b, p, q \in \mathbb{R}$, $p > 1$, $q > 1$.

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ap^n + bq^n}{p^n q^n} &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{ap^n}{p^n q^n} + \frac{bq^n}{p^n q^n} \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{q^n} + \frac{b}{p^n} \right) \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{q^n} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b}{p^n} = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n + b \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n = \frac{a}{q-1} + \frac{b}{p-1}. \end{aligned}$$

$p > 1$, $q > 1$. $\Rightarrow \frac{1}{p} \in (0; 1)$, $\frac{1}{q} \in (0; 1)$. $\Rightarrow$ Geometrické rady $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n$, $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n$ konvergujú a platí:

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n &= \frac{1}{q} + \left(\frac{1}{q} \right)^2 + \left(\frac{1}{q} \right)^3 + \dots = \frac{1}{q} \cdot \left[1 + \frac{1}{q} + \left(\frac{1}{q} \right)^2 + \left(\frac{1}{q} \right)^3 + \dots \right] \\ &= \frac{1}{q} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{q} \right)^n = \frac{\frac{1}{q}}{1 - \frac{1}{q}} = \frac{\frac{1}{q}}{\frac{q-1}{q}} = \frac{1}{q-1}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n &= \frac{1}{p} + \left(\frac{1}{p} \right)^2 + \left(\frac{1}{p} \right)^3 + \dots = -1 + 1 + \frac{1}{p} + \left(\frac{1}{p} \right)^2 + \left(\frac{1}{p} \right)^3 + \dots \\ &= -1 + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{p} \right)^n = \frac{1}{1 - \frac{1}{p}} - 1 = \frac{1}{\frac{p-1}{p}} - 1 = \frac{p}{p-1} - 1 = \frac{p-(p-1)}{p-1} = \frac{1}{p-1}. \end{aligned}$$

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má **súčet** (konečný alebo nekonečný).

[Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$.]



Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má **súčet** (konečný alebo nekonečný).

[Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **neklesajúca** a má **limitu** (konverguje alebo diverguje do ∞). 

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má **súčet** (konečný alebo nekonečný).

[Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **neklesajúca** a má **limitu** (konverguje alebo diverguje do ∞). 

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora.
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora.

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má **súčet** (konečný alebo nekonečný).

[Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **neklesajúca** a má **limitu** (konverguje alebo diverguje do ∞). 

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s \in \mathbb{R}_0^+$,
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty$,

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má **súčet** (konečný alebo nekonečný).

[Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **neklesajúca** a má **limitu** (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s \in \mathbb{R}_0^+$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ ($s \geq 0$).
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má **súčet** (konečný alebo nekonečný).

[Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **neklesajúca** a má **limitu** (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s \in \mathbb{R}_0^+$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ ($s \geq 0$).
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}, \{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má **súčet** (konečný alebo nekonečný).

[Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **neklesajúca** a má **limitu** (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **ohraničená zhora**. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s \in \mathbb{R}_0^+$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ ($s \geq 0$).
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **neohraničená zhora**. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}, \{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 \leq a_n \leq b_n$.

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má **súčet** (konečný alebo nekonečný).

[Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **neklesajúca** a má **limitu** (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **ohraničená zhora**. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s \in \mathbb{R}_0^+$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ ($s \geq 0$).
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **neohraničená zhora**. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}, \{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 \leq a_n \leq b_n$. $\Rightarrow 0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} a_n \leq \sum_{n=1}^{\infty} b_n \leq \infty$.

[Nekonečné súčty existujú.]

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má **súčet** (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **neklesajúca** a má **limitu** (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **ohraničená zhora**. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s \in \mathbb{R}_0^+$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ ($s \geq 0$).
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **neohraničená zhora**. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}, \{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 \leq a_n \leq b_n$. $\Rightarrow 0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} a_n \leq \sum_{n=1}^{\infty} b_n \leq \infty$. [Nekonečné súčty existujú.]

Ak z radu s nezápornými členmi:

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má **súčet** (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **neklesajúca** a má **limitu** (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **ohraničená zhora**. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s \in \mathbb{R}_0^+$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ ($s \geq 0$).
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **neohraničená zhora**. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}, \{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 \leq a_n \leq b_n$. $\Rightarrow 0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} a_n \leq \sum_{n=1}^{\infty} b_n \leq \infty$. [Nekonečné súčty existujú.]

Ak z radu s nezápornými členmi:

- Vylúčime všetky **nulové členy**.

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má **súčet** (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **neklesajúca** a má **limitu** (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **ohraničená zhora**. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s \in \mathbb{R}_0^+$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$ ($s \geq 0$).
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **neohraničená zhora**. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}, \{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 \leq a_n \leq b_n$. $\Rightarrow$ $0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} a_n \leq \sum_{n=1}^{\infty} b_n \leq \infty$. [Nekonečné súčty existujú.]

Ak z radu s nezápornými členmi:

- Vylúčime všetky **nulové členy**. $\Rightarrow$ • **Súčet** nového radu sa nezmení.

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má **súčet** (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **neklesajúca** a má **limitu** (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s \in \mathbb{R}_0^+$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow s$ ($s \geq 0$).
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}, \{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 \leq a_n \leq b_n$. $\Rightarrow$ $0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} a_n \leq \sum_{n=1}^{\infty} b_n \leq \infty$. [Nekonečné súčty existujú.]

Ak z radu s nezápornými členmi:

- Vylúčime všetky **nulové členy**. $\Rightarrow$ • **Súčet** nového radu sa nezmení.
- Zameníme konečný počet **členov** (pridáme, vylúčime, zmeníme ap.).

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má **súčet** (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **neklesajúca** a má **limitu** (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s \in \mathbb{R}_0^+$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow s$ ($s \geq 0$).
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}, \{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 \leq a_n \leq b_n$. $\Rightarrow$ $0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} a_n \leq \sum_{n=1}^{\infty} b_n \leq \infty$. [Nekonečné súčty existujú.]

Ak z radu s nezápornými členmi:

- Vylúčime všetky **nulové členy**. $\Rightarrow$ • **Súčet** nového radu sa nezmení.
- Zameníme konečný počet **členov** (pridáme, vylúčime, zmeníme ap.). $\Rightarrow$ • **Kritéria konvergenzie** platia aj pre nový rad.

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má **súčet** (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **neklesajúca** a má **limitu** (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s \in \mathbb{R}_0^+$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow s$ ($s \geq 0$).
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}, \{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 \leq a_n \leq b_n$. $\Rightarrow$ $0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} a_n \leq \sum_{n=1}^{\infty} b_n \leq \infty$. [Nekonečné súčty existujú.]

Ak z radu s nezápornými členmi:

- Vylúčime všetky **nulové členy**. $\Rightarrow$ • **Súčet** nového radu sa nezmení.
- Zameníme konečný počet **členov** (pridáme, vylúčime, zmeníme ap.). $\Rightarrow$ • **Kritéria konvergenencie** platia aj pre nový rad.
- **Súčet** nového radu sa môže zmeniť.

Rady s nezápornými členmi – Porovnanie radov

- Každý rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi má **súčet** (konečný alebo nekonečný). [Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$.]

Postupnosť jeho čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **neklesajúca** a má **limitu** (konverguje alebo diverguje do ∞).

- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je ohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = s \in \mathbb{R}_0^+$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow s$ ($s \geq 0$).
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je neohraničená zhora. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \infty$, t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.

$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}, \{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ sú reálne postupnosti.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 \leq a_n \leq b_n$. $\Rightarrow 0 \leq \sum_{n=1}^{\infty} a_n \leq \sum_{n=1}^{\infty} b_n \leq \infty$. [Nekonečné súčty existujú.]

Ak z radu s nezápornými členmi:

- Vylúčime všetky **nulové členy**. $\Rightarrow$ • **Súčet** nového radu sa nemení.
- Zameníme konečný počet **členov** (pridáme, vylúčime, zmeníme ap.). $\Rightarrow$ • **Kritéria konvergenencie** platia aj pre nový rad.
- **Súčet** nového radu sa môže zmeniť. **Konvergenca**, resp. **divergencia** nového radu sa nemení.

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$.

[Porovnávacie kritérium.]

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$.

[Porovnávacie kritérium.]

Potom platí: $\bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.

[Rad s väčším súčtom konverguje. $\Rightarrow$ Rad s menším súčtom konverguje.]

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$.

[Porovnávacie kritérium.]

Potom platí: $\bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \cdot \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \cdot$ $\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \infty$.

[Rad s väčším súčtom konverguje. $\Rightarrow$ Rad s menším súčtom konverguje.]

[Rad s menším súčtom diverguje (do nekonečna). $\Rightarrow$ Rad s väčším súčtom diverguje (do nekonečna).]

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$.

[Porovnávacie kritérium.]

Potom platí: $\bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \cdot \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \cdot$ $\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \infty$.

[Rad s väčším súčtom konverguje. $\Rightarrow$ Rad s menším súčtom konverguje.]

[Rad s menším súčtom diverguje (do nekonečna). $\Rightarrow$ Rad s väčším súčtom diverguje (do nekonečna).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 < a_n \leq b_n$,

[Porovnávacie kritérium – limitný tvar.]



Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$.

[Porovnávacie kritérium.]

Potom platí: $\bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow . \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow .$ $\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \infty.$

[Rad s väčším súčtom konverguje. $\Rightarrow$ Rad s menším súčtom konverguje.]

[Rad s menším súčtom diverguje (do nekonečna). $\Rightarrow$ Rad s väčším súčtom diverguje (do nekonečna).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 < a_n \leq b_n$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, pričom $c \in (0; \infty)$, t. j. $c \neq 0$, $c \neq \infty$.

[Porovnávacie kritérium – limitný tvar.]



Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$.

[Porovnávacie kritérium.]

Potom platí: $\bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \cdot \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \cdot$ $\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \infty$.

[Rad s väčším súčtom konverguje. $\Rightarrow$ Rad s menším súčtom konverguje.]

[Rad s menším súčtom diverguje (do nekonečna). $\Rightarrow$ Rad s väčším súčtom diverguje (do nekonečna).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 < a_n \leq b_n$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, pričom $c \in (0; \infty)$, t. j. $c \neq 0$, $c \neq \infty$.

[Porovnávacie kritérium – limitný tvar.]

$\Rightarrow \bullet$ Rady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ súčasne konvergujú alebo divergujú.

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$.

[Porovnávacie kritérium.]

Potom platí: $\bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow . \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow .$ $\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \infty.$

[Rad s väčším súčtom konverguje. $\Rightarrow$ Rad s menším súčtom konverguje.]

[Rad s menším súčtom diverguje (do nekonečna). $\Rightarrow$ Rad s väčším súčtom diverguje (do nekonečna).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 < a_n \leq b_n$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, pričom $c \in (0; \infty)$, t. j. $c \neq 0$, $c \neq \infty$.

[Porovnávacie kritérium – limitný tvar.]

$\Rightarrow \bullet$ Rady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ súčasne konvergujú alebo divergujú.

- Existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, $c \in (0; \infty)$.

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$.

[Porovnávacie kritérium.]

Potom platí: $\bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \cdot \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \cdot$ $\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \infty$.

[Rad s väčším súčtom konverguje. $\Rightarrow$ Rad s menším súčtom konverguje.]

[Rad s menším súčtom diverguje (do nekonečna). $\Rightarrow$ Rad s väčším súčtom diverguje (do nekonečna).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 < a_n \leq b_n$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, pričom $c \in (0; \infty)$, t. j. $c \neq 0$, $c \neq \infty$.

[Porovnávacie kritérium – limitný tvar.]

$\Rightarrow \bullet$ Rady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ súčasne konvergujú alebo divergujú.

$\bullet$ Existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, $c \in (0; \infty)$. $\Rightarrow \bullet$ Existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} = \frac{1}{c}$, kde $\frac{1}{c} \in (0; \infty)$.

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$.

[Porovnávacie kritérium.]

Potom platí: $\bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \cdot \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \cdot$ $\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \infty$.

[Rad s väčším súčtom konverguje. $\Rightarrow$ Rad s menším súčtom konverguje.]

[Rad s menším súčtom diverguje (do nekonečna). $\Rightarrow$ Rad s väčším súčtom diverguje (do nekonečna).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 < a_n \leq b_n$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, pričom $c \in (0; \infty)$, t. j. $c \neq 0$, $c \neq \infty$.

[Porovnávacie kritérium – limitný tvar.]

$\Rightarrow \bullet$ Rady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ súčasne konvergujú alebo divergujú.

$\bullet$ Existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, $c \in (0; \infty)$. $\Rightarrow \bullet$ Existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} = \frac{1}{c}$, kde $\frac{1}{c} \in (0; \infty)$.

$\Rightarrow \bullet$ Nezáleží na tom, či vyšetrujeme $0 < \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} < \infty$ alebo vyšetrujeme $0 < \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} < \infty$.

Rady s nezápornými členmi – Porovnávacie kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 \leq a_n \leq b_n$.

[Porovnávacie kritérium.]

Potom platí: $\bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \cdot \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \cdot$ $\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n \longrightarrow \infty$.

[Rad s väčším súčtom konverguje. $\Rightarrow$ Rad s menším súčtom konverguje.]

[Rad s menším súčtom diverguje (do nekonečna). $\Rightarrow$ Rad s väčším súčtom diverguje (do nekonečna).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $0 < a_n \leq b_n$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, pričom $c \in (0; \infty)$, t. j. $c \neq 0$, $c \neq \infty$.

[Porovnávacie kritérium – limitný tvar.]

$\Rightarrow \bullet$ Rady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ súčasne konvergujú alebo divergujú.

$\bullet$ Existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = c$, $c \in (0; \infty)$. $\Rightarrow \bullet$ Existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} = \frac{1}{c}$, kde $\frac{1}{c} \in (0; \infty)$.

$\Rightarrow \bullet$ Nezáleží na tom, či vyšetrujeme $0 < \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} < \infty$ alebo vyšetrujeme $0 < \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{a_n} < \infty$.

[Podmienka $0 < a_n \leq b_n$ pre všetky $n \in N$ (okpč) musí byť splnená vždy.]

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřete konvergenci řadu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocí řadu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřte konvergenci řadu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocí řadu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$ platí:

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřte konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocí radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n,$$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřete konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocí radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřte konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřte konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocí radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}} \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \rightarrow \infty.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \rightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť,

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}} \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \rightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}}$$

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}}$$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \rightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n}$$

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n}}$$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \rightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0. \quad \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} = \infty.$$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetríte konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \rightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0. \quad \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} = \infty.$$

Vyšetríte konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \rightarrow 1$.

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \rightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0. \quad \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} = \infty.$$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \rightarrow 1$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí:

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \rightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0. \quad \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} = \infty.$$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \rightarrow 1$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $0 < n^2 < n^2 + n = n(n+1),$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \rightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0. \quad \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} = \infty.$$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \rightarrow 1$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $0 < n^2 < n^2 + n = n(n+1)$, t. j. $0 < \frac{1}{n(n+1)} < \frac{1}{n^2}$.

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \rightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0. \quad \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} = \infty.$$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \rightarrow 1$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $0 < n^2 < n^2 + n = n(n+1), \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n(n+1)} < \frac{1}{n^2}.$

[Konvergentný rad má menší súčet.]

Musíme použiť limitný tvar porovnávacieho kritéria.

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \rightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0. \quad \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} = \infty.$$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \rightarrow 1$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $0 < n^2 < n^2 + n = n(n+1)$, t. j. $0 < \frac{1}{n(n+1)} < \frac{1}{n^2}$.

[Konvergentný rad má menší súčet.]

Musíme použiť limitný tvar porovnávacieho kritéria.

Platí: $\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2}}{\frac{1}{n(n+1)}}$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřte konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \rightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0. \quad \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} = \infty.$$

Vyšetřte konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \rightarrow 1$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $0 < n^2 < n^2 + n = n(n+1), \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n(n+1)} < \frac{1}{n^2}.$

[Konvergentný rad má menší súčet.]

Musíme použiť limitný tvar porovnávacieho kritéria.

Platí: $\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2}}{\frac{1}{n(n+1)}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \rightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0. \quad \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} = \infty.$$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \rightarrow 1$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $0 < n^2 < n^2 + n = n(n+1)$, t. j. $0 < \frac{1}{n(n+1)} < \frac{1}{n^2}$.

[Konvergentný rad má menší súčet.]

Musíme použiť limitný tvar porovnávacieho kritéria.

Platí: $\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2}}{\frac{1}{n(n+1)}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 1$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetrite konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \rightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0. \quad \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} = \infty.$$

Vyšetrite konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \rightarrow 1$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $0 < n^2 < n^2 + n = n(n+1), \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n(n+1)} < \frac{1}{n^2}.$

[Konvergentný rad má menší súčet.]

Musíme použiť limitný tvar porovnávacieho kritéria.

Platí: $\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2}}{\frac{1}{n(n+1)}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 1 \quad (1 \neq 0, 1 \neq \infty).$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$ platí:

$$0 < \sqrt{n} < n, \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \leq \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \rightarrow \infty.$$

Limitný tvar porovnávacieho kritéria nemôžeme použiť, pretože:

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{\sqrt{n}}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n}}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0. \quad \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{\sqrt{n}}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\sqrt{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} = \infty.$$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ pomocou radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \rightarrow 1$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $0 < n^2 < n^2 + n = n(n+1), \text{ t. j. } 0 < \frac{1}{n(n+1)} < \frac{1}{n^2}.$

[Konvergentný rad má menší súčet.]

Musíme použiť limitný tvar porovnávacieho kritéria.

Platí: $\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2}}{\frac{1}{n(n+1)}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 1 \text{ (} 1 \neq 0, 1 \neq \infty \text{)}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \rightarrow$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřete konvergenci řadu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2}$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřte konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2}$

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřete konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2}$

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřete konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2}$

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
 - Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.
- $\left. \vphantom{\sum_{n=1}^{\infty}} \right\} \Rightarrow$ Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}$.

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřte konvergenci řadu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2}$

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
 - Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.
- $\Rightarrow$ Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}$.

Porovnávacie kritérium.

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2}$

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
 - Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.
- $\Rightarrow$ Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}$.

Porovnávacie kritérium.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow.$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
 - Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.
- $$\left. \vphantom{\sum_{n=1}^{\infty}} \right\} \Rightarrow \text{Pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } 0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}.$$

Porovnávacie kritérium.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
 - Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.
- $$\left. \vphantom{\sum_{n=1}^{\infty}} \right\} \Rightarrow \text{Pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } 0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}.$$

Porovnávacie kritérium.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow.$$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}$



Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
 - Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.
- $$\left. \vphantom{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2}} \right\} \Rightarrow \text{Pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } 0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}.$$

Porovnávacie kritérium.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow.$$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}$

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.



Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
 - Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.
- $$\left. \vphantom{\sum_{n=1}^{\infty}} \right\} \Rightarrow \text{Pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } 0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}.$$

Porovnávacie kritérium.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow.$$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}$

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.



Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřete konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
 - Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.
- $$\left. \vphantom{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2}} \right\} \Rightarrow \text{Pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } 0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}.$$

Porovnávacie kritérium.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow.$$

Vyšetřete konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}$

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
 - Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.
- $$\left. \vphantom{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}} \right\} \Rightarrow \text{Pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } 0 < \sin \frac{1}{n} < \frac{1}{n}.$$



Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
 - Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.
- $$\left. \vphantom{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2}} \right\} \Rightarrow \text{Pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } 0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}.$$

Porovnávacie kritérium.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow.$$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}$

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
 - Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.
- $$\left. \vphantom{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}} \right\} \Rightarrow \text{Pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } 0 < \sin \frac{1}{n} < \frac{1}{n}.$$

Porovnávacie kritérium (limitný tvar).



Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
 - Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.
- $$\left. \vphantom{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2}} \right\} \Rightarrow \text{Pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } 0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}.$$

Porovnávacie kritérium.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow.$$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}$

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
 - Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.
- $$\left. \vphantom{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}} \right\} \Rightarrow \text{Pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } 0 < \sin \frac{1}{n} < \frac{1}{n}.$$

Porovnávacie kritérium (limitný tvar).

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = 1$$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřte konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
 - Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.
- $$\left. \vphantom{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2}} \right\} \Rightarrow \text{Pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } 0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}.$$

Porovnávacie kritérium.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow.$$

Vyšetřte konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}$

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
 - Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.
- $$\left. \vphantom{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}} \right\} \Rightarrow \text{Pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } 0 < \sin \frac{1}{n} < \frac{1}{n}.$$

Porovnávacie kritérium (limitný tvar).

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = 1 \quad (1 \neq 0, 1 \neq \infty),$$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřte konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
 - Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.
- $$\left. \vphantom{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2}} \right\} \Rightarrow \text{Pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } 0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}.$$

Porovnávacie kritérium.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow.$$

Vyšetřte konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}$

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
 - Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.
- $$\left. \vphantom{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}} \right\} \Rightarrow \text{Pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } 0 < \sin \frac{1}{n} < \frac{1}{n}.$$

Porovnávacie kritérium (limitný tvar).

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = 1 \text{ (} 1 \neq 0, 1 \neq \infty \text{)}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow$.

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
 - Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n^2} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.
- $$\left. \vphantom{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2}} \right\} \Rightarrow \text{Pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } 0 < \sin \frac{1}{n^2} < \frac{1}{n^2}.$$

Porovnávacie kritérium.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n^2} \longrightarrow.$$

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n} \longrightarrow \infty$.

- Pre všetky $x \in (0; \frac{\pi}{2})$ platí $0 < \sin x < x$.
 - Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $0 < \frac{1}{n} \leq 1 < \frac{\pi}{2}$.
- $$\left. \vphantom{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n}} \right\} \Rightarrow \text{Pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } 0 < \sin \frac{1}{n} < \frac{1}{n}.$$

Porovnávacie kritérium (limitný tvar).

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin \frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = 1 \text{ (} 1 \neq 0, 1 \neq \infty \text{)}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sin n} \longrightarrow \infty.$$

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$.

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$.

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \cdot$
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \cdot$
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$,

[D'Alembertovo (podielové) kritérium – limitný tvar.]

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow 0$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium – limitný tvar.]

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow 0$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium – limitný tvar.]

Potom platí: $\bullet p < 1 \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow 0$.

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium – limitný tvar.]

- Potom platí: $\bullet p < 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0$. $\bullet p > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium – limitný tvar.]

- Potom platí:
- $p < 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
 - $p > 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.
 - $p = 1$. $\Rightarrow \bullet$ Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow 0$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium – limitný tvar.]

- Potom platí:
- $p < 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow 0$.
 - $p > 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.
 - $p = 1 \Rightarrow$ Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]

$$p = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{(n+1)^2}}{\frac{1}{n^2}} = 1,$$

$$p = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n+1}}{\frac{1}{n}} = 1,$$

Rady s nezápornými členmi – D'Alembertovo kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow 0$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[D'Alembertovo (podielové) kritérium – limitný tvar.]

- Potom platí:
- $p < 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow 0$.
 - $p > 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.
 - $p = 1 \Rightarrow$ Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]

- $p = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{(n+1)^2}}{\frac{1}{n^2}} = 1$, ale $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \rightarrow 0$.
- $p = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n+1}}{\frac{1}{n}} = 1$, ale $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$.

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ (okpč) platí $a_n \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$.

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$.

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow .$
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty.$

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$,

[Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.]

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.]

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.]

Potom platí: $\bullet p < 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.]

- Potom platí:
- $p < 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
 - $p > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.]

- Potom platí:
- $p < 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
 - $p > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.
 - $p = 1. \Rightarrow \bullet$ Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = p$, pričom $p \in R^*$, $p \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.]

- Potom platí:
- $p < 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
 - $p > 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.
 - $p = 1 \Rightarrow$ Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]

$$p = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n^2}} = 1,$$

$$p = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n}} = 1,$$

Rady s nezápornými členmi – Cauchyho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium.]

- Existuje $q \in (0; 1)$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \leq q < 1$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $\sqrt[n]{a_n} \geq 1$. $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n \geq 0$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = p$, pričom $p \in \mathbb{R}^*$, $p \geq 0$.

[Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.]

- Potom platí:
- $p < 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.
 - $p > 1 \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.
 - $p = 1 \Rightarrow$ Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]

$$p = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n^2}} = 1, \text{ ale } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \rightarrow$$

$$p = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{1}{n}} = 1, \text{ ale } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.



Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetřte konvergenci řadu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2 \cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2 \cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \frac{1}{2 \cdot 6^k} + \frac{1}{6^{k+1}} + \dots$$



Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetřete konvergenci řadu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 6^0}}_{a_{2 \cdot 1 - 1}} + \underbrace{\frac{1}{6^1}}_{a_{2 \cdot 1}} + \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 6^1}}_{a_{2 \cdot 2 - 1}} + \underbrace{\frac{1}{6^2}}_{a_{2 \cdot 2}} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{6^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots$$



Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetřte konvergenci řadu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 6^0}}_{a_{2 \cdot 1 - 1}} + \underbrace{\frac{1}{6^1}}_{a_{2 \cdot 1}} + \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 6^1}}_{a_{2 \cdot 2 - 1}} + \underbrace{\frac{1}{6^2}}_{a_{2 \cdot 2}} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{6^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots$$

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]



Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetřte konvergenci řadu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2 \cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2 \cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \frac{1}{2 \cdot 6^k} + \frac{1}{6^{k+1}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\bullet n = 2k.$$

$$\bullet n = 2k + 1.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2 \cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2 \cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}_{a_{2k+1}} + \frac{1}{6^{k+1}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\bullet n = 2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}}$$

$$\bullet n = 2k + 1.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2 \cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2 \cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}_{a_{2k+1}} + \frac{1}{6^{k+1}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\bullet n = 2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2 \cdot 6^k} = \frac{1}{2}$$

$$\bullet n = 2k + 1.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2 \cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2 \cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{6^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\bullet n = 2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2 \cdot 6^k} = \frac{1}{2}$$

$$\bullet n = 2k + 1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}}$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2 \cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2 \cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{6^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \dots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\bullet n = 2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2 \cdot 6^k} = \frac{1}{2}$$

$$\bullet n = 2k + 1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2 \cdot 6^k}} = \frac{2 \cdot 6^k}{6 \cdot 6^k} = \frac{1}{3}$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2 \cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2 \cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \frac{1}{2 \cdot 6^k} + \frac{1}{6^{k+1}} + \dots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\bullet n = 2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2 \cdot 6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}.$$

$$\bullet n = 2k + 1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2 \cdot 6^k}} = \frac{2 \cdot 6^k}{6 \cdot 6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciú radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2 \cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2 \cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \frac{1}{2 \cdot 6^k} + \frac{1}{6^{k+1}} + \dots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2 \cdot 6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}. \\ \bullet n = 2k + 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2 \cdot 6^k}} = \frac{2 \cdot 6^k}{6 \cdot 6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}. \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2 \cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2 \cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \frac{1}{2 \cdot 6^k} + \frac{1}{6^{k+1}} + \dots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2 \cdot 6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}. \\ \bullet n = 2k + 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2 \cdot 6^k}} = \frac{2 \cdot 6^k}{6 \cdot 6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}. \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow.$$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

- $\bullet n = 2k.$
- $\bullet n = 2k + 1.$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergencií radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2 \cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2 \cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \frac{1}{2 \cdot 6^k} + \frac{1}{6^{k+1}} + \dots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2 \cdot 6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}. \\ \bullet n = 2k + 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2 \cdot 6^k}} = \frac{2 \cdot 6^k}{6 \cdot 6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}. \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow.$$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

$$\begin{aligned} \bullet n = 2k. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} \\ \bullet n = 2k + 1. & \end{aligned}$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2 \cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2 \cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \frac{1}{2 \cdot 6^k} + \frac{1}{6^{k+1}} + \dots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2 \cdot 6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}. \\ \bullet n = 2k + 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2 \cdot 6^k}} = \frac{2 \cdot 6^k}{6 \cdot 6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}. \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow.$$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

$$\begin{aligned} \bullet n = 2k. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{6^k}} = \frac{1}{6^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{6^{\frac{1}{2}}} \\ \bullet n = 2k + 1. & \end{aligned}$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2 \cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2 \cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \frac{1}{2 \cdot 6^k} + \frac{1}{6^{k+1}} + \dots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2 \cdot 6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}. \\ \bullet n = 2k + 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2 \cdot 6^k}} = \frac{2 \cdot 6^k}{6 \cdot 6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}. \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow.$$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

$$\begin{aligned} \bullet n = 2k. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{6^k}} = \frac{1}{6^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{6^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}}. \\ \bullet n = 2k + 1. & \end{aligned}$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2 \cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2 \cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}_{a_{2k+1}} + \frac{1}{6^{k+1}} + \dots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2 \cdot 6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}. \\ \bullet n = 2k + 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2 \cdot 6^k}} = \frac{2 \cdot 6^k}{6 \cdot 6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}. \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow.$$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

$$\begin{aligned} \bullet n = 2k. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{6^k}} = \frac{1}{6^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{6^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}}. \\ \bullet n = 2k + 1. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k+1]{a_{2k+1}} \end{aligned}$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2 \cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2 \cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}_{a_{2k+1}} + \frac{1}{6^{k+1}} + \dots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2 \cdot 6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}. \\ \bullet n = 2k + 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2 \cdot 6^k}} = \frac{2 \cdot 6^k}{6 \cdot 6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}. \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow.$$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

$$\begin{aligned} \bullet n = 2k. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{6^k}} = \frac{1}{6^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{6^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}}. \\ \bullet n = 2k + 1. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k+1]{a_{2k+1}} = \frac{1}{\sqrt[2k+1]{2 \cdot 6^k}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2k+1}} \cdot \sqrt[2k+1]{6^k}} \end{aligned}$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2 \cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2 \cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \cdots + \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}_{a_{2k+1}} + \frac{1}{6^{k+1}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2 \cdot 6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}. \\ \bullet n = 2k + 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2 \cdot 6^k}} = \frac{2 \cdot 6^k}{6 \cdot 6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}. \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow.$$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{6^k}} = \frac{1}{6^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{6^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}}. \\ \bullet n = 2k + 1. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k+1]{a_{2k+1}} = \frac{1}{\sqrt[2k+1]{2 \cdot 6^k}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2k+1}} \cdot \sqrt[2k+1]{6^k}} \\ &= \frac{1}{2^{\frac{1}{2k+1}} \cdot 6^{\frac{k}{2k+1}}} = \left[\frac{2^{\frac{1}{2k+1}} \rightarrow 1}{6^{\frac{k}{2k+1}} \rightarrow 6^{\frac{1}{2}}} \right] \rightarrow \frac{1}{1 \cdot 6^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \text{ pre } k \rightarrow \infty. \end{aligned} \right\}$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2 \cdot 6^0} + \frac{1}{6^1} + \frac{1}{2 \cdot 6^1} + \frac{1}{6^2} + \dots + \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}} + \frac{1}{6^k} + \frac{1}{2 \cdot 6^k} + \frac{1}{6^{k+1}} + \dots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2 \cdot 6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}. \\ \bullet n = 2k + 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2 \cdot 6^k}} = \frac{2 \cdot 6^k}{6 \cdot 6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}. \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow.$$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{6^k}} = \frac{1}{6^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{6^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}}. \\ \bullet n = 2k + 1. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k+1]{a_{2k+1}} = \frac{1}{\sqrt[2k+1]{2 \cdot 6^k}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2k+1}} \cdot \sqrt[2k+1]{6^k}} \\ &= \frac{1}{2^{\frac{1}{2k+1}} \cdot 6^{\frac{k}{2k+1}}} = \left[\frac{2^{\frac{1}{2k+1}}}{6^{\frac{k}{2k+1}}} \rightarrow 1 \right] \rightarrow \frac{1}{1 \cdot 6^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \text{ pre } k \rightarrow \infty. \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{\sqrt{6}} < 1.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}$, $a_{2k} = \frac{1}{6^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 6^0}}_{a_{2 \cdot 1 - 1}} + \underbrace{\frac{1}{6^1}}_{a_{2 \cdot 1}} + \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 6^1}}_{a_{2 \cdot 2 - 1}} + \underbrace{\frac{1}{6^2}}_{a_{2 \cdot 2}} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 6^{k-1}}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{6^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{6^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

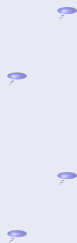
$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2 \cdot 6^k}}{\frac{1}{6^k}} = \frac{6^k}{2 \cdot 6^k} = \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}. \\ \bullet n = 2k + 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+2}}{a_{2k+1}} = \frac{\frac{1}{6^{k+1}}}{\frac{1}{2 \cdot 6^k}} = \frac{2 \cdot 6^k}{6 \cdot 6^k} = \frac{1}{3} \leq \frac{1}{2}. \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow.$$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{6^k}} = \frac{1}{6^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{6^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}}. \\ \bullet n = 2k + 1. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k+1]{a_{2k+1}} = \frac{1}{\sqrt[2k+1]{2 \cdot 6^k}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2k+1}} \cdot \sqrt[2k+1]{6^k}} \\ &= \frac{1}{2^{\frac{1}{2k+1}} \cdot 6^{\frac{k}{2k+1}}} = \left[\frac{2^{k+1/\sqrt{2}} \rightarrow 1}{6^{\frac{k}{2k+1}} \rightarrow 6^{\frac{1}{2}}} \right] \rightarrow \frac{1}{1 \cdot 6^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \text{ pre } k \rightarrow \infty. \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{\sqrt{6}} < 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetřete konvergenci řadu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.



Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetřte konvergenci řadu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots$$



Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetřte konvergenci řadu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{\frac{1}{2^1}}_{a_{2 \cdot 1 - 1}} + \underbrace{\frac{1}{3^1}}_{a_{2 \cdot 1}} + \underbrace{\frac{1}{2^2}}_{a_{2 \cdot 2 - 1}} + \underbrace{\frac{1}{3^2}}_{a_{2 \cdot 2}} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2^k}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2^{k+1}}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{3^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots$$



Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetřite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{\frac{1}{2^1}}_{a_{2 \cdot 1 - 1}} + \underbrace{\frac{1}{3^1}}_{a_{2 \cdot 1}} + \underbrace{\frac{1}{2^2}}_{a_{2 \cdot 2 - 1}} + \underbrace{\frac{1}{3^2}}_{a_{2 \cdot 2}} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2^k}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2^{k+1}}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{3^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots$$

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]



Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetřite konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\bullet n = 2k - 1.$$

$$\bullet n = 2k.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetřite konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2^k}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\bullet n = 2k - 1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}}$$

$$\bullet n = 2k.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetřte konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2^k}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\bullet n = 2k - 1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k}$$

$$\bullet n = 2k.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{2^k} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2^{k+1}}}_{a_{2k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\bullet n = 2k - 1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k}$$

$$\bullet n = 2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}}$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetřte konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{2^k} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2^{k+1}}}_{a_{2k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\bullet n = 2k - 1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k}$$

$$\bullet n = 2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}}$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetřite konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \dots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\bullet n = 2k - 1. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1.$$

$$\bullet n = 2k. \Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2 \cdot 2^k} > 1 \text{ pre } k > 1.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciú radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \dots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k - 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1. \\ \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2 \cdot 2^k} > 1 \text{ pre } k > 1. \end{aligned} \right\} \text{Kritérium nemožno použiť.}$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \dots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k - 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1. \\ \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2 \cdot 2^k} > 1 \text{ pre } k > 1. \end{aligned} \right\} \text{Kritérium nemožno použiť.}$$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

$$\bullet n = 2k - 1.$$

$$\bullet n = 2k.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2^k}}_{a_{2k-1}} + \frac{1}{3^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k - 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1. \\ \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2 \cdot 2^k} > 1 \text{ pre } k > 1. \end{aligned} \right\} \text{Kritérium nemožno použiť.}$$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

$$\bullet n = 2k - 1. \Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = 2^{k-1} \sqrt[2k-1]{a_{2k-1}}$$

$$\bullet n = 2k.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2^k}}_{a_{2k-1}} + \frac{1}{3^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k - 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1. \\ \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2 \cdot 2^k} > 1 \text{ pre } k > 1. \end{aligned} \right\} \text{Kritérium nemožno použiť.}$$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

$$\begin{aligned} \bullet n = 2k - 1. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k-1]{a_{2k-1}} = \sqrt[2k-1]{\frac{1}{2^k}} = \frac{1}{2^{\frac{k}{2k-1}}} \leq \frac{1}{2^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} \\ \bullet n = 2k. & \end{aligned}$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2^k}}_{a_{2k-1}} + \frac{1}{3^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k - 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1. \\ \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2 \cdot 2^k} > 1 \text{ pre } k > 1. \end{aligned} \right\} \text{Kritérium nemožno použiť.}$$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

$$\begin{aligned} \bullet n = 2k - 1. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k-1]{a_{2k-1}} = \frac{1}{\sqrt[2k-1]{2^k}} = \frac{1}{2^{\frac{k}{2k-1}}} \leq \frac{1}{2^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}. \\ \bullet n = 2k. & \end{aligned}$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2^k} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \dots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k - 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1. \\ \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2 \cdot 2^k} > 1 \text{ pre } k > 1. \end{aligned} \right\} \text{Kritérium nemožno použiť.}$$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

$$\begin{aligned} \bullet n = 2k - 1. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k-1]{a_{2k-1}} = \sqrt[2k-1]{\frac{1}{2^k}} = \frac{1}{2^{\frac{k}{2k-1}}} \leq \frac{1}{2^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}. \\ \bullet n = 2k. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} \end{aligned}$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2^k} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \dots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k - 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1. \\ \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2 \cdot 2^k} > 1 \text{ pre } k > 1. \end{aligned} \right\} \text{Kritérium nemožno použiť.}$$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

$$\begin{aligned} \bullet n = 2k - 1. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k-1]{a_{2k-1}} = \frac{1}{2^{k-1}\sqrt[2k-1]{2}} = \frac{1}{2^{\frac{k}{2k-1}}} \leq \frac{1}{2^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}. \\ \bullet n = 2k. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{3^k}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2^k} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \dots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k - 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1. \\ \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2 \cdot 2^k} > 1 \text{ pre } k > 1. \end{aligned} \right\} \text{Kritérium nemožno použiť.}$$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

$$\begin{aligned} \bullet n = 2k - 1. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k-1]{a_{2k-1}} = \frac{1}{\sqrt[2k-1]{2^k}} = \frac{1}{2^{\frac{k}{2k-1}}} \leq \frac{1}{2^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}. \\ \bullet n = 2k. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{\sqrt[2k]{3^k}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \leq \frac{1}{\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^1} + \frac{1}{3^1} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{2^k} + \frac{1}{3^k} + \frac{1}{2^{k+1}} + \frac{1}{3^{k+1}} + \dots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k - 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1. \\ \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2 \cdot 2^k} > 1 \text{ pre } k > 1. \end{aligned} \right\} \text{Kritérium nemožno použiť.}$$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k - 1. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k-1]{a_{2k-1}} = \frac{1}{2^{k-1}\sqrt[2k-1]{2}} = \frac{1}{2^{\frac{k}{2k-1}}} \leq \frac{1}{2^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}. \\ \bullet n = 2k. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \frac{1}{2^k\sqrt[2k]{3}} = \frac{1}{2\sqrt[2k]{3}} \leq \frac{1}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_{2k-1} = \frac{1}{2^k}$, $a_{2k} = \frac{1}{3^k}$ pre $k \in \mathbb{N}$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{\frac{1}{2^1}}_{a_{2 \cdot 1 - 1}} + \underbrace{\frac{1}{3^1}}_{a_{2 \cdot 1}} + \underbrace{\frac{1}{2^2}}_{a_{2 \cdot 2 - 1}} + \underbrace{\frac{1}{3^2}}_{a_{2 \cdot 2}} + \cdots + \underbrace{\frac{1}{2^k}}_{a_{2k-1}} + \underbrace{\frac{1}{3^k}}_{a_{2k}} + \underbrace{\frac{1}{2^{k+1}}}_{a_{2k+1}} + \underbrace{\frac{1}{3^{k+1}}}_{a_{2k+2}} + \cdots$$

D'Alembertovo (podielové) kritérium.

[Pre všetky $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} > 0$, $a_{2k} > 0$, t. j. pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n > 0$.]

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k - 1. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k}}{a_{2k-1}} = \frac{\frac{1}{3^k}}{\frac{1}{2^k}} = \frac{2^k}{3^k} < 1. \\ \bullet n = 2k. &\Rightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a_{2k+1}}{a_{2k}} = \frac{\frac{1}{2^{k+1}}}{\frac{1}{3^k}} = \frac{3^k}{2^{k+1}} = \frac{3^k}{2 \cdot 2^k} > 1 \text{ pre } k > 1. \end{aligned} \right\} \text{Kritérium nemožno použiť.}$$

Cauchyho (odmocninové) kritérium – limitný tvar.

$$\left. \begin{aligned} \bullet n = 2k - 1. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k-1]{a_{2k-1}} = \sqrt[2k-1]{\frac{1}{2^k}} = \frac{1}{2^{\frac{k}{2k-1}}} \leq \frac{1}{2^{\frac{k}{2k}}} = \frac{1}{2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}. \\ \bullet n = 2k. &\Rightarrow \sqrt[n]{a_n} = \sqrt[2k]{a_{2k}} = \sqrt[2k]{\frac{1}{3^k}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \leq \frac{1}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \frac{1}{\sqrt{2}} < 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřete konvergenci řadu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřete konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n}$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n}$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřite konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $$\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n.$$
$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e > 1.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \rightarrow \infty$.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \rightarrow \infty.$$

Rady s nezápornými členmi – Príklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \rightarrow \infty$.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \rightarrow \infty.$$

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty$.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty.$$

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty$.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

$$\begin{aligned} \bullet \frac{a_{n+1}}{a_n} &= a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n. \\ &\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty. \end{aligned}$$

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria.

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{a^n}$$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty$.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

$$\begin{aligned} \bullet \frac{a_{n+1}}{a_n} &= a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n. \\ &\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty. \end{aligned}$$

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{a^n}{n!} > 0$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria.

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{a^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{n+1} = \frac{a}{\infty} = 0$$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty$.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

- $\frac{a_{n+1}}{a_n} = a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$.

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \longrightarrow \infty.$$

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria.

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{a^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{n+1} = \frac{a}{\infty} = 0$

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{a^n}{n!}}$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetřte konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \rightarrow \infty$.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

$$\begin{aligned} \bullet \frac{a_{n+1}}{a_n} &= a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n. \\ &\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

Nech $a > 0$. Vyšetřte konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria.

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{a^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{n+1} = \frac{a}{\infty} = 0 \\ \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{a^n}{n!}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{\sqrt[n]{n!}} = \frac{a}{\infty} = 0 \end{aligned}$$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \rightarrow \infty$.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

$$\begin{aligned} \bullet \frac{a_{n+1}}{a_n} &= a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n. \\ &\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!}$

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria.

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{a^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{n+1} = \frac{a}{\infty} = 0 < 1. \\ \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{a^n}{n!}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{\sqrt[n]{n!}} = \frac{a}{\infty} = 0 < 1. \end{aligned}$$

Rady s nezápornými členmi – Příklady

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \rightarrow \infty$.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitný tvar D'Alembertovho (podielového) kritéria.

$$\begin{aligned} \bullet \frac{a_{n+1}}{a_n} &= a_{n+1} \cdot \frac{1}{a_n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{n^n} = \frac{(n+1)^{n+1}}{(n+1)n^n} = \frac{(n+1)^n}{n^n} = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n. \\ &\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!} \rightarrow \infty. \end{aligned}$$

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!} \rightarrow$.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{n^n}{n!} > 0$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria.

$$\left. \begin{aligned} \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^{n+1}}{(n+1)!} \cdot \frac{n!}{a^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{n+1} = \frac{a}{\infty} = 0 < 1. \\ \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{a^n}{n!}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{\sqrt[n]{n!}} = \frac{a}{\infty} = 0 < 1. \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{n!} \rightarrow.$$

Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[Raabeho kritérium.]



Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$.



Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in \mathbb{N}$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.



Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow$ $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$.



Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.



Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty,$$



Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in N$ platí



Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in N$ platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = n\left(\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}} - 1\right) = n + 1 - n = 1$.



Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in \mathbb{N}$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.
- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = n\left(\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}} - 1\right) = n + 1 - n = 1$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ (okpč) platí $a_n > 0$,

[Raabeho kritérium – limitný tvar.]



Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in N$ platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = n\left(\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}} - 1\right) = n + 1 - n = 1$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = s \in R^*$.

[Raabeho kritérium – limitný tvar.]



Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in N$ platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = n\left(\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}} - 1\right) = n + 1 - n = 1$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = s \in R^*$.

[Raabeho kritérium – limitný tvar.]

Potom platí: $\bullet s > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.



Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in N$ platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = n\left(\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}} - 1\right) = n + 1 - n = 1$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = s \in R^*$.

[Raabeho kritérium – limitný tvar.]

Potom platí: $\bullet s > 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$. $\bullet s < 1. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.



Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \longrightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in N$ platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = n\left(\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}} - 1\right) = n + 1 - n = 1$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = s \in R^*$.

[Raabeho kritérium – limitný tvar.]

- Potom platí:
- $s > 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$.
 - $s < 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty$.
 - $s = 1$. $\Rightarrow \bullet$ Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]



Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in N$ platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = n\left(\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}} - 1\right) = n + 1 - n = 1$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = s \in R^*$.

[Raabeho kritérium – limitný tvar.]

- Potom platí:
- $s > 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.
 - $s < 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.
 - $s = 1$. $\Rightarrow \bullet$ Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \rightarrow$,  

Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap.).]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in N$ platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = n\left(\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}} - 1\right) = n + 1 - n = 1$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = s \in R^*$.

[Raabeho kritérium – limitný tvar.]

- Potom platí:
- $s > 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.
 - $s < 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.
 - $s = 1$. $\Rightarrow \bullet$ Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \rightarrow$, pretože platí $\lim_{n \rightarrow \infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} n\left(\frac{\frac{1}{n^2}}{\frac{1}{(n+1)^2}} - 1\right)$

Rady s nezápornými členmi – Raabeho kritérium

- Okrem konečného počtu členov (okpč).

[Zmena konečného počtu členov (pridanie, vylúčenie, zámena ap..)]

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$.

[Raabeho kritérium.]

- Existuje $q > 1$ tak, že pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \geq q > 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.
- Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) \leq 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty$, pretože pre všetky $n \in N$ platí $n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = n\left(\frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n+1}} - 1\right) = n + 1 - n = 1$.

Pre všetky $n \in N$ (okpč) platí $a_n > 0$, existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = s \in R^*$.

[Raabeho kritérium – limitný tvar.]

- Potom platí:
- $s > 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow$.
 - $s < 1$. $\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow \infty$.
 - $s = 1$. $\Rightarrow \bullet$ Nevieme rozhodnúť o konvergencii, resp. divergencii $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$. [Rad môže konvergovať i divergovať.]

- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \rightarrow$, pretože platí $\lim_{n \rightarrow \infty} n\left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} n\left(\frac{\frac{1}{n^2}}{\frac{1}{(n+1)^2}} - 1\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} n\frac{(n+1)^2 - n^2}{n^2} = 2$.

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Nech $a > 0$. Vyšetřite konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}.$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Nech $a > 0$. Vyšetřte konvergenci řadu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}.$

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1}$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Nech $a > 0$. Vyšetřte konvergenci řadu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Nech $a > 0$. Vyšetřte konvergenci radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{a+n+1}$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{1}{1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \frac{1}{n}}{\frac{a}{n} + 1 + \frac{1}{n}} = \frac{1+0}{0+1+0} = 1.$$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{1}{1+\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{a}{n}+1+\frac{1}{n}} = \frac{1+0}{0+1+0} = 1.$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1.$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

$$\left. \begin{aligned} \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{1}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{a}{n}+1+\frac{1}{n}} = \frac{1+0}{0+1+0} = 1. \\ \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1. \end{aligned} \right\} \text{Nevieme rozhodnúť.}$$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

$$\left. \begin{aligned} \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{a}{n}+1+\frac{1}{n}} = \frac{1+0}{0+1+0} = 1. \\ \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1. \end{aligned} \right\} \text{Nevieme rozhodnúť.}$$

Limitný tvar Raabeho kritéria:

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na}{n+1}$$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

$$\left. \begin{aligned} \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{a}{n}+1+\frac{1}{n}} = \frac{1+0}{0+1+0} = 1. \\ \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1. \end{aligned} \right\} \text{Nevieme rozhodnúť.}$$

Limitný tvar Raabeho kritéria:

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{1+\frac{1}{n}} = a$$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

$$\left. \begin{aligned} \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{a}{n}+1+\frac{1}{n}} = \frac{1+0}{0+1+0} = 1. \\ \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1. \end{aligned} \right\} \text{Nevieme rozhodnúť.}$$

Limitný tvar Raabeho kritéria:

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{1+\frac{1}{n}} = a \left\{ \begin{array}{l} \text{rad konverguje pre } a > 1, \\ \text{diverguje pre } a \leq 1. \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{pre } a > 1.$$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

$$\left. \begin{aligned} \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{\frac{1}{n}}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{a}{n}+1+\frac{1}{n}} = \frac{1+0}{0+1+0} = 1. \\ \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1. \end{aligned} \right\} \text{Nevieme rozhodnúť.}$$

Limitný tvar Raabeho kritéria:

$$\bullet \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{1+\frac{1}{n}} = a \begin{cases} \text{rad konverguje pre } a > 1, \\ \text{rad diverguje do } \infty \text{ pre } a < 1. \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{pre } a > 1. \quad \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty \text{ pre } a < 1.$$

Rady s nezápornými členmi – Príklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

$$\left. \begin{aligned} \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{1}{\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{a}{n}+1+\frac{1}{n}} = \frac{1+0}{0+1+0} = 1. \\ \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1. \end{aligned} \right\} \text{Nevieme rozhodnúť.}$$

Limitný tvar Raabeho kritéria:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{1+\frac{1}{n}} = a \begin{cases} \text{rad konverguje pre } a > 1, \\ \text{rad diverguje do } \infty \text{ pre } a < 1. \end{cases} \\ \bullet \text{ Pre } a = 1 \text{ platí } a_n &= \frac{n!}{1(1+1)\cdots(1+n)} = \frac{n!}{(n+1)!} = \frac{1}{n+1}, \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{pre } a > 1. \quad \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty \text{ pre } a < 1.$$

Rady s nezápornými členmi – Příklad

Nech $a > 0$. Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{(n+1)!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)(a+n+1)}}{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 = \frac{a}{n+1} + 1 - 1 = \frac{a}{n+1}$.

Limitné tvary D'Alembertovho (podielového) kritéria a Cauchyho (odmocninového) kritéria:

$$\left. \begin{aligned} \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{a+n+1} \cdot \frac{1}{\frac{a}{n}+1+\frac{1}{n}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+\frac{1}{n}}{\frac{a}{n}+1+\frac{1}{n}} = \frac{1+0}{0+1+0} = 1. \\ \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{n!}{a(a+1)(a+2)\cdots(a+n)}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1. \end{aligned} \right\} \text{Nevieme rozhodnúť.}$$

Limitný tvar Raabeho kritéria:

$$\begin{aligned} \bullet \lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\frac{a_n}{a_{n+1}} - 1 \right) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na}{n+1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a}{1+\frac{1}{n}} = a \begin{cases} \text{rad konverguje pre } a > 1, \\ \text{rad diverguje do } \infty \text{ pre } a < 1. \end{cases} \\ \bullet \text{ Pre } a = 1 \text{ platí } a_n &= \frac{n!}{1(1+1)\cdots(1+n)} = \frac{n!}{(n+1)!} = \frac{1}{n+1}, \text{ t. j. rad } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+1} \longrightarrow \infty. \quad [\text{Harmonický rad.}] \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \text{pre } a > 1. \quad \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow \infty \text{ pre } a \leq 1.$$

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0, n \in \mathbb{N}$



Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0, n \in \mathbb{N}$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞ .

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0, n \in \mathbb{N}$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞ .
 $\Rightarrow$ • Rad absolútnych hodnôt $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, kde $a_n \in \mathbb{R}$ (členy môžu byť aj záporné), $n \in \mathbb{N}$, má vždy súčet.

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0, n \in \mathbb{N}$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞ .
- $\Rightarrow$ • Rad absolútnych hodnôt $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, kde $a_n \in \mathbb{R}$ (členy môžu byť aj záporné), $n \in \mathbb{N}$, má vždy súčet.

Konvergentný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, t. j. rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ nazývame:

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0, n \in \mathbb{N}$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞ .
- $\Rightarrow$ • Rad absolútnych hodnôt $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, kde $a_n \in \mathbb{R}$ (členy môžu byť aj záporné), $n \in \mathbb{N}$, má vždy súčet.

Konvergentný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, t. j. rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ nazývame:

- Absolútne konvergentný (rad konverguje absolútne),
- Relatívne konvergentný (rad konverguje relatívne, resp. neabsolútne),

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0, n \in \mathbb{N}$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞ .
 $\Rightarrow$ • Rad absolútnych hodnôt $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, kde $a_n \in \mathbb{R}$ (členy môžu byť aj záporné), $n \in \mathbb{N}$, má vždy súčet.

Konvergentný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, t. j. rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ nazývame:

- Absolútne konvergentný (rad konverguje absolútne),

$$\text{ak } \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow,$$

- Relatívne konvergentný (rad konverguje relatívne, resp. neabsolútne),

$$\text{ak } \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow \infty,$$

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0, n \in \mathbb{N}$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞ .
 $\Rightarrow$ • Rad absolútnych hodnôt $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, kde $a_n \in \mathbb{R}$ (členy môžu byť aj záporné), $n \in \mathbb{N}$, má vždy súčet.

Konvergentný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, t. j. rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ nazývame:

- Absolútne konvergentný (rad konverguje absolútne),
 ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow$, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A}$.
- Relatívne konvergentný (rad konverguje relatívne, resp. neabsolútne),
 ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow \infty$, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R}$.

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0, n \in \mathbb{N}$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞ .
 $\Rightarrow$ • Rad absolútnych hodnôt $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, kde $a_n \in \mathbb{R}$ (členy môžu byť aj záporné), $n \in \mathbb{N}$, má vždy súčet.

Konvergentný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, t. j. rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ nazývame:

- Absolútne konvergentný (rad konverguje absolútne),

ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow$, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A}$. [Rad konverguje a rad jeho absolútnych hodnôt členov konverguje.]

- Relatívne konvergentný (rad konverguje relatívne, resp. neabsolútne),

ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow \infty$, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R}$. [Rad konverguje a rad jeho absolútnych hodnôt členov diverguje do ∞ .]

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0, n \in \mathbb{N}$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞ .
 $\Rightarrow$ • Rad absolútnych hodnôt $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, kde $a_n \in \mathbb{R}$ (členy môžu byť aj záporné), $n \in \mathbb{N}$, má vždy súčet.

Konvergentný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, t. j. rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ nazývame:

- Absolútne konvergentný (rad konverguje absolútne),
 ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow$, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A}$. [Rad konverguje a rad jeho absolútnych hodnôt členov konverguje.]
- Relatívne konvergentný (rad konverguje relatívne, resp. neabsolútne),
 ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow \infty$, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R}$. [Rad konverguje a rad jeho absolútnych hodnôt členov diverguje do ∞ .]

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0, n \in \mathbb{N}$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞ .
 $\Rightarrow$ • Rad absolútnych hodnôt $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, kde $a_n \in \mathbb{R}$ (členy môžu byť aj záporné), $n \in \mathbb{N}$, má vždy súčet.

Konvergentný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, t. j. rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ nazývame:

- **Absolútne konvergentný** (rad konverguje absolútne),
 ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow$, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A}$. [Rad konverguje a rad jeho absolútnych hodnôt členov konverguje.]
- **Relatívne konvergentný** (rad konverguje relatívne, resp. neabsolútne),
 ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow \infty$, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R}$. [Rad konverguje a rad jeho absolútnych hodnôt členov diverguje do ∞ .]

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A}$ (rad konverguje absolútne), t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow$.

Alternujúce rady – Absolútna a relatívna konvergencia

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s nezápornými členmi $a_n \geq 0, n \in \mathbb{N}$ konverguje k číslu $s \geq 0$ alebo diverguje do ∞ .
 $\Rightarrow$ • Rad absolútnych hodnôt $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$, kde $a_n \in \mathbb{R}$ (členy môžu byť aj záporné), $n \in \mathbb{N}$, má vždy súčet.

Konvergentný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, t. j. rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ nazývame:

- **Absolútne konvergentný** (rad konverguje absolútne),
 ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow$, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A}$. [Rad konverguje a rad jeho absolútnych hodnôt členov konverguje.]
- **Relatívne konvergentný** (rad konverguje relatívne, resp. neabsolútne),
 ak $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow \infty$, označenie $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R}$. [Rad konverguje a rad jeho absolútnych hodnôt členov diverguje do ∞ .]

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A}$ (rad konverguje absolútne), t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow \Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow$ (rad konverguje).

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n}$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $s_{2n} = \underbrace{1 - 1}_0 + \underbrace{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}}_0 + \cdots + \underbrace{\frac{1}{n} - \frac{1}{n}}_0 = 0 + 0 + \cdots + 0$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: • $s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0$.

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: • $s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0$.

- $s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1}$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: • $s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0$.

$$\bullet s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1}$$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0$.

$$s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1} \rightarrow 0 \text{ pre } n \in \mathbb{N}.$$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $\left. \begin{aligned} &\bullet s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0. \\ &\bullet s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1} \longrightarrow 0 \text{ pre } n \in \mathbb{N}. \end{aligned} \right\}$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} s_{2n+1} = 0.$$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $\left. \begin{array}{l} \bullet s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0. \\ \bullet s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1} \longrightarrow 0 \text{ pre } n \in \mathbb{N}. \end{array} \right\}$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} s_{2n+1} = 0. \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0,$$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $\left. \begin{aligned} &\bullet s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0. \\ &\bullet s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1} \longrightarrow 0 \text{ pre } n \in \mathbb{N}. \end{aligned} \right\}$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} s_{2n+1} = 0. \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0,$$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $\left. \begin{aligned} &\bullet s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0. \\ &\bullet s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1} \longrightarrow 0 \text{ pre } n \in \mathbb{N}. \end{aligned} \right\}$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} s_{2n+1} = 0. \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0.$$

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \cdots$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0,$$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $\left. \begin{aligned} &\bullet s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0. \\ &\bullet s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1} \longrightarrow 0 \text{ pre } n \in \mathbb{N}. \end{aligned} \right\}$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} s_{2n+1} = 0. \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0.$$

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \cdots$
 $\geq 1 + 0 + \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{3} + 0 + \cdots + \frac{1}{n} + 0 + \cdots$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0,$$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $\left. \begin{aligned} &\bullet s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0. \\ &\bullet s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1} \longrightarrow 0 \text{ pre } n \in \mathbb{N}. \end{aligned} \right\}$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} s_{2n+1} = 0. \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0.$$

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \cdots$
 $\geq 1 + 0 + \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{3} + 0 + \cdots + \frac{1}{n} + 0 + \cdots$
 $= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} + \cdots = \infty$ (Harmonický rad),

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0,$$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots$

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $\left. \begin{aligned} &\bullet s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0. \\ &\bullet s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1} \longrightarrow 0 \text{ pre } n \in \mathbb{N}. \end{aligned} \right\}$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} s_{2n+1} = 0. \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0.$$

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \cdots$
 $\geq 1 + 0 + \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{3} + 0 + \cdots + \frac{1}{n} + 0 + \cdots$
 $= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} + \cdots = \infty$ (Harmonický rad), t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow \infty$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow 0, \quad \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \longrightarrow \infty.$$

Alternujúce rady – Príklad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} + \cdots \xrightarrow{R}$.

- Označme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ postupnosť čiastočných súčtov radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí: $\bullet s_{2n} = 1 - 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \frac{1}{n} = 0 + 0 + \cdots + 0 = 0.$ $\bullet s_{2n+1} = s_{2n} + \frac{1}{n+1} = 0 + \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n+1} \rightarrow 0$ pre $n \in \mathbb{N}.$ $\left. \vphantom{\sum_{n=1}^{\infty} a_n} \right\}$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_{2n} = \lim_{n \rightarrow \infty} s_{2n+1} = 0. \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = 0, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow 0.$$

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n} + \cdots$
 $\geq 1 + 0 + \frac{1}{2} + 0 + \frac{1}{3} + 0 + \cdots + \frac{1}{n} + 0 + \cdots$
 $= 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} + \cdots = \infty$ (Harmonický rad), t. j. $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \rightarrow \infty.$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow 0, \sum_{n=1}^{\infty} |a_n| \rightarrow \infty. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R} \text{ (rad konverguje relatívne).}$$

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.



Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ označme: • $a_n^+ = \max \{a_n, 0\}$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ označme: • $a_n^+ = \max \{a_n, 0\}$. • $a_n^- = \max \{-a_n, 0\} = -\min \{a_n, 0\}$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ označme: • $a_n^+ = \max \{a_n, 0\}$. • $a_n^- = \max \{-a_n, 0\} = -\min \{a_n, 0\}$.

Potom platí: • $a_n^+ \geq 0$, $a_n^- \geq 0$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ označme:  • $a_n^+ = \max \{a_n, 0\}$. • $a_n^- = \max \{-a_n, 0\} = -\min \{a_n, 0\}$.

Potom platí: • $a_n^+ \geq 0$, $a_n^- \geq 0$. • $a_n = a_n^+ - a_n^-$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ označme:

- $a_n^+ = \max \{a_n, 0\}$.

- $a_n^- = \max \{-a_n, 0\} = -\min \{a_n, 0\}$.

Potom platí:

- $a_n^+ \geq 0$, $a_n^- \geq 0$.

- $a_n = a_n^+ - a_n^-$.

- $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ označme: • $a_n^+ = \max \{a_n, 0\}$.

• $a_n^- = \max \{-a_n, 0\} = -\min \{a_n, 0\}$.

Potom platí: • $a_n^+ \geq 0$, $a_n^- \geq 0$.

• $a_n = a_n^+ - a_n^-$.

• $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty,

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ označme: • $a_n^+ = \max \{a_n, 0\}$. • $a_n^- = \max \{-a_n, 0\} = -\min \{a_n, 0\}$.

Potom platí: • $a_n^+ \geq 0$, $a_n^- \geq 0$. • $a_n = a_n^+ - a_n^-$. • $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme: • $s^+ = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$ ($s^+ \in \mathbb{R}^*$, $s^+ \geq 0$).

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ označme: • $a_n^+ = \max \{a_n, 0\}$. • $a_n^- = \max \{-a_n, 0\} = -\min \{a_n, 0\}$.

Potom platí: • $a_n^+ \geq 0$, $a_n^- \geq 0$. • $a_n = a_n^+ - a_n^-$. • $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme: • $s^+ = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$ ($s^+ \in \mathbb{R}^*$, $s^+ \geq 0$). • $s^- = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ ($s^- \in \mathbb{R}^*$, $s^- \geq 0$).

Alternující rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnými členmi $a_n \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ označme: • $a_n^+ = \max \{a_n, 0\}$. • $a_n^- = \max \{-a_n, 0\} = -\min \{a_n, 0\}$.

Potom platí: • $a_n^+ \geq 0$, $a_n^- \geq 0$. • $a_n = a_n^+ - a_n^-$. • $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme: • $s^+ = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$ ($s^+ \in \mathbb{R}^*$, $s^+ \geq 0$). • $s^- = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ ($s^- \in \mathbb{R}^*$, $s^- \geq 0$).

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ označme: • $a_n^+ = \max \{a_n, 0\}$. • $a_n^- = \max \{-a_n, 0\} = -\min \{a_n, 0\}$.

Potom platí: • $a_n^+ \geq 0$, $a_n^- \geq 0$. • $a_n = a_n^+ - a_n^-$. • $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme: • $s^+ = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$ ($s^+ \in \mathbb{R}^*$, $s^+ \geq 0$). • $s^- = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ ($s^- \in \mathbb{R}^*$, $s^- \geq 0$).

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

$\Rightarrow$ (Pokiaľ majú výrazy zmysel.) • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ - a_n^-) = s^+ - s^-$

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ označme: • $a_n^+ = \max \{a_n, 0\}$. • $a_n^- = \max \{-a_n, 0\} = -\min \{a_n, 0\}$.

Potom platí: • $a_n^+ \geq 0$, $a_n^- \geq 0$. • $a_n = a_n^+ - a_n^-$. • $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme: • $s^+ = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$ ($s^+ \in \mathbb{R}^*$, $s^+ \geq 0$). • $s^- = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ ($s^- \in \mathbb{R}^*$, $s^- \geq 0$).

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

$\Rightarrow$ (Pokiaľ majú výrazy zmysel.) • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ - a_n^-) = s^+ - s^-$

• $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ + a_n^-) = s^+ + s^-$

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ označme: • $a_n^+ = \max \{a_n, 0\}$. • $a_n^- = \max \{-a_n, 0\} = -\min \{a_n, 0\}$.

Potom platí: • $a_n^+ \geq 0$, $a_n^- \geq 0$. • $a_n = a_n^+ - a_n^-$. • $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme: • $s^+ = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$ ($s^+ \in \mathbb{R}^*$, $s^+ \geq 0$). • $s^- = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ ($s^- \in \mathbb{R}^*$, $s^- \geq 0$).

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

$\Rightarrow$ (Pokiaľ majú výrazy zmysel.) • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ - a_n^-) = s^+ - s^- = s$, kde $s \in \mathbb{R}^*$.
• $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ + a_n^-) = s^+ + s^- = c$, kde $c \in \mathbb{R}^*$, $c \geq 0$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$.

Pre každé $n \in \mathbb{N}$ označme: • $a_n^+ = \max \{a_n, 0\}$. • $a_n^- = \max \{-a_n, 0\} = -\min \{a_n, 0\}$.

Potom platí: • $a_n^+ \geq 0$, $a_n^- \geq 0$. • $a_n = a_n^+ - a_n^-$. • $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme: • $s^+ = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$ ($s^+ \in \mathbb{R}^*$, $s^+ \geq 0$). • $s^- = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ ($s^- \in \mathbb{R}^*$, $s^- \geq 0$).

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

$\Rightarrow$ (Pokiaľ majú výrazy zmysel.) • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ - a_n^-) = s^+ - s^- = s$, kde $s \in \mathbb{R}^*$.
• $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ + a_n^-) = s^+ + s^- = c$, kde $c \in \mathbb{R}^*$, $c \geq 0$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A}$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R}$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R$, $n \in N$.

Pre každé $n \in N$ označme: • $a_n^+ = \max \{a_n, 0\}$. • $a_n^- = \max \{-a_n, 0\} = -\min \{a_n, 0\}$.

Potom platí: • $a_n^+ \geq 0$, $a_n^- \geq 0$. • $a_n = a_n^+ - a_n^-$. • $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme: • $s^+ = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$ ($s^+ \in R^*$, $s^+ \geq 0$). • $s^- = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ ($s^- \in R^*$, $s^- \geq 0$).

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

$\Rightarrow$ (Pokiaľ majú výrazy zmysel.) • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ - a_n^-) = s^+ - s^- = s$, kde $s \in R^*$.
• $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ + a_n^-) = s^+ + s^- = c$, kde $c \in R^*$, $c \geq 0$.

• $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} \cdot \Rightarrow$ • $s, c \in R$. • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R} \cdot \Rightarrow$ • $s \in R$, $c = \infty$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R$, $n \in N$.

Pre každé $n \in N$ označme: • $a_n^+ = \max \{a_n, 0\}$. • $a_n^- = \max \{-a_n, 0\} = -\min \{a_n, 0\}$.

Potom platí: • $a_n^+ \geq 0$, $a_n^- \geq 0$. • $a_n = a_n^+ - a_n^-$. • $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme: • $s^+ = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$ ($s^+ \in R^*$, $s^+ \geq 0$). • $s^- = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ ($s^- \in R^*$, $s^- \geq 0$).

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

$\Rightarrow$ (Pokiaľ majú výrazy zmysel.) • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ - a_n^-) = s^+ - s^- = s$, kde $s \in R^*$.
• $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ + a_n^-) = s^+ + s^- = c$, kde $c \in R^*$, $c \geq 0$.

• $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} \Rightarrow$ • $s, c \in R$.
• $s^+, s^- \in R$.
• $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R} \Rightarrow$ • $s \in R$, $c = \infty$.
• $s^+ = s^- = \infty$.

Alternujúce rady – Rozklad na nezáporné a nekladné členy

- Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ s reálnymi členmi $a_n \in R$, $n \in N$.

Pre každé $n \in N$ označme: • $a_n^+ = \max \{a_n, 0\}$. • $a_n^- = \max \{-a_n, 0\} = -\min \{a_n, 0\}$.

Potom platí: • $a_n^+ \geq 0$, $a_n^- \geq 0$. • $a_n = a_n^+ - a_n^-$. • $|a_n| = a_n^+ + a_n^-$.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ majú vždy súčty, označme: • $s^+ = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^+$ ($s^+ \in R^*$, $s^+ \geq 0$). • $s^- = \sum_{n=1}^{\infty} a_n^-$ ($s^- \in R^*$, $s^- \geq 0$).

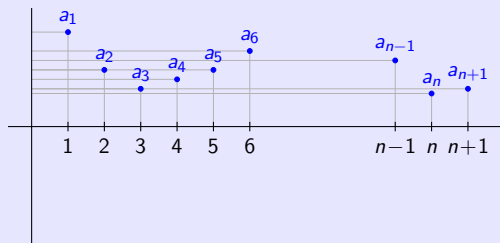
$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ je číselný rad.

$\Rightarrow$ (Pokiaľ majú výrazy zmysel.) • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ - a_n^-) = s^+ - s^- = s$, kde $s \in R^*$.
• $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n| = \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^+ + a_n^-) = s^+ + s^- = c$, kde $c \in R^*$, $c \geq 0$.

• $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} \Rightarrow$ • $s, c \in R$. • $s^+, s^- \in R$.
[$s^+ = \frac{c+s}{2}$, $s^- = \frac{c-s}{2}$.]
• $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R} \Rightarrow$ • $s \in R$, $c = \infty$. • $s^+ = s^- = \infty$.
[$s^+ = \frac{c+s}{2} = \frac{\infty+s}{2} = \infty$, $s^- = \frac{c-s}{2} = \frac{\infty-s}{2} = \infty$.]

Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

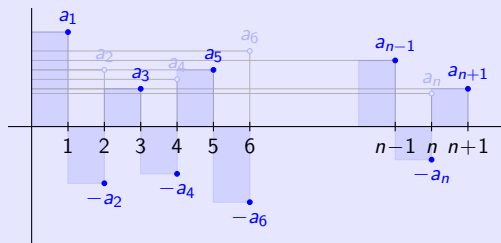
Nech pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$



Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + (-1)^{n+1} a_n + \dots$

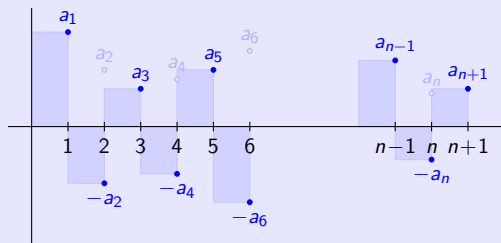


Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + (-1)^{n+1} a_n + \dots$

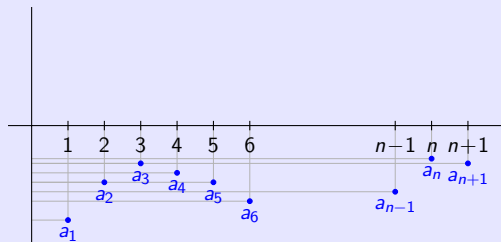
sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).



Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

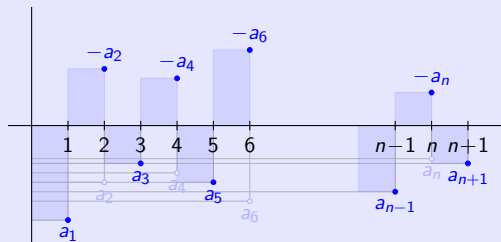
$$a_n \leq 0.$$



Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \leq 0$.

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + (-1)^{n+1} a_n + \dots$



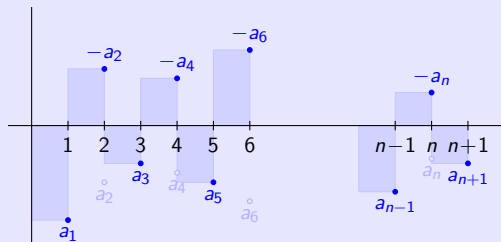
Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

$$a_n \leq 0.$$

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + (-1)^{n+1} a_n + \dots$

sa nazýva **rad so striedavými znamienkami** (alternujúci rad).

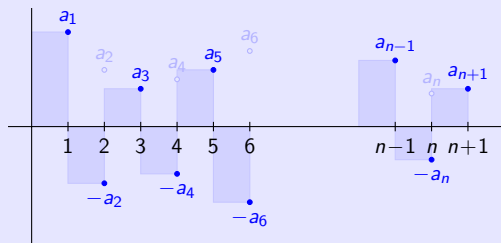


Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$ alebo platí $a_n \leq 0$.

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + (-1)^{n+1} a_n + \dots$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).

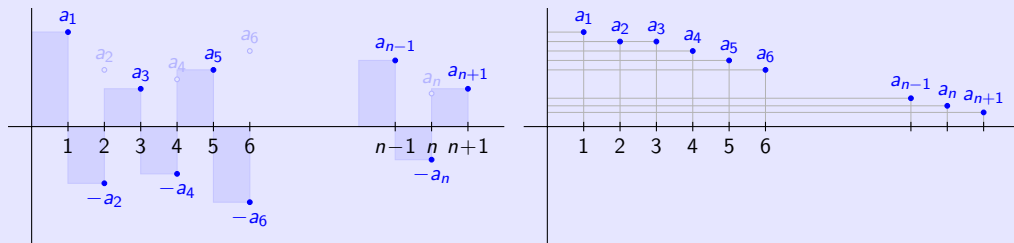


Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$ alebo platí $a_n \leq 0$.

Číselný rad
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \cdots + (-1)^{n+1} a_n + \cdots$$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).



Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$

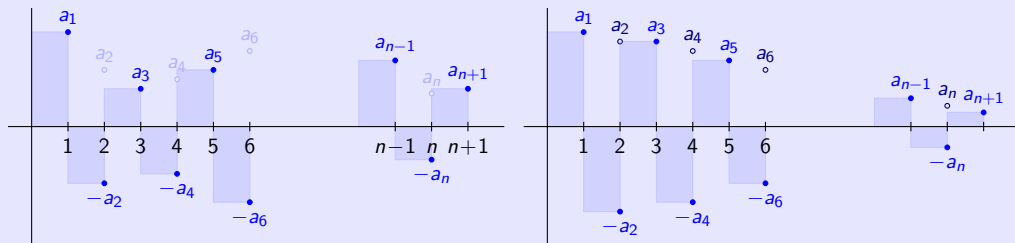
[Leibnizovo kritérium.]

Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$ alebo platí $a_n \leq 0$.

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + (-1)^{n+1} a_n + \dots$

sa nazýva rad so striedavými znamienkami (alternujúci rad).



Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$

[Leibnizovo kritérium.]

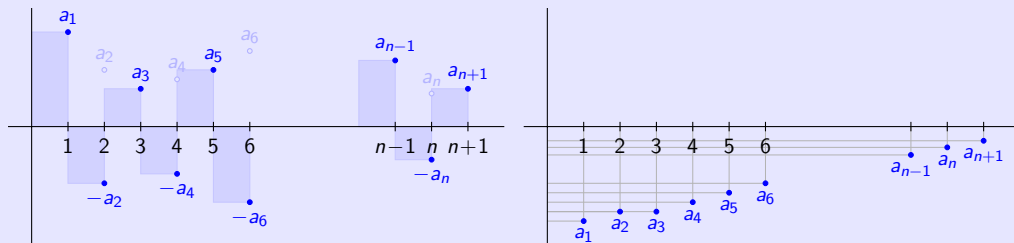
- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je nerastúca pre $a_n \geq 0$

Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$ alebo platí $a_n \leq 0$.

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + (-1)^{n+1} a_n + \dots$

sa nazýva **rad so striedavými znamienkami** (alternujúci rad).



Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

$$a_n \leq 0$$

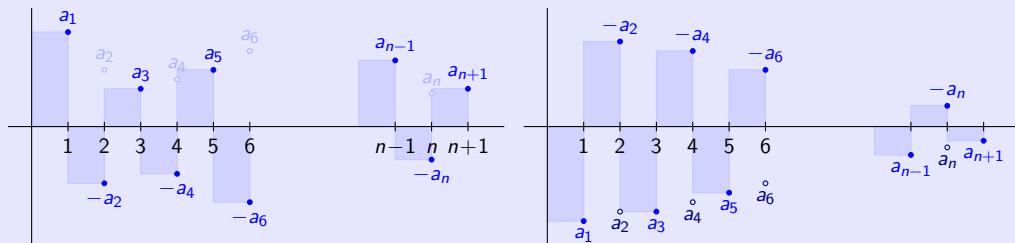
[Leibnizovo kritérium.]

Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$ alebo platí $a_n \leq 0$.

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + (-1)^{n+1} a_n + \dots$

sa nazýva **rad so striedavými znamienkami** (alternujúci rad).



Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí

$$a_n \leq 0$$

[Leibnizovo kritérium.]

• $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$

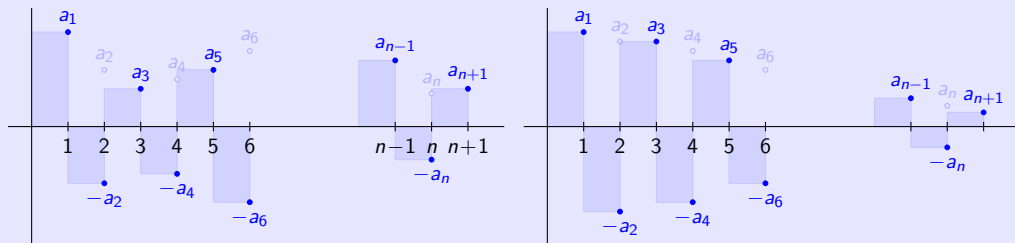
je neklesajúca pre $a_n \leq 0$

Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$ alebo platí $a_n \leq 0$.

Číselný rad
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + (-1)^{n+1} a_n + \dots$$

sa nazýva **rad so striedavými znamienkami** (alternujúci rad).



Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$ (resp. platí $a_n \leq 0$).

[Leibnizovo kritérium.]

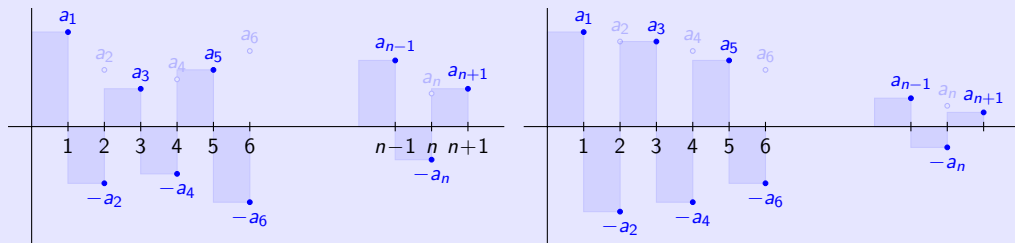
- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je nerastúca pre $a_n \geq 0$ (resp. je neklesajúca pre $a_n \leq 0$).

Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$ alebo platí $a_n \leq 0$.

Číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + (-1)^{n+1} a_n + \dots$

sa nazýva **rad so striedavými znamienkami** (alternujúci rad).



Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$ (resp. platí $a_n \leq 0$).

[Leibnizovo kritérium.]

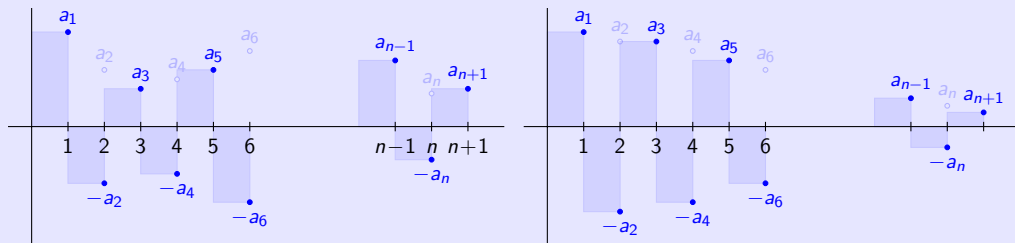
- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je nerastúca pre $a_n \geq 0$ (resp. je neklesajúca pre $a_n \leq 0$).
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.

Alternujúce rady – Leibnizovo kritérium

Nech pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$ alebo platí $a_n \leq 0$.

Číselný rad
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + \dots + (-1)^{n+1} a_n + \dots$$

sa nazýva **rad so striedavými znamienkami** (alternujúci rad).



Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n \geq 0$ (resp. platí $a_n \leq 0$).

[Leibnizovo kritérium.]

- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je nerastúca pre $a_n \geq 0$ (resp. je neklesajúca pre $a_n \leq 0$).
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$.
- $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \rightarrow$

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

[Anharmonický rad.]

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

[Anharmonický rad.]

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ označme $a_n = \frac{1}{n} > 0$.

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

[Anharmonický rad.]

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ označme $a_n = \frac{1}{n} > 0$.

Leibnizovo kritérium.

- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \dots\}$ je klesajúca.

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

[Anharmonický rad.]

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ označme $a_n = \frac{1}{n} > 0$.

Leibnizovo kritérium.

- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \dots\}$ je klesajúca.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$.

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

[Anharmonický rad.]

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ označme $a_n = \frac{1}{n} > 0$.

Leibnizovo kritérium.

- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \dots\}$ je klesajúca.
 - $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$.
- } $\Rightarrow$

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

[Anharmonický rad.]

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ označme $a_n = \frac{1}{n} > 0$.

Leibnizovo kritérium.

- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \dots\}$ je klesajúca.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$.

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \rightarrow.$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \rightarrow,$$

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

[Anharmonický rad.]

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ označme $a_n = \frac{1}{n} > 0$.

Leibnizovo kritérium.

- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \dots\}$ je klesajúca.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$.

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \rightarrow.$$

Rad absolútnych hodnôt členov:

- $\sum_{n=1}^{\infty} |(-1)^{n+1} a_n| = \sum_{n=1}^{\infty} a_n$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \rightarrow,$$

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

[Anharmonický rad.]

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ označme $a_n = \frac{1}{n} > 0$.

Leibnizovo kritérium.

- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \dots\}$ je klesajúca.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$.

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \rightarrow.$$

Rad absolútnych hodnôt členov:

- $\sum_{n=1}^{\infty} |(-1)^{n+1} a_n| = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{(-1)^{n+1}}{n} \right| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty.$

[Harmonický rad.]

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \rightarrow, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty.$$

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \xrightarrow{R}.$

[Anharmonický rad.]

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ označme $a_n = \frac{1}{n} > 0$.

Leibnizovo kritérium.

- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \dots\}$ je klesajúca.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$.

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \xrightarrow{R}.$$

Rad absolútnych hodnôt členov:

- $\sum_{n=1}^{\infty} |(-1)^{n+1} a_n| = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{(-1)^{n+1}}{n} \right| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty.$

[Harmonický rad.]

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \xrightarrow{R}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \xrightarrow{R} \text{ (rad konverguje relatívne).}$$

Alternujúce rady – Anharmonický rad

Vyšetrite konvergenciu radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \xrightarrow{R}.$

[Anharmonický rad.]

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ označme $a_n = \frac{1}{n} > 0.$

Leibnizovo kritérium.

- $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \dots\}$ je klesajúca.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0.$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \xrightarrow{R}.$$

Rad absolútnych hodnôt členov:

- $\sum_{n=1}^{\infty} |(-1)^{n+1} a_n| = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{(-1)^{n+1}}{n} \right| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty.$

[Harmonický rad.]

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \xrightarrow{R}, \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \rightarrow \infty. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \xrightarrow{R} \text{ (rad konverguje relatívne).}$$

[Rad sa nazýva anharmonický a platí $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \rightarrow \ln 2.$]

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a preroovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = e^a$ pre $a \in \mathbb{R}$.

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty \quad \text{pre } 1 \leq q.$$

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow \quad \text{pre } 1 < p.$$

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q} \quad \text{pre } -1 < q < 1.$$

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty.$$

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2.$$

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n \quad \text{osciluje pre } q \leq -1.$$

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty \quad \text{pre } p < 1.$$

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}.$$

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = e^a \quad \text{pre } a \in \mathbb{R}.$$

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} = \frac{1}{e} = e^{-1}.$$

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty \quad \text{pre } 1 \leq q.$$

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow \quad \text{pre } 1 < p.$$

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q} \quad \text{pre } -1 < q < 1.$$

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty.$$

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2.$$

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} q^n \quad \text{osciluje pre } q \leq -1.$$

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty \quad \text{pre } p < 1.$$

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}.$$

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = e^a \quad \text{pre } a \in \mathbb{R}.$$

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} = \frac{1}{e} = e^{-1}.$$

$$\bullet \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = e.$$

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = e^a$ pre $a \in \mathbb{R}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} = \frac{1}{e} = e^{-1}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = e$.

- Prerovnaným radom (prerovnaním) radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = e^a$ pre $a \in \mathbb{R}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} = \frac{1}{e} = e^{-1}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = e$.

- Prerovnaným radom (prerovnaním) radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame

$$\text{rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} = a_{k_1} + a_{k_2} + a_{k_3} + a_{k_4} + \cdots + a_{k_n} + \cdots,$$

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = e^a$ pre $a \in \mathbb{R}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} = \frac{1}{e} = e^{-1}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = e$.

- Prerovnaným radom (prerovnaním) radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame
 $\text{rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} = a_{k_1} + a_{k_2} + a_{k_3} + a_{k_4} + \cdots + a_{k_n} + \cdots$, kde $\{k_n\}_{n=1}^{\infty}$ je bijekcia $N \rightarrow N$.
 [Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty}$ je bijekcia $N \rightarrow N$,

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = e^a$ pre $a \in \mathbb{R}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} = \frac{1}{e} = e^{-1}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = e$.

- Prerovnaným radom (prerovnaním) radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame
 $\text{rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} = a_{k_1} + a_{k_2} + a_{k_3} + a_{k_4} + \cdots + a_{k_n} + \cdots$, kde $\{k_n\}_{n=1}^{\infty}$ je bijekcia $N \rightarrow N$.
[Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty}$ je bijekcia $N \rightarrow N$, $\{k_n\}_{n=1}^{\infty}$ obsahuje každé prirodzené číslo práve raz.]

Alternujúce rady – Dôležité rady a prerovnanie radov

Dôležité rady (Naspamäť!):

- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \infty$ pre $1 \leq q$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} \longrightarrow$ pre $1 < p$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}$ pre $-1 < q < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ osciluje pre $q \leq -1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} = \infty$ pre $p < 1$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1} = \frac{\pi}{4}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{a^n}{n!} = e^a$ pre $a \in \mathbb{R}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} = \frac{1}{e} = e^{-1}$.
- $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} = e$.

- Prerovnaným radom (prerovnaním) radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ nazývame
 $\text{rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} = a_{k_1} + a_{k_2} + a_{k_3} + a_{k_4} + \cdots + a_{k_n} + \cdots$, kde $\{k_n\}_{n=1}^{\infty}$ je bijekcia $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$.

[Postupnosť indexov $\{k_n\}_{n=1}^{\infty}$ je bijekcia $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $\{k_n\}_{n=1}^{\infty}$ obsahuje každé prirodzené číslo práve raz.]

- Pri prerovnaní radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ zmeníme poradie členov, hodnoty členov nemeníme.

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$



Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

$$\text{Súčet } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$$

Vymeníme poradie členov.



Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

$$\text{Súčet } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$$

Vymeníme poradie členov.

[Postupne



Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

$$\text{Súčet } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$$

Vymeníme poradie členov.

[Postupne pripočítavame jeden nepárny člen

- **Kladné (nepárne)** členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$



Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

$$\text{Súčet } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$$

Vymeníme poradie členov.

[Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- **Kladné (nepárne)** členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \dots, \frac{1}{2k}, \dots, \frac{1}{2 \cdot (2k-1)}, \frac{1}{2 \cdot 2k}, \dots\}.$



Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov.

[Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- **Kladné (nepárne)** členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \dots, \frac{1}{2k}, \dots, \frac{1}{2 \cdot (2k-1)}, \frac{1}{2 \cdot 2k}, \dots\}.$

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4}$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov.

[Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- **Kladné (nepárne)** členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \dots, \frac{1}{2k}, \dots, \frac{1}{2 \cdot (2k-1)}, \frac{1}{2 \cdot 2k}, \dots\}.$

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8}$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov.

[Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- **Kladné (nepárne)** členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \dots, \frac{1}{2k}, \dots, \frac{1}{2 \cdot (2k-1)}, \frac{1}{2 \cdot 2k}, \dots\}.$

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12}$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov.

[Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- **Kladné (nepárne)** členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \dots, \frac{1}{2k}, \dots, \frac{1}{2 \cdot (2k-1)}, \frac{1}{2 \cdot 2k}, \dots\}.$

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12} +$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov.

[Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- **Kladné (nepárne)** členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \dots, \frac{1}{2k}, \dots, \frac{1}{2 \cdot (2k-1)}, \frac{1}{2 \cdot 2k}, \dots\}.$

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \dots$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov.

[Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- **Kladné (nepárne)** členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \dots, \frac{1}{2k}, \dots, \frac{1}{2 \cdot (2k-1)}, \frac{1}{2 \cdot 2k}, \dots\}.$

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k}$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

$$\text{Súčet } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$$

Vymeníme poradie členov.

[Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- **Kladné (nepárne)** členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \dots, \frac{1}{2k}, \dots, \frac{1}{2 \cdot (2k-1)}, \frac{1}{2 \cdot 2k}, \dots\}.$

$$1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov.

[Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- **Kladné (nepárne)** členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \dots, \frac{1}{2k}, \dots, \frac{1}{2 \cdot (2k-1)}, \frac{1}{2 \cdot 2k}, \dots\}.$

$$\underbrace{1 - \frac{1}{2}} + \underbrace{-\frac{1}{4} + \frac{1}{3}} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \underbrace{\frac{1}{5} - \frac{1}{10}} - \frac{1}{12} + \dots + \underbrace{\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2(2k-1)}} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov.

[Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- **Kladné (nepárne)** členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \dots, \frac{1}{2k}, \dots, \frac{1}{2 \cdot (2k-1)}, \frac{1}{2 \cdot 2k}, \dots\}.$

$$\begin{aligned}
 & 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\
 & \underbrace{1 - \frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}} - \frac{1}{4} + \underbrace{\frac{1}{3} - \frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}} - \frac{1}{8} + \underbrace{\frac{1}{5} - \frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}} - \frac{1}{12} + \dots + \underbrace{\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2(2k-1)}}_{\frac{1}{2(2k-1)}} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\
 & = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{2(2k-1)} + \dots
 \end{aligned}$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov.

[Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- **Kladné (nepárne)** členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \dots, \frac{1}{2k}, \dots, \frac{1}{2 \cdot (2k-1)}, \frac{1}{2 \cdot 2k}, \dots\}.$

$$\begin{aligned}
 & 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\
 & \underbrace{1 - \frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}} - \underbrace{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}} - \underbrace{\frac{1}{8} - \frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}} + \dots + \underbrace{\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2(2k-1)}}_{\frac{1}{2(2k-1)}} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\
 & = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots
 \end{aligned}$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov.

[Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- **Kladné (nepárne)** členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \dots, \frac{1}{2k}, \dots, \frac{1}{2 \cdot (2k-1)}, \frac{1}{2 \cdot 2k}, \dots\}.$

$$\begin{aligned}
 & 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\
 & \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\frac{1}{2}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\frac{1}{6}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\frac{1}{10}} \quad \underbrace{\hspace{1.5cm}}_{\frac{1}{2(2k-1)}} \\
 & = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\
 & = \frac{1}{2 \cdot 1} - \frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} - \frac{1}{2 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots
 \end{aligned}$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov.

[Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- **Kladné (nepárne)** členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \dots, \frac{1}{2k}, \dots, \frac{1}{2 \cdot (2k-1)}, \frac{1}{2 \cdot 2k}, \dots\}.$

$$\begin{aligned}
 & 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\
 & \underbrace{1}_{\frac{1}{2}} - \underbrace{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}_{\frac{1}{6}} + \underbrace{\frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8}}_{\frac{1}{10}} + \dots + \underbrace{\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k}}_{\frac{1}{2(2k-1)}} + \dots \\
 & = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\
 & = \frac{1}{2 \cdot 1} - \frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} - \frac{1}{2 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\
 & = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k} + \dots \right)
 \end{aligned}$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov.

[Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- **Kladné (nepárne)** členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \dots, \frac{1}{2k}, \dots, \frac{1}{2 \cdot (2k-1)}, \frac{1}{2 \cdot 2k}, \dots\}.$

$$\begin{aligned}
 & 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2k-1} - \underbrace{\frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k}}_{\frac{1}{2(2k-1)}} + \dots \\
 & \underbrace{1}_{\frac{1}{2}} - \underbrace{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}}_{\frac{1}{6}} + \underbrace{\frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8}}_{\frac{1}{10}} + \dots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\
 & = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\
 & = \frac{1}{2 \cdot 1} - \frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} - \frac{1}{2 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\
 & = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k} + \dots \right) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}
 \end{aligned}$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

Súčet $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$

Vymeníme poradie členov.

[Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- **Kladné (nepárne)** členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \dots, \frac{1}{2k}, \dots, \frac{1}{2 \cdot (2k-1)}, \frac{1}{2 \cdot 2k}, \dots\}.$

$$\begin{aligned}
 & 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\
 & \underbrace{1 - \frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}} - \underbrace{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}} - \frac{1}{8} + \underbrace{\frac{1}{3} - \frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}} - \frac{1}{12} + \dots + \underbrace{\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2(2k-1)}}_{\frac{1}{2(2k-1)}} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\
 & = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\
 & = \frac{1}{2 \cdot 1} - \frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} - \frac{1}{2 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\
 & = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k} + \dots \right) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \\
 & = \frac{1}{2} \ln 2
 \end{aligned}$$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

$$\text{Súčet} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$$

Vymeníme poradie členov.

[Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- **Kladné (nepárne)** členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \dots, \frac{1}{2k}, \dots, \frac{1}{2 \cdot (2k-1)}, \frac{1}{2 \cdot 2k}, \dots\}.$

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\ & \underbrace{1 - \frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}} - \underbrace{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}} - \frac{1}{8} + \underbrace{\frac{1}{3} - \frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}} - \frac{1}{12} + \dots + \underbrace{\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2(2k-1)}}_{\frac{1}{2(2k-1)}} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\ & = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\ & = \frac{1}{2 \cdot 1} - \frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} - \frac{1}{2 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\ & = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k} + \dots \right) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \\ & = \frac{1}{2} \ln 2 \quad (\text{iný súčet}). \end{aligned}$$

[Prerovnaním radu sa zmenil súčet radu.]

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a komutatívny zákon

$$\text{Súčet} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \dots = \ln 2.$$

Vymeníme poradie členov.

[Postupne pripočítavame jeden nepárny člen a odpočítavame dva párne členy.]

- **Kladné (nepárne)** členy: $\{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $\{a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \frac{1}{10}, \frac{1}{12}, \dots, \frac{1}{2k}, \dots, \frac{1}{2 \cdot (2k-1)}, \frac{1}{2 \cdot 2k}, \dots\}.$

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\ & \underbrace{1 - \frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}} - \underbrace{\frac{1}{4} - \frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}} - \frac{1}{8} + \underbrace{\frac{1}{3} - \frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}} - \frac{1}{12} + \dots + \underbrace{\frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2(2k-1)}}_{\frac{1}{2(2k-1)}} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\ & = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} - \frac{1}{12} + \dots + \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\ & = \frac{1}{2 \cdot 1} - \frac{1}{2 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{2 \cdot 5} - \frac{1}{2 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{2(2k-1)} - \frac{1}{2 \cdot 2k} + \dots \\ & = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2k-1} - \frac{1}{2k} + \dots \right) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \\ & = \frac{1}{2} \ln 2 \quad (\text{iný súčet}). \end{aligned}$$

[Prerovnaním radu sa zmenil súčet radu.]

- Pri nekonečných radoch **neplatí** komutatívny zákon.

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ diverguje (osciluje).



Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$.



Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in \mathbb{N}$ platí:  $s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). $\bullet$ $s_{2k} = 0$ (n párne).

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in \mathbb{N}$ platí: $\bullet s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). $\bullet s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in \mathbb{N}$ platí: $\bullet s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). $\bullet s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

- $(1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in \mathbb{N}$ platí: $\bullet s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). $\bullet s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

- $\bullet (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots$
- $\bullet 1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in \mathbb{N}$ platí: $\bullet s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). $\bullet s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

- $\bullet (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 0 + 0 + 0 + \dots = 0.$
- $\bullet 1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots = 1 + 0 + 0 + \dots = 1.$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in \mathbb{N}$ platí: $\bullet s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). $\bullet s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

$\bullet (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 0 + 0 + 0 + \dots = 0.$ [Nový rad má súčet 0.]

$\bullet 1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots = 1 + 0 + 0 + \dots = 1.$ [Nový rad má súčet 1.]

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in \mathbb{N}$ platí: $\bullet s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). $\bullet s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

$\bullet (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 0 + 0 + 0 + \dots = 0.$

[Nový rad má súčet 0.]

$\bullet 1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots = 1 + 0 + 0 + \dots = 1.$

[Nový rad má súčet 1.]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - 1 + 1\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} + 0\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \frac{\pi^2}{6}$ (konverguje).

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in \mathbb{N}$ platí: $\bullet s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). $\bullet s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

$\bullet (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 0 + 0 + 0 + \dots = 0.$

[Nový rad má súčet 0.]

$\bullet 1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots = 1 + 0 + 0 + \dots = 1.$

[Nový rad má súčet 1.]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - 1 + 1\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} + 0\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \frac{\pi^2}{6}$ (konverguje).

Rad konverguje (má konečný súčet).

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in \mathbb{N}$ platí: $\bullet s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). $\bullet s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

$\bullet (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 0 + 0 + 0 + \dots = 0.$

[Nový rad má súčet 0.]

$\bullet 1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots = 1 + 0 + 0 + \dots = 1.$

[Nový rad má súčet 1.]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - 1 + 1\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} + 0\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \frac{\pi^2}{6}$ (konverguje).

Rad konverguje (má konečný súčet).

Vynecháme zátvorky.



Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in \mathbb{N}$ platí: • $s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). • $s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

• $(1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 0 + 0 + 0 + \dots = 0.$ [Nový rad má súčet 0.]

• $1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots = 1 + 0 + 0 + \dots = 1.$ [Nový rad má súčet 1.]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} - 1 + 1\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n^2} + 0\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \frac{\pi^2}{6}$ (konverguje).

Rad konverguje (má konečný súčet).

Vynecháme zátvorky.

• $1 - 1 + 1 + \frac{1}{2^2} - 1 + 1 + \dots + \frac{1}{n^2} - 1 + 1 + \dots$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in \mathbb{N}$ platí:  $s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). $s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

- $(1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 0 + 0 + 0 + \dots = 0.$

[Nový rad má súčet 0.]

- $1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots = 1 + 0 + 0 + \dots = 1.$

[Nový rad má súčet 1.]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{n^2} - 1 + 1) = \sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{n^2} + 0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \frac{\pi^2}{6}$ (konverguje).

Rad konverguje (má konečný súčet).

Vynecháme zátvorky.

- $1 - 1 + 1 + \frac{1}{2^2} - 1 + 1 + \dots + \frac{1}{n^2} - 1 + 1 + \dots$

Nový rad osciluje, pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. 

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in \mathbb{N}$ platí: $\bullet s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). $\bullet s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

$\bullet (1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 0 + 0 + 0 + \dots = 0.$ [Nový rad má súčet 0.]

$\bullet 1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots = 1 + 0 + 0 + \dots = 1.$ [Nový rad má súčet 1.]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{n^2} - 1 + 1) = \sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{n^2} + 0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \frac{\pi^2}{6}$ (konverguje).

Rad konverguje (má konečný súčet).

Vynecháme zátvorky.

$\bullet 1 - 1 + 1 + \frac{1}{2^2} - 1 + 1 + \dots + \frac{1}{n^2} - 1 + 1 + \dots$

Nový rad osciluje, pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in \mathbb{N}$ platí: $\bullet s_{3k} = s_{3k+1} = \frac{\pi^2}{6}$. $\bullet s_{3k+2} = \frac{\pi^2}{6} - 1.$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in \mathbb{N}$ platí: • $s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). • $s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

• $(1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 0 + 0 + 0 + \dots = 0.$ [Nový rad má súčet 0.]

• $1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots = 1 + 0 + 0 + \dots = 1.$ [Nový rad má súčet 1.]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{n^2} - 1 + 1) = \sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{n^2} + 0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \frac{\pi^2}{6}$ (konverguje).

Rad konverguje (má konečný súčet).

Vynecháme zátvorky.

• $1 - 1 + 1 + \frac{1}{2^2} - 1 + 1 + \dots + \frac{1}{n^2} - 1 + 1 + \dots$ diverguje (osciluje). [Nový rad súčet nemá.]

Nový rad osciluje, pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in \mathbb{N}$ platí: • $s_{3k} = s_{3k+1} = \frac{\pi^2}{6}$. • $s_{3k+2} = \frac{\pi^2}{6} - 1.$

Alternujúce rady – Prerovnanie radu a asociatívny zákon

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots$ diverguje (osciluje).

Rad osciluje (nemá súčet), pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in \mathbb{N}$ platí: • $s_{2k-1} = 1$ (n nepárne). • $s_{2k} = 0$ (n párne).

Pridáme zátvorky.

• $(1 - 1) + (1 - 1) + (1 - 1) + \dots = 0 + 0 + 0 + \dots = 0.$ [Nový rad má súčet 0.]

• $1 + (-1 + 1) + (-1 + 1) + \dots = 1 + 0 + 0 + \dots = 1.$ [Nový rad má súčet 1.]

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{n^2} - 1 + 1) = \sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{n^2} + 0) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \longrightarrow \frac{\pi^2}{6}$ (konverguje).

Rad konverguje (má konečný súčet).

Vynecháme zátvorky.

• $1 - 1 + 1 + \frac{1}{2^2} - 1 + 1 + \dots + \frac{1}{n^2} - 1 + 1 + \dots$ diverguje (osciluje). [Nový rad súčet nemá.]

Nový rad osciluje, pretože osciluje $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. Pre $k \in \mathbb{N}$ platí: • $s_{3k} = s_{3k+1} = \frac{\pi^2}{6}$. • $s_{3k+2} = \frac{\pi^2}{6} - 1.$

- Pri nekonečných radoch **neplatí** asociatívny zákon.

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} (\text{konverguje absolútne}).$



Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} (\text{konverguje absolútne}).$

$\Rightarrow \bullet$ Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$.

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje.]

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} (\text{konverguje absolútne}).$

$\Rightarrow \bullet$ Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$. $\Rightarrow \bullet$ Každé prerovnanie $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje.]

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} (\text{konverguje absolútne}).$

$\Rightarrow \bullet$ Rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$. $\Rightarrow \bullet$ Každé prerovnanie $\sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s$.

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje.]

Každé prerovnanie absolútne konvergentného radu má rovnaký súčet $s \in \mathbb{R}$ (ako rad).]

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} (\text{konverguje absolútne}).$$

$$\Rightarrow \bullet \text{ Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s, \text{ kde } s \in \mathbb{R}. \Rightarrow \bullet \text{ Každé prerovnanie } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s.$$

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje.

Každé prerovnanie absolútne konvergentného radu má rovnaký súčet $s \in \mathbb{R}$ (ako rad).]

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R} (\text{konverguje relatívne}), s \in \mathbb{R}^* \text{ je ľubovoľné.}$$



Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} \text{ (konverguje absolútne).}$$

$$\Rightarrow \bullet \text{ Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s, \text{ kde } s \in \mathbb{R}. \Rightarrow \bullet \text{ Každé prerovnanie } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s.$$

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje.]

Každé prerovnanie absolútne konvergentného radu má rovnaký súčet $s \in \mathbb{R}$ (ako rad).]

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R} \text{ (konverguje relatívne), } s \in \mathbb{R}^* \text{ je ľubovoľné.}$$

$$\Rightarrow \bullet \text{ Existuje prerovnanie } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s.$$

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} \text{ (konverguje absolútne).}$$

$$\Rightarrow \bullet \text{ Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s, \text{ kde } s \in \mathbb{R}. \Rightarrow \bullet \text{ Každé prerovnanie } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s.$$

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje.]

Každé prerovnanie absolútne konvergentného radu má rovnaký súčet $s \in \mathbb{R}$ (ako rad).]

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R} \text{ (konverguje relatívne), } s \in \mathbb{R}^* \text{ je ľubovoľné.}$$

$$\Rightarrow \bullet \text{ Existuje prerovnanie } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s.$$

[Relatívne konvergentný rad môžeme prerovnať k danému súčtu $s \in \mathbb{R}^*$ (konečnému i nekonečnému).]

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} (\text{konverguje absolútne}).$$

$$\Rightarrow \bullet \text{ Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s, \text{ kde } s \in R. \Rightarrow \bullet \text{ Každé prerovnanie } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s.$$

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje.]

Každé prerovnanie absolútne konvergentného radu má rovnaký súčet $s \in R$ (ako rad).]

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R} (\text{konverguje relatívne}), s \in R^* \text{ je ľubovoľné.}$$

[Princíp konštrukcie je uvedený v riešených príkladoch I, II.]

$$\Rightarrow \bullet \text{ Existuje prerovnanie } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s.$$

[Relatívne konvergentný rad môžeme prerovnať k danému súčtu $s \in R^*$ (konečnému i nekonečnému).]

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} \text{ (konverguje absolútne).}$$

$$\Rightarrow \bullet \text{ Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s, \text{ kde } s \in R. \Rightarrow \bullet \text{ Každé prerovnanie } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s.$$

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje.]

Každé prerovnanie absolútne konvergentného radu má rovnaký súčet $s \in R$ (ako rad).]

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R} \text{ (konverguje relatívne), } s \in R^* \text{ je ľubovoľné.}$$

[Princíp konštrukcie je uvedený v riešených príkladoch I, II.]

$$\Rightarrow \bullet \text{ Existuje prerovnanie } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s.$$

[Relatívne konvergentný rad môžeme prerovnať k danému súčtu $s \in R^*$ (konečnému i nekonečnému).]

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ je taký, že pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } a_n \geq 0 \text{ (iba nezáporné členy), resp. } a_n \leq 0 \text{ (iba nekladné členy).}$$

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} \text{ (konverguje absolútne).}$$

$$\Rightarrow \bullet \text{ Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s, \text{ kde } s \in \mathbb{R}. \Rightarrow \bullet \text{ Každé prerovnanie } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s.$$

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje.]

Každé prerovnanie absolútne konvergentného radu má rovnaký súčet $s \in \mathbb{R}$ (ako rad).]

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R} \text{ (konverguje relatívne), } s \in \mathbb{R}^* \text{ je ľubovoľné.}$$

[Princíp konštrukcie je uvedený v riešených príkladoch I, II.]

$$\Rightarrow \bullet \text{ Existuje prerovnanie } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s.$$

[Relatívne konvergentný rad môžeme prerovnať k danému súčtu $s \in \mathbb{R}^*$ (konečnému i nekonečnému).]

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ je taký, že pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } a_n \geq 0 \text{ (iba nezáporné členy), resp. } a_n \leq 0 \text{ (iba nekladné členy).}$$

$$\Rightarrow \bullet \text{ Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s, \text{ kde } s \in \mathbb{R}^*.$$

[Súčet radu sa iba zväčšuje alebo iba zmenšuje, t. j. rad konverguje alebo diverguje do $\pm\infty$.]

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} \text{ (konverguje absolútne).}$$

$$\Rightarrow \bullet \text{ Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s, \text{ kde } s \in \mathbb{R}. \Rightarrow \bullet \text{ Každé prerovnanie } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s.$$

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje.]

Každé prerovnanie absolútne konvergentného radu má rovnaký súčet $s \in \mathbb{R}$ (ako rad).]

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R} \text{ (konverguje relatívne), } s \in \mathbb{R}^* \text{ je ľubovoľné.}$$

[Princíp konštrukcie je uvedený v riešených príkladoch I, II.]

$$\Rightarrow \bullet \text{ Existuje prerovnanie } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s.$$

[Relatívne konvergentný rad môžeme prerovnať k danému súčtu $s \in \mathbb{R}^*$ (konečnému i nekonečnému).]

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ je taký, že pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } a_n \geq 0 \text{ (iba nezáporné členy), resp. } a_n \leq 0 \text{ (iba nekladné členy).}$$

$$\Rightarrow \bullet \text{ Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s, \text{ kde } s \in \mathbb{R}^*.$$

[Súčet radu sa iba zväčšuje alebo iba zmenšuje, t. j. rad konverguje alebo diverguje do $\pm\infty$.]

$\Rightarrow$ Konvergencia radu s iba nezápornými, resp. nekladnými členmi predstavuje súčasne absolútnu konvergenciu.]

Alternujúce rady – Pravidlá pre prerovnanie radov

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} \text{ (konverguje absolútne).}$$

$$\Rightarrow \bullet \text{ Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s, \text{ kde } s \in \mathbb{R}. \Rightarrow \bullet \text{ Každé prerovnanie } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s.$$

[Ak rad konverguje absolútne, potom konverguje.]

Každé prerovnanie absolútne konvergentného radu má rovnaký súčet $s \in \mathbb{R}$ (ako rad).]

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{R} \text{ (konverguje relatívne), } s \in \mathbb{R}^* \text{ je ľubovoľné.}$$

[Princíp konštrukcie je uvedený v riešených príkladoch I, II.]

$$\Rightarrow \bullet \text{ Existuje prerovnanie } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s.$$

[Relatívne konvergentný rad môžeme prerovnať k danému súčtu $s \in \mathbb{R}^*$ (konečnému i nekonečnému).]

$$\text{Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ je taký, že pre všetky } n \in \mathbb{N} \text{ platí } a_n \geq 0 \text{ (iba nezáporné členy), resp. } a_n \leq 0 \text{ (iba nekladné členy).}$$

$$\Rightarrow \bullet \text{ Rad } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s, \text{ kde } s \in \mathbb{R}^*. \Rightarrow \bullet \text{ Každé prerovnanie } \sum_{n=1}^{\infty} a_{k_n} \longrightarrow s.$$

[Súčet radu sa iba zväčšuje alebo iba zmenšuje, t. j. rad konverguje alebo diverguje do $\pm\infty$.]

$\Rightarrow$ Konvergencia radu s iba nezápornými, resp. nekladnými členmi predstavuje súčasne absolútnu konvergenciu.]

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajzte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.



Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajzte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$



Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$



Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$



Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajzte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
 - $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
 - $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.
-
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
 - **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.



Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.
- Z postupnosti P vyberieme od začiatku toľko členov, aby ich súčet $s^* > s$.

1

$$s^* = 1 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.
- Z postupnosti P vyberieme od začiatku toľko členov, aby ich súčet $s^* > s$.

$$1 + \frac{1}{3}$$

$$1,25 < s^* \approx 1,333$$



Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajzte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.
- Z postupnosti P vyberieme od začiatku toľko členov, aby ich súčet $s^* > s$.
- K nim pridáme od začiatku toľko členov z postupnosti Z , aby ich spoločný súčet $s^* < s$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2}$$

$$s^* \approx 0,833 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.
- Z postupnosti P vyberieme od začiatku toľko členov, aby ich súčet $s^* > s$.
- K nim pridáme od začiatku toľko členov z postupnosti Z , aby ich spoločný súčet $s^* < s$.
- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5}$$

$$s^* \approx 1,033 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.
- Z postupnosti P vyberieme od začiatku toľko členov, aby ich súčet $s^* > s$.
- K nim pridáme od začiatku toľko členov z postupnosti Z , aby ich spoločný súčet $s^* < s$.
- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7}$$

$$s^* \approx 1,176 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.
- Z postupnosti P vyberieme od začiatku toľko členov, aby ich súčet $s^* > s$.
- K nim pridáme od začiatku toľko členov z postupnosti Z , aby ich spoločný súčet $s^* < s$.
- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9}$$

$$1,25 < s^* \approx 1,287$$



Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajzte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.
- Z postupnosti P vyberieme od začiatku toľko členov, aby ich súčet $s^* > s$.
- K nim pridáme od začiatku toľko členov z postupnosti Z , aby ich spoločný súčet $s^* < s$.
- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.
- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* < s$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4}$$

$$s^* \approx 1,037 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.
- Z postupnosti P vyberieme od začiatku toľko členov, aby ich súčet $s^* > s$.
- K nim pridáme od začiatku toľko členov z postupnosti Z , aby ich spoločný súčet $s^* < s$.
- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.
- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* < s$.
- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4}$$

$$s^* \approx 1,037 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

$$\bullet \text{Kladné (nepárne) členy: } P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$$

$$\bullet \text{Záporné (párne) členy: } Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$$

•

•

• K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

•

• Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11}$$

$$s^* \approx 1,128 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

$$\bullet \text{Kladné (nepárne) členy: } P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$$

$$\bullet \text{Záporné (párne) členy: } Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$$

•

•

• K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

•

• Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13}$$

$$s^* \approx 1,205 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

• **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.

• **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

•

•

• K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

•

• Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15}$$

$$1,25 < s^* \approx 1,272$$



Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.
-
-
-
- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* < s$.
- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6}$$

$$s^* \approx 1,105 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

• **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.

• **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

•
•

• K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

•

• Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17}$$

$$s^* \approx 1,164 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

$$\bullet \text{Kladné (nepárne) členy: } P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$$

$$\bullet \text{Záporné (párne) členy: } Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$$

-
-

• K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

-

• Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19}$$

$$s^* \approx 1,217 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

• **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.

• **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

•

•

• K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

•

• Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21}$$

$$1,25 < s^* \approx 1,264$$



Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

$$\bullet \text{Kladné (nepárne) členy: } P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$$

$$\bullet \text{Záporné (párne) členy: } Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$$

•

•

•

• K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* < s$.

• Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8}$$

$$s^* \approx 1,139 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

• **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$

• **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

-
-

• K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

-

• Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23}$$

$$s^* \approx 1,183 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

• **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.

• **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

-
-

• K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

-

• Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25}$$

$$s^* \approx 1,223 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

• **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.

• **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

•

•

• K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

•

• Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27}$$

$$1,25 < s^* \approx 1,260$$



Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

$$\bullet \text{Kladné (nepárne) členy: } P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$$

$$\bullet \text{Záporné (párne) členy: } Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$$

•

•

•

• K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* < s$.

• Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} - \frac{1}{10}$$

$$s^* \approx 1,160 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

• **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$

• **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

•

•

• K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

•

• Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} \\ - \frac{1}{10} + \frac{1}{29}$$

$$s^* \approx 1,194 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

$$\bullet \text{Kladné (nepárne) členy: } P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$$

$$\bullet \text{Záporné (párne) členy: } Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$$

-
-

• K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

-

• Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} \\ - \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31}$$

$$s^* \approx 1,226 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

• **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$

• **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

•

•

• K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

•

• Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} \\ - \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33}$$

$$1,25 < s^* \approx 1,257$$



Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

$$\bullet \text{Kladné (nepárne) členy: } P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$$

$$\bullet \text{Záporné (párne) členy: } Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$$

•

•

•

• K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* < s$.

• Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} \\ - \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{12}$$

$$s^* \approx 1,173 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

$$\bullet \text{Kladné (nepárne) členy: } P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$$

$$\bullet \text{Záporné (párne) členy: } Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$$

-
-
- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.
-
- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} \\ - \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{12} + \frac{1}{35}$$

$$s^* \approx 1,202 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

• **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$

• **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

•

•

• K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

•

• Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} \\ - \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{12} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37}$$

$$s^* \approx 1,229 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

• **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.

• **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

-
-
- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.
-
- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} \\ - \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{12} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39}$$

$$1,25 < s^* \approx 1,255$$



Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

$$\bullet \text{Kladné (nepárne) členy: } P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$$

$$\bullet \text{Záporné (párne) členy: } Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$$

-
-
-
- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* < s$.
- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} \\ - \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{12} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} - \frac{1}{14}$$

$$s^* \approx 1,183 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

$$\bullet \text{Kladné (nepárne) členy: } P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$$

$$\bullet \text{Záporné (párne) členy: } Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$$

-
-
- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.
-
- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} \\ - \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{12} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} - \frac{1}{14} + \frac{1}{41}$$

$$s^* \approx 1,208 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

$$\bullet \text{Kladné (nepárne) členy: } P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$$

$$\bullet \text{Záporné (párne) členy: } Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$$

-
-
- K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.
-
- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} \\ - \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{12} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} - \frac{1}{14} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43}$$

$$s^* \approx 1,231 < 1,25$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

• **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$

• **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

-
-

• K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.

-

• Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} \\ - \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{12} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} - \frac{1}{14} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43} + \frac{1}{45}$$

$$1,25 < s^* \approx 1,253$$



Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

$$\bullet \text{Kladné (nepárne) členy: } P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$$

$$\bullet \text{Záporné (párne) členy: } Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$$

•

•

•

• K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* < s$.

• Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} \\ - \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{12} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} - \frac{1}{14} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43} + \frac{1}{45} - \dots$$

$$s^* \approx 1,253$$



Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

$$\bullet \text{Kladné (nepárne) členy: } P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$$

$$\bullet \text{Záporné (párne) členy: } Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$$

•

•

•

• K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* < s$.

• Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} \\ - \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{12} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} - \frac{1}{14} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43} + \frac{1}{45} - \dots$$

$$s^* \approx 1,253$$



Riešené príklady – Prerovnanie radu ku konečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby konvergoval k číslu $s = \frac{5}{4} = 1,25$.

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

• **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.

• **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

- Z postupnosti P vyberieme od začiatku toľko členov, aby ich súčet $s^* > s$.
 - K nim pridáme od začiatku toľko členov z postupnosti Z , aby ich spoločný súčet $s^* < s$.
 - K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* > s$.
 - K doteraz vybraným členom pridáme toľko nevybraných členov zo Z (od začiatku), aby ich spoločný súčet $s^* < s$.
- Posledné dva kroky opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \frac{5}{4}$.

$$1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} + \frac{1}{21} - \frac{1}{8} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} \\ - \frac{1}{10} + \frac{1}{29} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} - \frac{1}{12} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} - \frac{1}{14} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43} + \frac{1}{45} - \dots$$

$$s^* \approx 1,253$$



[V praxi pokračujeme po požadovanú presnosť.]

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .



Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$



Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$



Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$



Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
 - $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
 - $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
-
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
 - **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$



Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajte rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$
- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , **napríklad $\Delta s = 0,1$.**



Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajate rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$
- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.
- Vyberieme prvý člen zo Z , k nemu pridáme od začiatku toľko členov z P , aby ich spoločný súčet $s^* > \Delta s$.

$$-\frac{1}{2} + 1$$

$$0,100 < s^* = 0,500 \quad 0,600 \stackrel{?}{=} 0,500 + 0,1$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.
- Vyberieme prvý člen zo Z , k nemu pridáme od začiatku toľko členov z P , aby ich spoločný súčet $s^* > \Delta s$.
- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3}$$

$$s^* \approx 0,583 < 0,600$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.
- Vyberieme prvý člen zo Z , k nemu pridáme od začiatku toľko členov z P , aby ich spoločný súčet $s^* > \Delta s$.
- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$$

$$0,600 < s^* \approx 0,783 \quad 0,883 \stackrel{?}{=} 0,783 + 0,1$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.
-
- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.
- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7}$$

$$s^* \approx 0,760 < 0,883$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.
-
- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.
- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9}$$

$$s^* \approx 0,871 < 0,883$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.
-
- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.
- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11}$$

$$0,883 < s^* \approx 0,962 \quad 1,062 = 0,962 + 0,1$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13}$$

$$s^* \approx 0,913 < 1,062$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.
-
- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.
- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \longrightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15}$$

$$s^* \approx 0,980 < 1,062$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2$.
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty$.
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty$.
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.
-
- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.
- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17}$$

$$s^* \approx 1,039 < 1,062$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19}$$

$$1,062 < s^* \approx 1,092 \quad 1,192 \stackrel{?}{=} 1,092 + 0,1$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajate rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} - \frac{1}{10} + \frac{1}{21}$$

$$s^* \approx 1,039 < 1,192$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$-\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\ - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23}$$

$$s^* \approx 1,083 < 1,192$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajate rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\
 & \quad - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25}
 \end{aligned}$$

$$s^* \approx 1,123 < 1,192$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\
 & \quad - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27}
 \end{aligned}$$

$$s^* \approx 1,160 < 1,192$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\ & \quad - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} \end{aligned}$$

$$1,192 < s^* \approx 1,194 \quad 1,294 \stackrel{?}{=} 1,194 + 0,1$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\
 & \quad - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31}
 \end{aligned}$$

$$s^* \approx 1,143 < 1,294$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\
 & \quad - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33}
 \end{aligned}$$

$$s^* \approx 1,173 < 1,294$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\
 & \quad - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35}
 \end{aligned}$$

$$s^* \approx 1,202 < 1,294$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\
 & - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37}
 \end{aligned}$$

$$s^* \approx 1,229 < 1,294$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\
 & \quad - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39}
 \end{aligned}$$

$$s^* \approx 1,255 < 1,294$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\
 & - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41}
 \end{aligned}$$

$$s^* \approx 1,279 < 1,294$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\
 & - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43}
 \end{aligned}$$

$$1,294 < s^* \approx 1,302 \quad 1,402 \stackrel{?}{=} 1,302 + 0,1$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\ & \quad - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43} \\ & \quad - \frac{1}{14} + \frac{1}{45} \end{aligned}$$

$$s^* \approx 1,253 < 1,402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\ & \quad - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43} \\ & \quad - \frac{1}{14} + \frac{1}{45} + \frac{1}{47} \end{aligned}$$

$$s^* \approx 1,274 < 1,402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\ & \quad - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43} \\ & \quad - \frac{1}{14} + \frac{1}{45} + \frac{1}{47} + \frac{1}{49} \end{aligned}$$

$$s^* \approx 1,295 < 1,402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\ & \quad - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43} \\ & \quad - \frac{1}{14} + \frac{1}{45} + \frac{1}{47} + \frac{1}{49} + \frac{1}{51} \end{aligned}$$

$$s^* \approx 1,314 < 1,402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\ & \quad - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43} \\ & \quad - \frac{1}{14} + \frac{1}{45} + \frac{1}{47} + \frac{1}{49} + \frac{1}{51} + \frac{1}{53} \end{aligned}$$

$$s^* \approx 1,333 < 1,402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\ & \quad - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43} \\ & \quad - \frac{1}{14} + \frac{1}{45} + \frac{1}{47} + \frac{1}{49} + \frac{1}{51} + \frac{1}{53} + \frac{1}{55} \end{aligned}$$

$$s^* \approx 1,352 < 1,402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\
 & \quad - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43} \\
 & \quad - \frac{1}{14} + \frac{1}{45} + \frac{1}{47} + \frac{1}{49} + \frac{1}{51} + \frac{1}{53} + \frac{1}{55} + \frac{1}{57}
 \end{aligned}$$

$$s^* \approx 1,369 < 1,402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\
 & \quad - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43} \\
 & \quad - \frac{1}{14} + \frac{1}{45} + \frac{1}{47} + \frac{1}{49} + \frac{1}{51} + \frac{1}{53} + \frac{1}{55} + \frac{1}{57} + \frac{1}{59}
 \end{aligned}$$

$$s^* \approx 1,386 < 1,402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajete rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.

•

- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\ & \quad - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43} \\ & \quad \quad - \frac{1}{14} + \frac{1}{45} + \frac{1}{47} + \frac{1}{49} + \frac{1}{51} + \frac{1}{53} + \frac{1}{55} + \frac{1}{57} + \frac{1}{59} + \frac{1}{61} \end{aligned}$$

$$1,402 \leq s^* \approx 1,402 \quad 1,502 \stackrel{?}{=} 1,402 + 0,1$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$
- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.
- Vyberieme prvý člen zo Z , k nemu pridáme od začiatku toľko členov z P , aby ich spoločný súčet $s^* > \Delta s$.
- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.
- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\
 & \quad - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43} \\
 & \quad - \frac{1}{14} + \frac{1}{45} + \frac{1}{47} + \frac{1}{49} + \frac{1}{51} + \frac{1}{53} + \frac{1}{55} + \frac{1}{57} + \frac{1}{59} + \frac{1}{61} - \dots
 \end{aligned}$$

$$1,402 \leq s^* \approx 1,402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2. \quad \bullet s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty. \quad \bullet s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$$

- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}$.
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}$.

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.
- Vyberieme prvý člen zo Z , k nemu pridáme od začiatku toľko členov z P , aby ich spoločný súčet $s^* > \Delta s$.
- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.
- Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\ & \quad - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43} \\ & \quad - \frac{1}{14} + \frac{1}{45} + \frac{1}{47} + \frac{1}{49} + \frac{1}{51} + \frac{1}{53} + \frac{1}{55} + \frac{1}{57} + \frac{1}{59} + \frac{1}{61} - \dots \end{aligned}$$

$$1,402 \leq s^* \approx 1,402$$

Riešené príklady – Prerovnanie radu k nekonečnému súčtu

Prerovnajme rad $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, aby divergoval do ∞ .

- $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} a_n \xrightarrow{R} \ln 2.$
- $s^+ = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k-1} = \infty.$
- $s^- = \sum_{k=1}^{\infty} a_{2k} = \infty.$
- **Kladné (nepárne)** členy: $P = \{a_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty} = \{1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \frac{1}{11}, \frac{1}{13}, \frac{1}{15}, \frac{1}{17}, \dots, \frac{1}{2k-1}, \dots\}.$
- **Záporné (párne)** členy: $Z = \{-a_{2k}\}_{k=1}^{\infty} = \{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{6}, -\frac{1}{8}, -\frac{1}{10}, -\frac{1}{12}, \dots, -\frac{1}{2k}, \dots\}.$

- Zvolíme si krok $\Delta s > 0$, o ktorý budeme zväčšovať súčet vybraných členov s^* , napríklad $\Delta s = 0,1$.
- Vyberieme prvý člen zo Z , k nemu pridáme od začiatku toľko členov z P , aby ich spoločný súčet $s^* > \Delta s$.
- Vyberieme prvý nevybraný člen zo Z , k nemu pridáme toľko nevybraných členov z P (od začiatku), aby sa ich spoločný súčet s^* zväčšil aspoň o hodnotu Δs oproti predchádzajúcemu súčtu.

Posledný krok opakujeme do nekonečna a súčet prerovnania $s^* \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{8} + \frac{1}{13} + \frac{1}{15} + \frac{1}{17} + \frac{1}{19} \\
 & \quad - \frac{1}{10} + \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} - \frac{1}{12} + \frac{1}{31} + \frac{1}{33} + \frac{1}{35} + \frac{1}{37} + \frac{1}{39} + \frac{1}{41} + \frac{1}{43} \\
 & \quad - \frac{1}{14} + \frac{1}{45} + \frac{1}{47} + \frac{1}{49} + \frac{1}{51} + \frac{1}{53} + \frac{1}{55} + \frac{1}{57} + \frac{1}{59} + \frac{1}{61} - \dots
 \end{aligned}$$

$$s^* \approx 1,402$$

[V praxi pokračujeme po požadovanú presnosť.]

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.



Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k - 1$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k}$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k - 1$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1}$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k - 1$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k - 1$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1}$.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \cdots \end{aligned}$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k - 1$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1}$.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \cdots \end{aligned}$$

Rad je prerovnaním geometrického radu

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k - 1$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1}$.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \cdots \end{aligned}$$

Rad je prerovnaním geometrického radu

- $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \cdots$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k - 1$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1}$.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \cdots \end{aligned}$$

Rad je prerovnaním geometrického radu

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n &= \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \cdots \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n \end{aligned}$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k - 1$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1}$.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \cdots \end{aligned}$$

Rad je prerovnaním geometrického radu

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n &= \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \cdots \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k - 1$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1}$.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \cdots \end{aligned}$$

Rad je prerovnaním geometrického radu

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n &= \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \cdots \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}. \end{aligned}$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k - 1$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1}$.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \cdots \end{aligned}$$

Rad je prerovnaním geometrického radu

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n &= \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \cdots \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}. \end{aligned}$$

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k - 1$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1}$.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \dots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \dots \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \dots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \dots \end{aligned}$$

Rad je prerovnaním geometrického radu

- $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \dots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \dots$
 $= \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}.$
- $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n| = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k - 1$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1}$.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \cdots \end{aligned}$$

Rad je prerovnaním geometrického radu

- $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \cdots$
 $= \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}.$
- $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n| = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2-1}$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k - 1$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1}$.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \cdots \end{aligned}$$

Rad je prerovnaním geometrického radu

- $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \cdots$
 $= \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}.$
- $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n| = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2-1} = 1.$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k - 1$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1}$.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \cdots \end{aligned}$$

Rad je prerovnaním geometrického radu, ktorý konverguje absolútne.

- $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \cdots$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}.$$
- $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n| = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2-1} = 1.$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n \xrightarrow{A} -\frac{1}{3}.$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, ak $a_n = \frac{1}{2^{n+1}}$ pre n nepárne, $a_n = -\frac{1}{2^{n-1}}$ pre n párne.

- Pre nepárne $n = 2k - 1$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k-1} = \frac{1}{2^{2k-1+1}} = \frac{1}{2^{2k}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k}$.
- Pre párne $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$ platí $a_{2k} = -\frac{1}{2^{2k-1}} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1}$.

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} a_n &= \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^6} - \frac{1}{2^5} + \cdots + \frac{1}{2^{2k}} - \frac{1}{2^{2k-1}} + \cdots \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \cdots \end{aligned}$$

Rad je prerovnaním geometrického radu, ktorý konverguje absolútne.

$$\begin{aligned} \bullet \sum_{n=1}^{\infty} b_n &= \left(-\frac{1}{2}\right)^1 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(-\frac{1}{2}\right)^4 + \cdots + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k-1} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{2k} + \cdots \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{1}{2}\right)^n = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\frac{3}{2}} = -\frac{1}{3}. \end{aligned}$$

$$\bullet \sum_{n=1}^{\infty} |b_n| = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2-1} = 1.$$

$$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} b_n \xrightarrow{A} -\frac{1}{3}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} b_n = -\frac{1}{3}.$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

• Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

• Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

• Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

• Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ platí

• $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n = \ln 2$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

• Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ platí

• $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n = \ln 2$. • $t_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ pre $n \in \mathbb{N}$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

• Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ platí

• $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n = \ln 2$. • $t_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ pre $n \in \mathbb{N}$.

• $s_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{(2n-1)2n}$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

• Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ platí

• $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n = \ln 2$. • $t_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ pre $n \in \mathbb{N}$.

$$\begin{aligned} \bullet S_n &= \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{(2n-1)2n} \\ &= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}\right) \end{aligned}$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

• Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ platí

• $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n = \ln 2$. • $t_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ pre $n \in \mathbb{N}$.

• $S_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{(2n-1)2n}$
 $= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} = t_{2n} > 0$ pre $n \in \mathbb{N}$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

• Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ platí

• $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n = \ln 2$. • $t_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ pre $n \in \mathbb{N}$.

• $s_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{(2n-1)2n}$
 $= (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + (\frac{1}{5} - \frac{1}{6}) + \dots + (\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}) = t_{2n} > 0$ pre $n \in \mathbb{N}$.

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je podpostupnosťou $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n}$.

• Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ platí

• $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n = \ln 2$. • $t_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ pre $n \in \mathbb{N}$.

• $s_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{(2n-1)2n}$
 $= (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + (\frac{1}{5} - \frac{1}{6}) + \dots + (\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}) = t_{2n} > 0$ pre $n \in \mathbb{N}$.

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je podpostupnosťou $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} t_n = \ln 2$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n} = \ln 2$.

• Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ platí

• $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n = \ln 2$. • $t_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ pre $n \in \mathbb{N}$.

• $s_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{(2n-1)2n}$
 $= (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + (\frac{1}{5} - \frac{1}{6}) + \dots + (\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}) = t_{2n} > 0$ pre $n \in \mathbb{N}$.

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je podpostupnosťou $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} t_n = \ln 2$.

$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \ln 2$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n} = \ln 2$.

• Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{2n-(2n-1)}{(2n-1)2n} = \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ anharmonického radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} = \ln 2$ platí

• $\lim_{n \rightarrow \infty} t_n = \ln 2$. • $t_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ pre $n \in \mathbb{N}$.

• $s_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{(2n-1)2n}$
 $= (1 - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{4}) + (\frac{1}{5} - \frac{1}{6}) + \dots + (\frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n}) = t_{2n} > 0$ pre $n \in \mathbb{N}$.

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je podpostupnosťou $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$. $\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} t_n = \ln 2$.

$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \ln 2$. $\Rightarrow$ • $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} \ln 2$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

• Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

• Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

• Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

• Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ platí: • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} t_n = 1$,

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ platí: • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} t_n = 1$,

- $t_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ pre $n \in \mathbb{N}$,

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ platí: • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} t_n = 1$,

- $t_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ pre $n \in \mathbb{N}$,
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je vybraná z $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$.

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ platí: • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} t_n = 1$,

- $t_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ pre $n \in \mathbb{N}$,
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je vybraná z $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$.

- $r = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \cdots = 1$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

• Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ platí: • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} t_n = 1$,

• $t_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ pre $n \in \mathbb{N}$, • $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je vybraná z $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$.

• $r = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \cdots = 1$

• $c = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \cdots = \ln 2$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

• Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ platí: • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} t_n = 1$,

• $t_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ pre $n \in \mathbb{N}$, • $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je vybraná z $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$.

• $r = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \cdots = 1$ 

• $c = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \cdots = \ln 2$ 

• $s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)} = \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \cdots = ?$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)}$

- Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ platí: • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} t_n = 1$,

- $t_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ pre $n \in \mathbb{N}$,
- $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je vybraná z $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$.

- $r = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \cdots = 1 \quad (\xrightarrow{A} 1)$

- $c = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \cdots = \ln 2 \quad (\xrightarrow{A} \ln 2)$

- $s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)} = \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \cdots = ? \quad (\xrightarrow{A} s)$

$$\Rightarrow r = c + s.$$

Riešené príklady

Určte súčet radu $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)} = 1 - \ln 2$.

• Pre všetky $n \in \mathbb{N}$ platí $a_n = \frac{1}{2n(2n+1)} > 0$.

$\Rightarrow$ • Postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rastúca a existuje súčet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s > 0$ ($s \in \mathbb{R}^*$).

Pre postupnosť čiastočných súčtov $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ radu $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ platí: • $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \lim_{n \rightarrow \infty} t_n = 1$,

• $t_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ pre $n \in \mathbb{N}$, • $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ je vybraná z $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$.

• $r = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \cdots = 1$ ($\xrightarrow{A} 1$)

• $c = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)2n} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{7 \cdot 8} + \cdots = \ln 2$ ($\xrightarrow{A} \ln 2$)

• $s = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n(2n+1)} = \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \cdots = ?$ ($\xrightarrow{A} s$)

$\Rightarrow r = c + s. \Rightarrow$ • $s = r - c = 1 - \ln 2$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}^*$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1}$, $n \in \mathbb{N}$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in N. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n,$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in N. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in \mathbb{N}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s_1.$$

$$\bullet s_1 = a_1.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in \mathbb{N}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s_1.$$

$$\bullet a_2 = s_2 - s_1.$$

$$\bullet s_1 = a_1.$$

$$\bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1).$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in \mathbb{N}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s_1. \quad \bullet a_2 = s_2 - s_1. \quad \bullet a_3 = s_3 - s_2.$$

$$\bullet s_1 = a_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2).$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in \mathbb{N}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s_1. \quad \bullet a_2 = s_2 - s_1. \quad \bullet a_3 = s_3 - s_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_1 = a_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2). \quad \bullet \dots$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in N. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s_1. \quad \bullet a_2 = s_2 - s_1. \quad \bullet a_3 = s_3 - s_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in N.$$

$$\bullet s_1 = a_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2). \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1}), n \in N.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in \mathbb{N}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s_1. \quad \bullet a_2 = s_2 - s_1. \quad \bullet a_3 = s_3 - s_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\bullet s_1 = a_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2). \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1}), n \in \mathbb{N}.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in \mathbb{N}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s_1. \quad \bullet a_2 = s_2 - s_1. \quad \bullet a_3 = s_3 - s_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\bullet s_1 = a_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2). \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1}), n \in \mathbb{N}.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in N. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s_1. \quad \bullet a_2 = s_2 - s_1. \quad \bullet a_3 = s_3 - s_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in N.$$

$$\bullet s_1 = a_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2). \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1}), n \in N.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in \mathbb{N}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s_1. \quad \bullet a_2 = s_2 - s_1. \quad \bullet a_3 = s_3 - s_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\bullet s_1 = a_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2). \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1}), n \in \mathbb{N}.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in \mathbb{N}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s_1. \quad \bullet a_2 = s_2 - s_1. \quad \bullet a_3 = s_3 - s_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\bullet s_1 = a_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2). \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1}), n \in \mathbb{N}.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in \mathbb{N}. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s_1. \quad \bullet a_2 = s_2 - s_1. \quad \bullet a_3 = s_3 - s_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\bullet s_1 = a_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2). \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1}), n \in \mathbb{N}.$$

$$\bullet \{s_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ nerastie. } \Rightarrow \bullet a_n = s_n - s_{n-1} \geq 0 \text{ pre } n \in \mathbb{N}.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in N. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s_1. \quad \bullet a_2 = s_2 - s_1. \quad \bullet a_3 = s_3 - s_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in N.$$

$$\bullet s_1 = a_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2). \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1}), n \in N.$$

$$\bullet \{s_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ nerastie. } \Rightarrow \bullet a_n = s_n - s_{n-1} \geq 0 \text{ pre } n \in N.$$

$$\bullet \{s_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ neklesá. } \Rightarrow \bullet a_n = s_n - s_{n-1} \leq 0, \text{ pre } n \in N.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Prvý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R^*$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť čiastočných súčtov $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ tak, aby $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow s$. Označme $s_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in N. \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s_1. \quad \bullet a_2 = s_2 - s_1. \quad \bullet a_3 = s_3 - s_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1}, n \in N.$$

$$\bullet s_1 = a_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + (s_2 - s_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2). \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1}), n \in N.$$

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \{s_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ nerastie. } \Rightarrow \bullet a_n = s_n - s_{n-1} \geq 0 \text{ pre } n \in N. \\ \bullet \{s_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ neklesá. } \Rightarrow \bullet a_n = s_n - s_{n-1} \leq 0, \text{ pre } n \in N. \end{array} \right\} \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} s \text{ pre } s \in R.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in \mathbb{N}$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in N$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in \mathbb{N}$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in \mathbb{N}$.

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in \mathbb{N}$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in \mathbb{N}$.

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s + b_n) = s + 0 = s,$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in \mathbb{N}$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in \mathbb{N}$.

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s + b_n) = s + 0 = s, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in \mathbb{N}$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in \mathbb{N}$.

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s + b_n) = s + 0 = s, \text{ t.j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

- $a_1 = s + b_1$.

- $s_1 = s + b_1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in \mathbb{N}$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in \mathbb{N}$.

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s + b_n) = s + 0 = s, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

- $a_1 = s + b_1$.

- $a_2 = b_2 - b_1$.

- $s_1 = s + b_1$.

- $s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1)$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in \mathbb{N}$. Označme $b_0 = 0$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}$, $n \in \mathbb{N}$.

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s + b_n) = s + 0 = s, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

- $a_1 = s + b_1$.

- $a_2 = b_2 - b_1$.

- $a_3 = b_3 - b_2$.

- $s_1 = s + b_1$.

- $s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1)$.

- $s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2)$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in \mathbb{N}$. Označme $b_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s + b_n) = s + 0 = s, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s + b_1. \quad \bullet a_2 = b_2 - b_1. \quad \bullet a_3 = b_3 - b_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_1 = s + b_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2). \quad \bullet \dots$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in \mathbb{N}$. Označme $b_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s + b_n) = s + 0 = s, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s + b_1. \quad \bullet a_2 = b_2 - b_1. \quad \bullet a_3 = b_3 - b_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet a_n = b_n - b_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\bullet s_1 = s + b_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2). \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1}), n \in \mathbb{N}.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in \mathbb{N}$. Označme $b_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s + b_n) = s + 0 = s, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s + b_1. \quad \bullet a_2 = b_2 - b_1. \quad \bullet a_3 = b_3 - b_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet a_n = b_n - b_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\bullet s_1 = s + b_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2). \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1}), n \in \mathbb{N}.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in \mathbb{N}$. Označme $b_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s + b_n) = s + 0 = s, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s + b_1. \quad \bullet a_2 = b_2 - b_1. \quad \bullet a_3 = b_3 - b_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet a_n = b_n - b_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\bullet s_1 = s + b_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2). \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1}), n \in \mathbb{N}.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in \mathbb{N}$. Označme $b_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s + b_n) = s + 0 = s, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s + b_1. \quad \bullet a_2 = b_2 - b_1. \quad \bullet a_3 = b_3 - b_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet a_n = b_n - b_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\bullet s_1 = s + b_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2). \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1}), n \in \mathbb{N}.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in \mathbb{N}$. Označme $b_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s + b_n) = s + 0 = s, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s + b_1. \quad \bullet a_2 = b_2 - b_1. \quad \bullet a_3 = b_3 - b_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet a_n = b_n - b_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\bullet s_1 = s + b_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2). \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1}), n \in \mathbb{N}.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in \mathbb{N}$. Označme $b_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s + b_n) = s + 0 = s, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s + b_1. \quad \bullet a_2 = b_2 - b_1. \quad \bullet a_3 = b_3 - b_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet a_n = b_n - b_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\bullet s_1 = s + b_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2). \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1}), n \in \mathbb{N}.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in \mathbb{N}$. Označme $b_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s + b_n) = s + 0 = s, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s + b_1. \quad \bullet a_2 = b_2 - b_1. \quad \bullet a_3 = b_3 - b_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet a_n = b_n - b_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\bullet s_1 = s + b_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2). \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1}), n \in \mathbb{N}.$$

$$\bullet \{b_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ nerastie. } \Rightarrow \bullet a_n = b_n - b_{n-1} \geq 0, n \in \mathbb{N}, n \geq 2.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in \mathbb{R}$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in \mathbb{N}$. Označme $b_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s + b_n) = s + 0 = s, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s + b_1. \quad \bullet a_2 = b_2 - b_1. \quad \bullet a_3 = b_3 - b_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet a_n = b_n - b_{n-1}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\bullet s_1 = s + b_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2). \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1}), n \in \mathbb{N}.$$

$$\bullet \left\{ \begin{array}{l} \{b_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ nerastie.} \Rightarrow \bullet a_n = b_n - b_{n-1} \geq 0, n \in \mathbb{N}, n \geq 2. \\ \{b_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ neklesá.} \Rightarrow \bullet a_n = b_n - b_{n-1} \leq 0, n \in \mathbb{N}, n \geq 2. \end{array} \right\}$$

$$\bullet \left\{ \begin{array}{l} \{b_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ nerastie.} \Rightarrow \bullet a_n = b_n - b_{n-1} \geq 0, n \in \mathbb{N}, n \geq 2. \\ \{b_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ neklesá.} \Rightarrow \bullet a_n = b_n - b_{n-1} \leq 0, n \in \mathbb{N}, n \geq 2. \end{array} \right\}$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Druhý spôsob

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s \in R$.

Zvoľme (ľubovoľne) postupnosť $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$. Položme $s_n = s + b_n$, $n \in N$. Označme $b_0 = 0$.

$$\bullet a_n = s_n - s_{n-1} = (s + b_n) - (s + b_{n-1}) = b_n - b_{n-1}, n \in N.$$

$$\Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (s + b_n) = s + 0 = s, \text{ t. j. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s.$$

$$\bullet a_1 = s + b_1. \quad \bullet a_2 = b_2 - b_1. \quad \bullet a_3 = b_3 - b_2. \quad \bullet \dots$$

$$\bullet a_n = b_n - b_{n-1}, n \in N.$$

$$\bullet s_1 = s + b_1. \quad \bullet s_2 = a_1 + a_2 = s + b_1 + (b_2 - b_1).$$

$$\bullet s_3 = a_1 + a_2 + a_3 = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2). \quad \bullet \dots$$

$$\bullet s_n = a_1 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1}), n \in N.$$

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \{b_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ nerastie. } \Rightarrow \bullet a_n = b_n - b_{n-1} \geq 0, n \in N, n \geq 2. \\ \bullet \{b_n\}_{n=1}^{\infty} \text{ neklesá. } \Rightarrow \bullet a_n = b_n - b_{n-1} \leq 0, n \in N, n \geq 2. \end{array} \right\} \Rightarrow \bullet \sum_{n=1}^{\infty} a_n \xrightarrow{A} s \text{ pre } s \in R.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2}$

- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2}$

- $a_n = s_n - s_{n-1}$

- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2 - (n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2 - (n^2 - 1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2 - (n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2 - (n^2 - 1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2 - (n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2 - (n^2 - 1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2 - (n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2 - (n^2 - 1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2 - (n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2 - (n^2 - 1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2 - (n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2 - (n^2 - 1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right) = \frac{n}{n+1}, n \in \mathbb{N}$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2 - (n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2 - (n^2 - 1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}, n \in N$.
- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right) = \frac{n}{n+1}, n \in N$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2 - (n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2 - (n^2 - 1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right) = \frac{n}{n+1}, n \in \mathbb{N}$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1$,

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2 - (n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2 - (n^2 - 1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right) = \frac{n}{n+1}, n \in \mathbb{N}$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1, a_n = \frac{1}{n(n+1)} > 0$ pre $n \in \mathbb{N}$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2 - (n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2 - (n^2 - 1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right) = \frac{n}{n+1}, n \in \mathbb{N}$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1, a_n = \frac{1}{n(n+1)} > 0$ pre $n \in \mathbb{N} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \xrightarrow{A} 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2 - (n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2 - (n^2 - 1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right) = \frac{n}{n+1}, n \in \mathbb{N}$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1, a_n = \frac{1}{n(n+1)} > 0$ pre $n \in \mathbb{N} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \xrightarrow{A} 1$.
- $1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = 1.$$

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 \cdot 2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n} = \frac{n^2 - (n+1)(n-1)}{(n+1)n} = \frac{n^2 - (n^2 - 1)}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = a_1 = \frac{1}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{n-1}{n} - \frac{n-2}{n-1}\right) + \left(\frac{n}{n+1} - \frac{n-1}{n}\right) = \frac{n}{n+1}, n \in \mathbb{N}$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n+1} = 1, a_n = \frac{1}{n(n+1)} > 0$ pre $n \in \mathbb{N} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \xrightarrow{A} 1$.
- $1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} + \cdots$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

• $a_1 = s_1 = 2$.

• $s_1 = a_1 = 2$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
 - $a_n = s_n - s_{n-1}$
-
- $s_1 = a_1 = 2$.
 - $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1) - n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1) - n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 2 + \left(\frac{3}{2} - 2\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}\right) + \left(\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}\right)$



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1) - n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1) - n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 2 + \left(\frac{3}{2} - 2\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}\right) + \left(\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}\right)$



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1) - n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1) - n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 2 + \left(\frac{3}{2} - 2\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) + \dots + \left(\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}\right) + \left(\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}\right)$



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1) - n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1) - n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 2 + \left(\frac{3}{2} - 2\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}\right) + \left(\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}\right)$



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1) - n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1) - n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 2 + \left(\frac{3}{2} - 2\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) + \dots + \left(\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}\right) + \left(\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}\right)$



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1) - n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1) - n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 2 + \left(\frac{3}{2} - 2\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}\right) + \left(\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}\right) = \frac{n+1}{n}, n \in N - \{1\}$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1) - n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1) - n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 2 + \left(\frac{3}{2} - 2\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) + \dots + \left(\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}\right) + \left(\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}\right) = \frac{n+1}{n}, n \in N - \{1\}$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1) - n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1) - n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 2 + \left(\frac{3}{2} - 2\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) + \dots + \left(\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}\right) + \left(\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}\right) = \frac{n+1}{n}, n \in N - \{1\}$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1$,



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1) - n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1) - n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 2 + \left(\frac{3}{2} - 2\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) + \dots + \left(\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}\right) + \left(\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}\right) = \frac{n+1}{n}, n \in N - \{1\}$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1, a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N - \{1\}$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1) - n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1) - n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 2 + \left(\frac{3}{2} - 2\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) + \dots + \left(\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}\right) + \left(\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}\right) = \frac{n+1}{n}, n \in N - \{1\}$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1, a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N - \{1\}$.

$$\Rightarrow 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1) - n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1) - n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 2 + \left(\frac{3}{2} - 2\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) + \dots + \left(\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}\right) + \left(\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}\right) = \frac{n+1}{n}, n \in N - \{1\}$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1, a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N - \{1\}$.

$$\Rightarrow 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1. \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1) - n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1) - n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 2 + \left(\frac{3}{2} - 2\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) + \dots + \left(\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}\right) + \left(\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}\right) = \frac{n+1}{n}, n \in N - \{1\}$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1, a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N - \{1\}$.

$$\Rightarrow 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1. \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1.$$
- $1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (s_n - s_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1.$$

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{n+1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1} = \frac{(n+1)(n-1) - n^2}{(n-1)n} = \frac{(n^2-1) - n^2}{(n-1)n} = -\frac{1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 2 + \left(\frac{3}{2} - 2\right) + \left(\frac{4}{3} - \frac{3}{2}\right) + \dots + \left(\frac{n}{n-1} - \frac{n-1}{n-2}\right) + \left(\frac{n+1}{n} - \frac{n}{n-1}\right) = \frac{n+1}{n}, n \in N - \{1\}$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1, a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N - \{1\}$.

$$\Rightarrow 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1. \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1.$$
- $1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 2 - \frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{3 \cdot 4} - \dots$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1}$
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in \mathbb{N} - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1})$



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in \mathbb{N} - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1})$



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in \mathbb{N} - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1})$



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in \mathbb{N} - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1})$



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in \mathbb{N} - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1})$



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = 1 + \frac{1}{n}, n \in N$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = 1 + \frac{1}{n}$, $n \in N$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in \mathbb{N} - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = 1 + \frac{1}{n}$, $n \in \mathbb{N}$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1$,



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = 1 + \frac{1}{n}$, $n \in N$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1$, $a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N - \{1\}$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = 1 + \frac{1}{n}$, $n \in N$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1$, $a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N - \{1\}$.
 $\Rightarrow 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = 1 + \frac{1}{n}$, $n \in N$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1$, $a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N - \{1\}$.

$$\Rightarrow 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1. \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1.$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = 1 + \frac{1}{n}$, $n \in N$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1$, $a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N - \{1\}$.

$$\Rightarrow 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1. \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1.$$
- $1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1.$$

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \{1 + \frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{n(n-1)} = -\frac{1}{(n-1)n}$, $n \in \mathbb{N} - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = 1 + \frac{1}{n}$, $n \in \mathbb{N}$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n} = 1$, $a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in \mathbb{N} - \{1\}$.

$$\Rightarrow 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1. \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1.$$
- $1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = 2 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 2 - \frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3} - \dots$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1}$
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in \mathbb{N} - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in \mathbb{N} - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in \mathbb{N} - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in \mathbb{N} - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in \mathbb{N} - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, $n \in N$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, $n \in N$.



Konstrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, $n \in N$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1})$



Konstrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, $n \in N$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = 2 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$
 $= 2 - \frac{3}{1 \cdot 2} + \frac{5}{2 \cdot 3} - \frac{7}{3 \cdot 4} + \dots = 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, $n \in N$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = 2 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$
 $= 2 - \frac{3}{1 \cdot 2} + \frac{5}{2 \cdot 3} - \frac{7}{3 \cdot 4} + \dots = 1$.
- $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 1 - 2 = -1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in \mathbb{N} - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, $n \in \mathbb{N}$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = 2 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$
 $= 2 - \frac{3}{1 \cdot 2} + \frac{5}{2 \cdot 3} - \frac{7}{3 \cdot 4} + \dots = 1$.
- $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 1 - 2 = -1. \Rightarrow$ • $1 = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n(2n-1)}{(n-1)n}$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow s$, kde $s = 1$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)} = 1.$$

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \rightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \rightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$, $n \in \mathbb{N} - \{1\}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + 1 = 2$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, $n \in \mathbb{N}$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = 2 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}$
 $= 2 - \frac{3}{1 \cdot 2} + \frac{5}{2 \cdot 3} - \frac{7}{3 \cdot 4} + \dots = 1$.
- $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 1 - 2 = -1. \Rightarrow$ • $1 = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n(2n-1)}{(n-1)n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2}$

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2}$

- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1}$

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n} = \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n} = \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n} = \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n} = \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n} = \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n} = \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}, n \in \mathbb{N}$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n} = \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}, n \in \mathbb{N}$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n} = \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}, n \in \mathbb{N}$.
- $1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)} = 1.$$

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{s + b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n} = \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}, n \in \mathbb{N}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$.

- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 + \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) + \dots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n+1} - \frac{(-1)^n}{n}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n+1}, n \in \mathbb{N}$.

- $1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}$
 $= \frac{3}{1 \cdot 2} - \frac{5}{2 \cdot 3} + \frac{7}{3 \cdot 4} - \frac{9}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)} + \dots$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{-1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ -\frac{1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{-1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ -\frac{1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4}$

- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{-1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ -\frac{1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4}$
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1}$
- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{-1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ -\frac{1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2 + (n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$, $n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \cdots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{-1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ -\frac{1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2 + (n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}, n \in \mathbb{N}$.

- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \cdots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{-1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ -\frac{1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2 + (n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$, $n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \cdots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{-1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ -\frac{1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2 + (n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}, n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \cdots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{-1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ -\frac{1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2 + (n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}, n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \dots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right)$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{-1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ -\frac{1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2 + (n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}, n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \cdots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right) = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}, n \in \mathbb{N}$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{-1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ -\frac{1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2 + (n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}, n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \dots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right) = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}, n \in \mathbb{N}$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{-1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ -\frac{1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2 + (n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$, $n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \cdots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \cdots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right) = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$, $n \in \mathbb{N}$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right) = 1$,

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{-1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ -\frac{1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2 + (n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$, $n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \dots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right) = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$, $n \in \mathbb{N}$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right) = 1$, $a_n = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} > 0$ $n \in \mathbb{N}$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{-1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ -\frac{1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2 + (n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$, $n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \dots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right) = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$, $n \in \mathbb{N}$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right) = 1$, $a_n = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} > 0$ pre $n \in \mathbb{N}$.
 $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} \xrightarrow{A} 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{-1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ -\frac{1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2 + (n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$, $n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \dots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right) = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$, $n \in \mathbb{N}$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right) = 1$, $a_n = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} > 0$ pre $n \in \mathbb{N}$.
 $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} \xrightarrow{A} 1$.
- $1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 1$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = 1.$$

Zvoľme $\{b_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{-1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$, $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ -\frac{1}{(n+1)^2} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 1$.

- $a_1 = s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = b_n - b_{n-1} = \frac{-1}{(n+1)^2} - \frac{-1}{n^2} = \frac{-n^2 + (n+1)^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}, n \in \mathbb{N}$.
- $s_1 = s + b_1 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s + b_1 + (b_2 - b_1) + (b_3 - b_2) + \dots + (b_n - b_{n-1})$
 $= 1 - \frac{1}{2^2} + \left(-\frac{1}{3^2} + \frac{1}{2^2}\right) + \left(-\frac{1}{4^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \dots + \left(-\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{1}{n^2}\right) = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}, n \in \mathbb{N}$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right) = 1, a_n = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} > 0$ pre $n \in \mathbb{N}$.
 $\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s + b_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (b_n - b_{n-1}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} \xrightarrow{A} 1$.
- $1 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} = \frac{3}{1 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \dots + \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} + \dots$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.

- $s_1 = a_1 = 1$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
 - $a_n = s_n - s_{n-1}$
-
- $s_1 = a_1 = 1$.
 - $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1})$



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1})$



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1})$



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1})$



Konstrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1})$



Konstrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = \frac{1}{n}, n \in N$.



Konstrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \cdots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = \frac{1}{n}, n \in N$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = \frac{1}{n}, n \in N$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$,



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = \frac{1}{n}, n \in N$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0, a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N, n \geq 2$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = \frac{1}{n}, n \in N$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0, a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N, n \geq 2$.
 $\Rightarrow 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 0.$

Konstrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 - = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = \frac{1}{n}, n \in N$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0, a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N, n \geq 2$.
 $\Rightarrow 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 0. \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \{\frac{1}{n}\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + (\frac{1}{2} - 1) + (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}) + \dots + (\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}) + (\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}) = \frac{1}{n}, n \in N$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0, a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N, n \geq 2$.
 $\Rightarrow 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 0 \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1$.
- $0 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = 1 - \frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{3 \cdot 4} - \dots$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1.$$

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{1}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n-1} = \frac{n-1-n}{(n-1)n} = \frac{-1}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + \left(\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n-2}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n-1}\right) = \frac{1}{n}, n \in N$.
- $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0, a_n = -\frac{1}{(n-1)n} < 0$ pre $n \in N, n \geq 2$.
 $\Rightarrow 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 0 \Rightarrow \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} \xrightarrow{A} 1$.
- $0 = \sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n-1)n} = 1 - \frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{3 \cdot 4} - \dots$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{(-1)^{n+1}}{n} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{(-1)^{n+1}}{n} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.



- $s_1 = a_1 = 1$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{(-1)^{n+1}}{n} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
 - $a_n = s_n - s_{n-1}$
-
- $s_1 = a_1 = 1$.
 - $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{(-1)^{n+1}}{n} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$

$$= 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{(-1)^{n+1}}{n} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$

$$= 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{(-1)^{n+1}}{n} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$

$$= 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{(-1)^{n+1}}{n} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$

$$= 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{(-1)^{n+1}}{n} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$

$$= 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right)$$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \cdots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \cdots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}, n \in N$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{(-1)^{n+1}}{n} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}, n \in N$.



Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \longrightarrow s$, kde $s = 0$.

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{ \frac{(-1)^{n+1}}{n} \right\}_{n=1}^{\infty} \longrightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}, n \in N$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (s_n - s_{n-1})$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow s$, kde $s = 0$.

$$1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 0.$$

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \rightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}, n \in N$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 1 - \frac{3}{1 \cdot 2} + \frac{5}{2 \cdot 3} - \frac{7}{3 \cdot 4} + \dots = 0$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow s$, kde $s = 0$.

$$1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 0.$$

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \rightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.
- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.
- $s_1 = a_1 = 1$.
- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}, n \in N$.
- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 1 - \frac{3}{1 \cdot 2} + \frac{5}{2 \cdot 3} - \frac{7}{3 \cdot 4} + \dots = 0$.
- $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 0 - 1 = -1$.

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow s$, kde $s = 0$.

$$1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 0.$$

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \rightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.

- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}, n \in N$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 1 - \frac{3}{1 \cdot 2} + \frac{5}{2 \cdot 3} - \frac{7}{3 \cdot 4} + \dots = 0$.

- $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 0 - 1 = -1. \Rightarrow \bullet 1 = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n(2n-1)}{(n-1)n}$

Konštrukcia radu s predpísaným súčtom – Príklad

Zostrojte číselný rad $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tak, aby $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \rightarrow s$, kde $s = 0$.

$$1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 0.$$

Zvoľme $\{s_n\}_{n=1}^{\infty} = \left\{\frac{(-1)^{n+1}}{n}\right\}_{n=1}^{\infty} \rightarrow 0$.

- $a_1 = s_1 = 1$.

- $a_n = s_n - s_{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}}{n} + \frac{(-1)^{n+1}}{n-1} = \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n}, n \in N - \{1\}$.

- $s_1 = a_1 = 1$.

- $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = s_1 + (s_2 - s_1) + (s_3 - s_2) + \dots + (s_n - s_{n-1})$
 $= 1 + \left(-\frac{1}{2} - 1\right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\right) + \dots + \left(\frac{(-1)^{n+1}}{n} - \frac{(-1)^n}{n-1}\right) = 1 + \frac{(-1)^{n+1}}{n}, n \in N$.

- $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = s_1 + \sum_{n=2}^{\infty} (s_n - s_{n-1}) = 1 + \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 1 - \frac{3}{1 \cdot 2} + \frac{5}{2 \cdot 3} - \frac{7}{3 \cdot 4} + \dots = 0$.

- $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n-1)}{(n-1)n} = 0 - 1 = -1. \Rightarrow$ • $1 = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n(2n-1)}{(n-1)n} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}(2n+1)}{n(n+1)}$.

Koniec 3. časti

Ďakujem za pozornosť.